

Расчет конструкций на устойчивость

МЕТОДИКА ПОКОМПОНЕНТНОГО АНАЛИЗА ЗАПАСОВ УСТОЙЧИВОСТИ КРУПНОГАБАРИТНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ДЕЙСТВИИ МНОГОФАКТОРНЫХ НАГРУЗОК

А.А. МЕНЬШИКОВ, аспирант
В.А. ГНЕЗДИЛОВ, канд. техн. наук,
В.Г. ГРИГОРЬЕВ (д-р физ.-мат., наук, профессор),
И.Е. КУРНИКОВ, инженер,
НИУ «МАИ», amenshikov@list.ru

Покомпонентная оценка запасов устойчивости конструкции дает большее понимание о влиянии отдельных силовых факторов на сооружение в целом. Такой подход позволяет создавать более оптимальные и надежные конструкции. Методы, основанные на так называемом «параметре нагрузки», не могут правильно охарактеризовать ситуацию, когда конструкция нагружена совокупностью разнообразных внешних сил, по-разному влияющих на тенденцию потери устойчивости ее напряженно-деформированного состояния. Для создания методики покомпонентного анализа крупногабаритных пространственных конструкций был применен подход, основанный на динамической устойчивости, в котором для определения критической нагрузки рассматривается задача о собственных малых колебаниях предварительно нагруженной конструкции. При таком подходе величина статической критической нагрузки соответствует ситуации, когда низшая собственная частота нагруженной конструкции приближается к нулевому значению.

Выполнены исследования различных ситуаций многокомпонентного нагружения на примере простой конструкций типа высотной башни, подкреплённой тросами, и сложных крупногабаритных пространственных ферменных сооружений, требующих нелинейного расчета. Выявленные эффекты потери устойчивости в сложных конструкциях подтверждают актуальность предложенной методики и перспективность ее применения при проектировании сооружений.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: оценка запаса по устойчивости, крупногабаритные пространственные конструкции, трос, безфундаментные конструкции.

В теории устойчивости упругих конструкций можно выделить два основных направления [1]. Во-первых, это исследование динамической устойчивости, когда рассматривается изменяющееся во времени напряженно-деформированное состояние конструкции под действием каких-либо внешних факторов и исследуется возможность неограниченно (или очень быстро) нарастающих его отклонений от этого расчетного или программного движения в результате сколь угодно малых дополнительных воздействий или вариаций начальных условий [2]. В основе такого подхода лежит хорошо разработанная математическая теория устойчивости [3], содержащая строго доказанные теоремы и математически обоснованные методы исследования.

Однако, исторически сложилось так, что первоначально сформировался статический подход к исследованию устойчивости конструкций, когда предполагается, что исследуемое напряженно-деформированное состояние изменений во времени не претерпевает. Формально ничто не мешает применить к его исследованию те же методы математической теории устойчивости, о которых шла речь выше. Однако многие десятилетия и даже века исследований, не подкреплённых достаточно мощными вычислительными средствами, какими располагают в настоящее время не только конструкторские организации, но и

частные лица, выработали вполне понятное стремление по возможности уйти от динамического подхода ввиду катастрофического роста объема требуемых в этом случае вычислений.

Классические задачи об устойчивости продольно сжатых стержней, пластинок и т.п. породили подход, в котором начисто отсутствует представление о развивающемся реальном переходном процессе при потере устойчивости статического напряженно-деформированного состояния. Вместо этого в так называемой статической теории упругой устойчивости вводится понятие «смежных равновесных состояний». Трудно придумать обоснование этому понятию какими-либо реальными физическими представлениями. Скорее его следует рассматривать как некую абстракцию, являющуюся в виде решения некоторых краевых задач. Эти краевые задачи в своем исходном виде формулируются не в результате дедуктивного вывода из более общих нелинейных уравнений механики сплошной среды, а строятся путем введения в соотношения линейной упругости, где исходно пренебрегается изменениями геометрии конструкции при приложении нагрузок, некоторых дополнительных усилий, возникающих именно в результате этих геометрических изменений. Парадоксальный эффект появления при некоторых дискретных значениях внешних сил бесконечного множества решений краевой задачи как раз и призваны «объяснить» упомянутые выше «смежные равновесные состояния». Хорошее соответствие в этих относительно простых примерах экспериментально наблюдаемых величин сил, при которых статическое равновесное состояние становится неустойчивым, и собственных значений упомянутых краевых задач лишь укрепило исследователей в правильности и плодотворности такого объяснения природы явления. (Заметим по ходу дела, что это совпадение имеет простое математическое объяснение, не требующее введения мистических сущностей, подобных вышеупомянутым смежным равновесным состояниям.)

В то же время, например, при таком подходе совершенно неясно, почему же происходит потеря устойчивости при нагрузках, величины которых лежат между полученными собственными значениями, где этих «смежных равновесных состояний» не существует. Также в качестве одного из недостатков указанного подхода отметим необходимость введения так называемого «параметра нагрузки», который одним числовым значением должен характеризовать приложенные к исследуемому объекту силы. Реальная конструкция может быть нагружена совокупностью разнообразных внешних сил, по-разному влияющих на тенденцию потери устойчивости ее напряженно-деформированного состояния. Так что, сводя это многообразие к одному числовому параметру, мы получаем лишь видимость возможности охарактеризовать ситуацию посредством «запаса устойчивости».

