Теория упругости

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СИСТЕМЫ ОТКРЫТЫХ ТРЕЩИН НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ДОРОЖНОГО ПОКРЫТИЯ И УПРУГОГО ОСНОВАНИЯ

Ш.Г. ГАСАНОВ, доктор технических наук, доцент Азербайджанский технический университет, г. Баку,

E-mail: <u>irakon63@hotmail.com</u>

Рассматривается плоская задача механики разрушения о трещинах-расслоении, возникающей на границе раздела дорожного покрытия, сцепленного с упругой полуплоскостью (основанием) из другого материала, когда к поверхности дорожного покрытия приложена нормальная нагрузка.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: дорожное покрытие, упругое основание, трещины - расслоения, нормальная нагрузка.

В настоящее время важной общегосударственной задачей является увеличение объема строительства автомобильных дорог при одновременном повышении качества, надежности и долговечности строительства. В связи с этим на первый план выдвигаются проблемы научно обоснованных методов расчета конструкций на прочность и долговечность, позволяющих на основе полного учета реального состояния материала осуществлять оптимальное проектирование строительных конструкций, обладающих повышенной прочностью, надежностью и долговечностью. Все это в полной мере относится к дорожным покрытиям.

Анализ [1, 2] современного состояния дорожных покрытий на упругом основании выявил, что материалам дорожных одежд свойственны трещиновидные несплошности. Между покрытием и основанием могут образовываться переходные зоны, в которых физико-механические свойства материала отличаются от свойств основных материалов. Эти повреждения на границе раздела сред дорожного покрытия и упругого основания могут иметь как естественное происхождение (расслоения, включения, поры), так и вызываться технологическими процессами. Несмотря на большое значение перечисленных факторов на прочность дорожной одежды до настоящего времени эти вопросы не нашли должного внимания в методах расчета. Разработка расчетных моделей исследования повреждения дорожного покрытия представляет собой актуальную проблему. Значительный интерес в связи с этим представляют дефекты типа трешин.

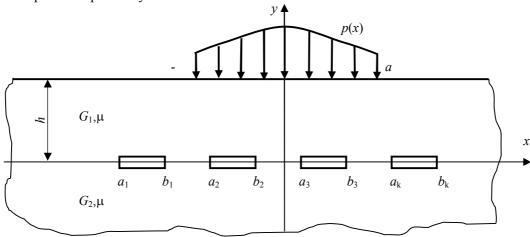
Примем следующие упрощающие предположения относительно работы дорожного покрытия:

- а) дорожное покрытие является неразрезной полосой бесконечной длины неизменного поперечного сечения, лежащей на сплошном упругом основании;
- б) вертикальные силы приложены в плоскости симметрии дорожного покрытия, а боковые и продольные силы не влияют на изгибающий момент и на напряженно-деформированное состояние, вызванное процессом контактирования колеса с покрытием.

На основании принятых предположений для расчета напряженно- деформированного состояния пары «дорожное покрытие – упругое основание» приходим к следующей задаче теории упругости.

В декартовых координатах x, y имеем двухслойное тело, состоящее из покрытия толщины h с упругими характеристиками G_1 (модуль сдвига) и μ_1 (ко-

эффициент Пуассона), сцепленной с упругой полуплоскостью с характеристиками G_2 и μ_2 (рисунок). Рассмотрим задачу теории упругости для двухслойного тела, когда к наружной поверхности приложена нормальная симметричная нагрузка p(x). На границе поверхности покрытия y = h, $|x| < \infty$ касательное напряжение равно нулю.



Расчетная схема задачи

Пусть под действием этой нагрузки на линии раздела упругих сред y=0 в силу недостаточной адгезионной прочности между покрытием и полуплоскостью (основанием) образуются трещины. В плоскости y=0 двухслойное тело имеет полости, проекцией которых на плоскость комплексного переменного z=x+iy являются N разрезов $L_j=a_jb_j$ $\left(j=1,2,...,N\right)$ оси x (рис.). Совокупность этих разрезов обозначим через L. Берега трещин считаются свободными от внешних нагрузок.

Используем принцип суперпозиции. Рассматриваемое состояние двухслойного тела можно представить в виде суммы двух напряженных состояний:

- 1) адгезионное соединение материалов без трещин под действием нормальной нагрузки p(x) на наружной поверхности покрытия;
- 2) адгезионное соединение материалов с N трещинами на границе раздела сред, при этом на берега трещин добавляются напряжения с обратным знаком, имеющие место на оси x, где расположены трещины, в первом напряженном состоянии.

Граничные условия задачи для первого напряженного состояния запишутся в виде (верхний индекс 1 соответствует покрытию, верхний индекс 2 — полуплоскости):

при
$$y = h$$
 $\sigma_y^{(1)} = -p(x);$ $\tau_{xy}^{(1)} = 0$ (1)

при
$$y = 0$$

$$u^{(1)} + iv^{(1)} = u^{(2)} + iv^{(2)};$$

$$\sigma_y^{(1)} + i\tau_{xy}^{(1)} = \sigma_y^{(2)} + i\tau_{xy}^{(2)},$$
 (2)

где $i^2 = -1$, при $y \to -\infty$ перемещения и напряжения исчезают.

Для решения краевой задачи (1), (2) используем четыре функции Папковича-Нейбера $F_n^m(x,y)$ (n,m=1,2).

Из них две для покрытия (верхний индекс 1) и две для полуплоскости (верхний индекс 2).

Напряжения и перемещения выражаются через функции Папковича-Нейбера по известным формулам [3]:

$$\frac{\sigma_{y}^{(m)}}{2G_{m}} = 2(1 - \mu_{m}) \frac{\partial F_{2}^{(m)}}{\partial y} - \frac{\partial^{2} F_{1}^{(m)}}{\partial y^{2}} - y \frac{\partial^{2} F_{2}^{(m)}}{\partial y^{2}},
\frac{\tau_{xy}^{(m)}}{2G_{m}} = \frac{\partial}{\partial x} \left[(1 - 2\mu_{m}) F_{2}^{(m)} - \frac{\partial F_{1}^{(m)}}{\partial y} - y \frac{\partial F_{2}^{(m)}}{\partial y} \right],
u^{(m)} = -\frac{\partial F_{1}^{(m)}}{\partial x} - y \frac{\partial F_{2}^{(m)}}{\partial x}, \qquad v^{(m)} = (3 - 4\mu_{m}) F_{2}^{(m)} - \frac{\partial F_{1}^{(m)}}{\partial y} - y \frac{\partial F_{2}^{(m)}}{\partial y}.$$
(3)

В виду симметрии задачи по x используем соs-преобразование Фурье. Примем, что

$$F_1^{(1)} = \int_0^\infty \left[A s h \alpha y + B c h \alpha y \right] \cos \alpha x d\alpha , \quad F_2^{(1)} = \int_0^\infty \left[C s h \alpha y + D c h \alpha y \right] \alpha \cos \alpha x d\alpha$$

$$F_1^{(2)} = \int_0^\infty E e^{\alpha y} \cos \alpha x d\alpha , \qquad F_2^{(2)} = \int_0^\infty F e^{\alpha y} \alpha \cos \alpha x d\alpha . \tag{4}$$

Удовлетворяя функциями (3), (4) граничным условиям (1), (2), получим систему шести линейных алгебраических уравнений относительно шести неизвестных функций $A(\alpha)$, $B(\alpha)$, $C(\alpha)$, $D(\alpha)$, $E(\alpha)$, $F(\alpha)$:

$$2(1-\mu_1)(Cch\alpha h + Dsh\alpha h) - Ash\alpha h - Bch\alpha h - \alpha h(Csh\alpha h + Dch\alpha h) = -\frac{\widetilde{p}}{2G_1\alpha^2}\,,$$

$$(1-2\mu_1)(Csh\alpha h + Dch\alpha h) - Ach\alpha h - Bsh\alpha h - \alpha h(Cch\alpha h + Dsh\alpha h) = 0\,,$$

$$B = E\,\,,\quad (3-4\mu_1)D - A = (3-4\mu_2)F - E\,\,,$$

$$G_1[2(1-\mu_1)C - B] = G_2[2(1-\mu_2)F - E]\,,\quad G_1[(1-2\mu_1)D - A] = G_2[(1-2\mu_2)F - E]\,,$$
 где трансформанта преобразования Фурье
$$\widetilde{p} = \frac{2}{\pi}\int\limits_{0}^{\infty}p(x)\cos\alpha x dx\,.$$