В качестве примера можно привести замкнутую цилиндрическую оболочку, нагруженную одновременно приложенными к торцевым окружностям внешними сжимающими продольными усилиями, приводящими к ее смятию при потере устойчивости, и внутренним давлением, эту тенденцию подавляющим. Эта ситуация хорошо знакома разработчикам конструкций топливных баков больших жидкостных ракет. Заметим, что здесь существенную роль может играть история приложения силовых компонент. Так, если первоначально приложить сжимающие усилия, то до нагружения давлением дело не дойдет в связи с наступившим разрушением конструкции из-за потери устойчивости на предыдущем этапе.

В угоду стремлению к простой оценке «запаса устойчивости» придумываются и внедряются в конструкторскую практику весьма мало обоснованные критерии для комбинирования запасов устойчивости «чистых» компонент нагружения (например, сочетание сил, приводящих к продольному сжатию пластинки и сил, приводящих к ее сдвиговой деформации). Декларируемая при таком подходе «консервативность» соотношений может в отдельных сложных случаях оказаться ложной, что чревато конструкторскими ошибками и тяжелыми последствиями при эксплуатации проектируемых конструкций и сооружений.

При рассмотрении статического напряженно-деформированного состояния конструкции с точки зрения динамической устойчивости необходимо исходить из нелинейных динамических уравнений при описании ее поведения. В качестве возмущений рассматриваются малые отклонения деформаций и напряжений от исходного равновесного состояния, динамика которых описывается при помощи линейной краевой задачи, уравнения которой выводятся посредством линеаризации исходных нелинейных соотношений в окрестности этого равновесного состояния.

Полученная линеаризованная краевая задача о малых возмущениях описывает малые колебания конструкции около статического деформированного состояния. Собственные частоты этой краевой задачи зависят от параметров приложенных статических нагрузок. Если в краевой задаче не учитывается демпфирование, то эти собственные частоты являются неотрицательными действительными числами до тех пор, пока статическое деформированное состояние остается устойчивым. При приближении параметров нагрузок к границе области устойчивости наблюдается стремление одной или нескольких собственных частот к нулю, а при потере устойчивости соответствующая частота разделяется на две взаимно сопряженные мнимые собственные частоты (квадраты которых равны одному отрицательному значению). Такая ситуация с точки зрения теории линейных дифференциальных уравнений означает появление среди фундаментальных решений однородной системы экспоненциальных зависимостей, одна из которых соответствует неограниченно возрастающей во времени компоненте решения, что и соответствует неустойчивости системы. Тем самым, кстати, объясняется и потеря устойчивости не только при критической нагрузке, вычисляемой на основе статической теории, но и при ее превышении.

Исследование динамических свойств предварительно нагруженных конструкций при малых колебаниях можно осуществить при помощи метода конечных элементов. При этом процедуру линеаризации дискретных уравнений малых колебаний конечно-элементной модели можно свести к модификации матрицы жесткостей системы, выделив в выражении потенциальной энергии колебаний квадратичную составляющую. Сформулированный общий принцип независимо от типа применяемых конечных элементов можно проиллюстрировать следующей формульной схемой с учетом нелинейности геометрических соотношений.

Выражение для потенциальной энергии деформации конечного элемента запишем в виде:

$$V_e = \frac{1}{2} \int_{Q_e} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) dV, \quad (1)$$

где Q_e - область пространства, занимаемая конечным элементом, $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ - векторное поле перемещений, \mathbf{D} - матрица упругости. Нелинейное выражение для компонент тензора деформаций представим следующим образом:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) = \boldsymbol{\varepsilon}^L(\mathbf{u}) + \boldsymbol{\varepsilon}^{NL}(\mathbf{u}, \mathbf{u}), \quad (2)$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}^L$ - линейный оператор, $\boldsymbol{\varepsilon}^{NL}$ - билинейный симметричный оператор.

Полное смещение материальных точек конечного элемента $\mathbf{U}(t)$ представим как сумму статической \mathbf{u}_0 и динамической $\mathbf{u}(t)$ составляющих:

$$\mathbf{U}(t) = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}(t). \quad (3)$$

Подставив выражение (3) в формулу (2), получаем

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{U}) = \boldsymbol{\varepsilon}^L(\mathbf{u}_0) + \boldsymbol{\varepsilon}^L(\mathbf{u}) + \boldsymbol{\varepsilon}^{NL}(\mathbf{u}_0, \mathbf{u}_0) + 2\boldsymbol{\varepsilon}^{NL}(\mathbf{u}_0, \mathbf{u}) + \boldsymbol{\varepsilon}^{NL}(\mathbf{u}, \mathbf{u}). \quad (4)$$