Решая алгебраическую систему уравнений (5) методом последовательного исключения неизвестных, находим коэффициенты $A(\alpha)$, $B(\alpha)$, $C(\alpha)$, $D(\alpha)$, $E(\alpha)$, $F(\alpha)$. С помощью формул (3), (4) находим компоненты напряжений σ_y^1 и τ_{yy}^1 на L:

$$\sigma_{y}^{1}(x,0) = \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\infty} \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-4\alpha h} + te^{-2\alpha h}} \left\{ a(1 - \alpha x)e^{-\alpha x} + b(1 + \alpha x)e^{-\alpha(4h - x)} + \frac{1}{2} \left[R_{1}e^{-\alpha(2h - x)} + R_{2}e^{-\alpha(2h + x)} \right] \right\} \cos \alpha h d\alpha, \quad (6)$$

$$\tau_{xy}^{1}(x,0) = \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\infty} \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-4\alpha h} + te^{-2\alpha h}} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-4\alpha h} + te^{-2\alpha h}} \right\} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-4\alpha h} + te^{-2\alpha h}} \right\} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-4\alpha h} + te^{-2\alpha h}} \right\} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-4\alpha h} + te^{-2\alpha h}} \right\} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-4\alpha h} + te^{-2\alpha h}} \right\} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-4\alpha h} + te^{-2\alpha h}} \right\} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-4\alpha h} + te^{-2\alpha h}} \right\} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-4\alpha h} + te^{-2\alpha h}} \right\} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-4\alpha h} + te^{-2\alpha h}} \right\} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-4\alpha h} + te^{-2\alpha h}} \right\} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-4\alpha h} + te^{-2\alpha h}} \right\} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-4\alpha h} + te^{-2\alpha h}} \right\} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-4\alpha h} + te^{-2\alpha h}} \right\} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-4\alpha h} + te^{-2\alpha h}} \right\} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-4\alpha h} + te^{-2\alpha h}} \right\} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-2\alpha h}} \right\} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-2\alpha h}} \right\} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-2\alpha h}} \right\} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-2\alpha h}} \right\} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-2\alpha h}} \right\} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-2\alpha h}} \right\} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-2\alpha h}} \right\} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-2\alpha h}} \right\} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-2\alpha h}} \right\} \left\{ a(1 - 2\mu_{1} + \alpha x)e^{-\alpha x} + \frac{\widetilde{p}(\alpha)}{a + be^{-2\alpha h}$$

$$+ \frac{1}{2} \left[R_3 e^{-\alpha(2h-x)} + R_4 e^{-\alpha(2h+x)} \right] \sin \alpha h d\alpha \ .$$
 Здесь
$$a = 3 - 4\mu_1 + 10\kappa + 3\kappa^2 - 12\mu_1 \kappa - 12\mu_2 \kappa + 16\mu_1 \mu_2 \kappa - 4\mu_2 \kappa^2 \ ,$$

$$b = 3 - 4\mu_1 - 6\kappa + 4\mu_2 \kappa + 4\mu_1 \kappa + 3\kappa^2 - 4\mu_2 \kappa^2 \ ,$$

$$t = 10 - 24\mu_1 - 4\kappa + 16\mu_1^2 + 8\kappa\alpha^2 h^2 + 4h^2\alpha^2 - 16\kappa\alpha^2 h^2 - 12\kappa^2\alpha^2 h^2 + 16\mu_2 \kappa^2 \lambda^2 h^2 + 8\mu_2 \kappa^2 - 6\kappa^2 + 8\mu_1 \kappa - 16\mu_1 \mu_2 \kappa + 8\mu_2 \kappa \ ,$$

$$R_1 = a_1(\alpha h + 1) + c(\alpha h + 2) - t \ , \qquad R_2 = a_1(\alpha h - 1) + c(2 - \alpha h) - t \ ,$$

$$R_3 = a_1 \alpha x + c(1 + \alpha x) - t \ , \qquad R_4 = \alpha x(c - a_1) + t \ ,$$

$$c = 2 + 4\kappa - 6\kappa^2 - 8\mu_2 \kappa + 8\mu_2 \kappa^2 \ , \quad \kappa = G_1/G_2 \ ,$$

$$a_1 = 4\alpha h + 8\kappa\alpha h - 12\kappa^2 \alpha h - 16\mu_2 \kappa \alpha h + 16\kappa^2 \mu_2 \alpha h \ .$$

Граничные условия на берегах трещин для второго напряженного состояния будут

$$\sigma_y - i\tau_{xy} = -\left(\sigma_y^1 - i\tau_{xy}^1\right) \text{ Ha } L. \tag{7}$$

Второе напряженно-деформированное состояние в окрестности системы N трещин определяем приближенно в том смысле, что будем удовлетворять граничным условиям задачи на контурах трещин (условие (7)), и требовать, чтобы на значительном расстоянии от трещин напряженное состояние в покрытии совпадало с напряженно-деформированным состоянием, вызванным нормальной нагрузкой p(x) для сплошной полосы на упругом основании.

Перейдем к решению задачи для второго напряженного состояния.

С помощью формул Колосова-Мусхелишвили [4] имеем

$$\sigma_{x}^{(k)} + \sigma_{y}^{(k)} = 2\left[\Phi_{k}(z) + \overline{\Phi_{k}(z)}\right] \qquad (z = x + iy),$$

$$\sigma_{y}^{(k)} + i\tau_{xy}^{(k)} = \Phi_{k}(z) + \overline{\Phi_{k}(z)} + \overline{z}\Phi_{k}'(z) + \Psi_{k}(z), \qquad (8)$$

$$2G_{k}\left(u^{(k)} + i\upsilon^{(k)}\right) = \kappa_{k}\phi_{k}(z) - z\overline{\Phi_{k}(z)} - \overline{\psi_{k}(z)} \qquad (k = 1, 2).$$

Здесь $\Phi_1(z)$ и $\Psi_1(z)$ - аналитические функции при y>0 , $\Phi_2(z)$ и $\Psi_2(z)$ - аналитические функции при y<0 .

Введем [5] функции $\Phi(z)$ и $\Omega(z)$ аналитические во всей плоскости z, кроме, может быть, оси x

$$\Phi(z) = \begin{cases}
\frac{G_1(1+\kappa_2)}{G_1+\kappa_1G_2} \Phi_2(z) + \frac{G_2-G_1}{G_1+\kappa_1G_2} \left[\overline{\Phi}_1(z) + z \overline{\Phi}_1'(z) + \overline{\Psi}_1(z) \right] & npu \operatorname{Im} z < 0, \\
\Phi_1(z) & npu \operatorname{Im} z > 0,
\end{cases}$$

$$\left[\frac{G_1(1+\kappa_1)}{G_1(z)} \left[\overline{\Phi}_1(z) + z \overline{\Phi}_1'(z) + \overline{\Psi}_1(z) \right] - \frac{G_1\kappa_2 - G_2\kappa_1}{G_1(z)} \Phi_1(z) - \frac{G_1\kappa_2 - G_2\kappa_1}{G_1(z)} - \frac{G_1\kappa_2 - G_2\kappa_1}{G_1(z)} \Phi_1(z) - \frac{G_1\kappa_2 - G_2\kappa_1}{G_1(z)} - \frac{G_1\kappa_2$$

$$\Omega(z) = \begin{cases} \frac{G_1(1+\kappa_1)}{G_2 + \kappa_2 G_1} \left[\overline{\Phi_2(z)} + z\overline{\Phi_2'}(z) + \overline{\Psi}_2(z)\right] - \frac{G_1\kappa_2 - G_2\kappa_1}{G_2 + \kappa_2 G_1} \Phi_1(z) & npu \text{ Im } z > 0, \\ \overline{\Phi_1(z)} + z\overline{\Phi_1'}(z) + \overline{\Psi}_1(z) & npu \text{ Im } z < 0. \end{cases}$$

Из этих формул получаем необходимые в дальнейшем основные соотношения для компонент тензора напряжений и производных по x от компонент вектора смещений через функции $\Phi(z)$ и $\Omega(z)$.

В покрытии $(\operatorname{Im} z > 0)$

$$\sigma_{x} + \sigma_{y} = 4 \operatorname{Re} \Phi(z), \quad \sigma_{y} - i\tau_{xy} = \Phi(z) + \Omega(\overline{z}) + (z - \overline{z}) \overline{\Phi'(z)}, \tag{10}$$

$$2G_{1} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial v}{\partial x}\right) = \kappa_{1} \Phi(z) - \Omega(\overline{z}) - (z - \overline{z}) \overline{\Phi'(z)},$$

в нижней полуплоскости (Im z < 0):

$$\begin{split} \sigma_{\chi} + \sigma_{y} &= 4\frac{G_{1} + \kappa_{1}G_{2}}{G_{1} + \kappa_{2}G_{1}}\operatorname{Re}\left[\Phi(z) + \frac{G_{2} - G_{1}}{G_{1} + \kappa_{1}G_{2}}\Omega(z)\right], \\ \sigma_{y} - i\tau_{\chi y} &= \frac{G_{1} + \kappa_{1}G_{2}}{G_{1} + \kappa_{2}G_{1}}\Phi(z) + \frac{G_{1} - G_{2}}{G_{1} + \kappa_{2}G_{1}}\Omega(z) + \frac{G_{1}\kappa_{2} + G_{2}}{G_{1} + \kappa_{2}G_{1}}\Omega(\bar{z}) + \\ &+ \frac{G_{1}\kappa_{2} - G_{2}\kappa_{1}}{G_{1} + \kappa_{2}G_{1}}\Phi(\bar{z}) + \left(z - \bar{z}\right)\left[\frac{G_{1} + \kappa_{1}G_{2}}{G_{1} + \kappa_{2}G_{1}}\overline{\Phi'(z)} + \frac{G_{1} - G_{2}}{G_{1} + \kappa_{2}G_{1}}\overline{\Omega'(z)}\right], \\ 2G_{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + i\frac{\partial v}{\partial x}\right) &= \kappa_{2}\frac{G_{1} + \kappa_{1}G_{2}}{G_{1} + \kappa_{2}G_{1}}\Phi(z) + \kappa_{2}\frac{G_{1} - G_{2}}{G_{1} + \kappa_{2}G_{1}}\Omega(z) - \frac{G_{1}\kappa_{2} + G_{2}}{G_{1} + \kappa_{2}G_{1}}\Omega(\bar{z}) - \\ &- \frac{G_{1}\kappa_{2} - G_{2}\kappa_{1}}{G_{1} + \kappa_{2}G_{1}}\Phi(\bar{z}) - \left(z - \bar{z}\right)\left[\frac{G_{1} + \kappa_{1}G_{2}}{G_{1} + \kappa_{2}G_{1}}\overline{\Phi'(z)} + \frac{G_{1} - G_{2}}{G_{1} + \kappa_{2}G_{1}}\overline{\Omega'(z)}\right]. \end{split}$$

Считается, что $\lim y\Phi'(x+iy)=0$, $\lim y\Omega'(x+iy)=0$ при $y\to 0$ для всех x.

Учитывая соотношения (10) и (11), граничные условия (7) запишутся в ви-

$$\Phi^{+} + \Omega^{-} = f^{+}(x) \text{ Ha } L$$

$$(G_{1} + G_{2}\kappa_{1})\Phi^{-} + (G_{1} - G_{2})\Omega^{-} + (G_{1}\kappa_{2} - G_{2}\kappa_{1})\Phi^{+} + (G_{1}\kappa_{2} + G_{2})\Omega^{+} =$$

$$(G_{1} + \kappa_{2}G_{1})f^{-}(x),$$

где
$$f^+(x) = f^-(x) = -(\sigma_y^1 - i\tau_{xy}^1)$$
 на L .

де

Умножая теперь второе условие (12) на $-1/[G_1(1+\kappa_2)]$ и на $1/[G_2(1+\kappa_1)]$ и складывая с первым условием, получаем две решаемые порознь краевые задачи линейного сопряжения для одной функции

$$F_1^+ - F_1^- = f^+ - f^-, \qquad F_2^+ + gF_2^- = f_0$$
 (13)
3десь
$$F_1(z) = \frac{1}{G_1(1+\kappa_2)} \Big[(G_1 + \kappa_1 G_2) \Phi(z) - (G_2 + \kappa_2 G_1) \Omega(z) \Big],$$

$$F_2(z) = \Phi(z) + \Omega(z), \quad g = \frac{G_1 + \kappa_1 G_2}{G_2 + \kappa_2 G_1},$$

$$f_0 = \frac{1}{G_2 + \kappa_2 G_1} \Big[G_2(1+\kappa_1) f^+ + G_1(1+\kappa_2) f^- \Big].$$

В классе функций, имеющих в концах разрезов $x = a_k$, $x = b_k$ (k = 1, 2, ..., N) интегрируемую бесконечность, общее решение краевой задачи имеет вид [6]:

$$F_1(z) = C$$
, $F_2(z) = \frac{1}{2\pi i X(z)} \left[\int_L \frac{f_0(x)X(x)}{x-z} dx + P_n(z) \right]$, (14)

где
$$X(z) = \prod_{k=1}^{N} (z - a_k)^{1/2 + i\beta} (z - b_k)^{1/2 - i\beta}$$
 , $\beta = \frac{1}{2\pi} \ln g$, $P_n(z) = C_n z^n + \ldots + C_0$.

Для функции X(z) выбирается ветвь такая, что при больших значениях z функция $X(z) = z^n + \mathrm{O}\!\!\left(z^n\right)$. Из условия на бесконечности следует, что

$$C = 0$$
; $C_n = 0$.

Остальные n неизвестных коэффициентов полинома $P_n(z)$ определяются из условий однозначности смещений аналогично случаю однородного тела [4].

Выражения для функций $\Phi(z)$ и $\Omega(z)$ принимают вид

$$\Phi(z) = \frac{G_2 + \kappa_2 G_1}{G_1 + G_2 + \kappa_1 G_2 + \kappa_2 G_1} F_2(z), \qquad \Omega(z) = \frac{G_1 + \kappa_1 G_2}{G_1 + G_2 + \kappa_1 G_2 + \kappa_2 G_1} F_2(z). \quad (15)$$

С помощью найденных формул (10), (11), (14) и (15) исследуется напряженно-деформированное состояние дорожного покрытия на упругом основании. После определения асимптотики напряжений в покрытии и полуплоскости по x в окрестности границы трещин $x = a_k + 0$ (или $x = b_k + 0$) вопрос об определенности размера каждой трещины в зависимости от внешней нормальной нагрузки p(x) может быть решен следующим образом.

Отметим, что между покрытием и полуплоскостью (основанием) всегда существует переходная зона [2]. Переходной слой толщины $\delta << h$ (обычно десятки микрон), более хрупкий, чем основные материалы, с упругими характеристиками G_3 и μ_3 , получаемые некоторым осреднением G_1 , G_2 и μ_1 , μ_2 .

Так как считается, что трещины образовались на границе y=0 из-за недостаточной прочности переходного слоя, то при возрастании интенсивности нормальной нагрузки p(x) трещина весьма вероятно будет далее расти вдольлинии y=0. Используем интегральный критерий разрушения типа критерия В.В. Новожилова [7]. Следовательно, для определения длины ℓ трещины можно использовать дополнительное условие при y=0

$$\frac{1}{\delta} \int_{\ell}^{\ell+\delta} U_e dx = A_c , \qquad (16)$$

которое является некоторым аналогом интегрального критерия разрушения В.В. Новожилова [7]. В дополнительном условии (16) U_e - упругая энергия единицы объема переходного слоя

$$\begin{split} U_e &= \frac{1}{2E_3} \bigg[\left(\sigma_x^* \right)^2 + \left(\sigma_y^* \right)^2 + \left(\sigma_z^* \right)^2 - 2\mu_3 \left(\sigma_x^* \sigma_y^* + \sigma_x^* \sigma_z^* + \sigma_y^* \sigma_z^* \right) \bigg] + \frac{1}{2G_3} \left(\tau_{xy}^* \right)^2, \\ \sigma_x^* &= \frac{1}{2} \left(\sigma_x^{(1)} + \sigma_x^{(2)} \right), \qquad \sigma_y^* = \sigma_y^{(1)} = \sigma_y^{(2)}, \qquad \sigma_z^* = \frac{1}{2} \left(\sigma_z^{(1)} + \sigma_z^{(2)} \right), \\ \tau_{xy}^* &= \tau_{xy}^{(1)} = \tau_{xy}^{(2)}, \qquad E_3 = 2G_3 \left(1 + \mu_3 \right), \end{split}$$

где A_c - критическая величина упругой единицы объема переходного слоя (физическая постоянная пары материалов), определяется опытным путем.

Таким образом, полученные соотношения между внешней нагрузкой и

длиной трещины, а также механических и геометрических характеристик пары « дорожное покрытие - упругое основание» позволяют на стадии проектирования решать следующие практически важные задачи:

- 1) оценивать гарантированный ресурс дорожного покрытия с учетом ожидаемых дефектов и условий нагружения;
- 2) установить допустимый уровень дефектности и максимальные значения рабочих нагрузок, обеспечивающие достаточный запас надежности;
- 3) проверить выбор материала с необходимым комплексом статических и циклических характеристик трещиностойкости.

Литература

- 1. *Бабков В.Ф.* Проектирование автомобильных дорог/ В.Ф. Бабков, О.В. Андреев. М.: Транспорт, часть 1, 1987. 368 с.
- 2. Пирийев Ү.М. Автомобил йолларынын няглиййат истисмар эюстяриъиляринин йцксялмилмяси/ Ү.М.Пирийев, Ш.Щ.Нясянов, Н.М. Гараисайев. Бакы: Азярбайъан няшриййаты, 2000. 240 с.
- 3. Уфлянд Я.С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости/ Я.С. Уфлянд. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1963. –368 с.
- 4. *Мусхелишвили Н.И*. Некоторые основные задачи математической теории упругости/ Н.И. Мусхелишвили. М.: Наука, 1966. 707 с.
- Уерепанов Г.П. О напряженном состоянии в неоднородной пластине с разрезами/Г.П. Черепанов // Изв. АН СССР, ОТН, механика и машиностроение. 1962. №1. С. 131 137.
 - 6. *Гахов Ф.Д.* Краевые задачи/Ф.Д. Гахов М.: Наука, 1977. 640 с.
- 7. *Морозов Н.Ф.* Математические вопросы теории трещин/Н.Ф. Морозов М.: Наука, 1984. $256\,\mathrm{c}$.

INTERACTION OF SYSTEM OF OPEN CRACKS ON BORDER OF THE UNIT OF THE ROAD COVERING AND THE ELASTIC BASIS

Hasanov Shaxin Humbat ogli

The plane problem of mechanics of fracture about the cracks - stratifications, arising on border of section of the road way covering linked with elastic half plane (foundation) from other material when normal loading is enclosed to a surface of a road way covering is investigated.

KEYWORDS: road way covering, elastic foundation, cracks-stratifications, normal loading.