Полагая статическую составляющую заданной, после подстановки выражения (4) в формулу (1) выделим квадратичную относительно малых колебаний составляющую потенциальной энергии, которая в линеаризованной задаче о малых колебаниях послужит основой для формирования матрицы жесткостей:

$$\tilde{V}_e = \frac{1}{2} \int_{\Omega_e} \left\{ \left[\boldsymbol{\varepsilon}^L(\mathbf{u}) + 2\boldsymbol{\varepsilon}^{NL}(\mathbf{u}_0, \mathbf{u}) \right]^T \mathbf{D} \left[\boldsymbol{\varepsilon}^L(\mathbf{u}) + 2\boldsymbol{\varepsilon}^{NL}(\mathbf{u}_0, \mathbf{u}) \right] + 2\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_0)^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^{NL}(\mathbf{u}, \mathbf{u}) \right\} dV. \quad (5)$$

Аппроксимация малых динамических перемещений на конечном элементе описывается формулой

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{N}(\mathbf{x})\boldsymbol{\delta}, \quad (6)$$

где $\boldsymbol{\delta}$ - вектор-столбец дискретных узловых параметров элемента, а $\mathbf{N}(\mathbf{x})$ - матрица функций формы, которую можно представить в виде совокупности столбцов (k – размерность вектора $\boldsymbol{\delta}$):

$$\mathbf{N}(\mathbf{x}) = [\mathbf{n}_1(\mathbf{x}) \quad \dots \quad \mathbf{n}_k(\mathbf{x})].$$

Тогда множители при матрице \mathbf{D} в выражении для первого слагаемого в фигурных скобках под интегралом в формуле (5) можно записать в виде:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^L(\mathbf{u}) + 2\boldsymbol{\varepsilon}^{NL}(\mathbf{u}_0, \mathbf{u}) = \mathbf{B}(\mathbf{x})\boldsymbol{\delta}, \quad (7)$$

где

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\varepsilon}^L(\mathbf{n}_1) + 2\boldsymbol{\varepsilon}^{NL}(\mathbf{u}_0, \mathbf{n}_1) \quad \dots \quad \boldsymbol{\varepsilon}^L(\mathbf{n}_k) + 2\boldsymbol{\varepsilon}^{NL}(\mathbf{u}_0, \mathbf{n}_k).$$

При этом статическое смещение аппроксимируется аналогично (6) при помощи узловых параметров статической деформации элемента $\boldsymbol{\delta}_0$:

$$\mathbf{u}_0(\mathbf{x}) = \mathbf{N}(\mathbf{x})\boldsymbol{\delta}_0.$$

Второе слагаемое в формуле (5) запишем в виде:

$$2\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_0)^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^{NL}(\mathbf{u}, \mathbf{u}) = \sum_{i,j=1}^k 2\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_0)^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^{NL}(\mathbf{n}_i, \mathbf{n}_j) \delta_i \delta_j = \boldsymbol{\delta}^T \mathbf{S}(\mathbf{x})\boldsymbol{\delta}, \quad (8)$$

где компоненты матрицы $\mathbf{S}(\mathbf{x})$ вычисляются по формуле:

$$s_{ij}(\mathbf{x}) = 2\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_0)^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^{NL}(\mathbf{n}_i, \mathbf{n}_j).$$

Окончательно, подставив полученные соотношения (7) и (8) в выражение для потенциальной энергии малых колебаний элемента (5) и вынеся за знак интеграла узловые параметры $\boldsymbol{\delta}$, получим:

$$\tilde{V}_e = \frac{1}{2} \boldsymbol{\delta}^T \mathbf{K} \boldsymbol{\delta},$$

где матрица жесткостей конечного элемента вычисляется по формуле:

$$\mathbf{K} = \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}(\mathbf{x})^T \mathbf{D} \mathbf{B}(\mathbf{x}) + \mathbf{S}(\mathbf{x})] dV. \quad (9)$$

В формуле (9) учтено наличие статического напряженно-деформированного состояния, и ее можно использовать для расчета собственных частот и форм колебаний в окрестности этого состояния. На выражение для матрицы масс наличие статического напряженно-деформированного состояния влияния не оказывает. Описанный подход к вычислению собственных частот и форм колебаний с учетом предварительного статического нагружения был успешно реализован одним из авторов настоящей работы в программе, описанной в докладе [4]. В настоящее время подобный алгоритм использован в программном комплексе Femap/NX Nastran фирмы Siemens в модуле нелинейного статического анализа [5] и может применяться в исследовании свойств разнообразных типов конструкций. Наличие мощной вычислительной техники позволяет разработать и использовать на практике анализ собственных частот предварительно нагруженных конструкций для исследования запасов устойчивости при действии многофакторной нагрузки в отдельности по каждой ее компоненте.

Потребность в разработке усовершенствованных методик анализа запасов устойчивости при действии многофакторных нагрузок приобрела особую актуальность в связи с тем, что в последние несколько десятилетий количество сооружений, основу которых составляют легкие пространственные металлические каркасы, неуклонно возрастает. Современные методы проектирования и строительства позволяют создавать все более сложные конструкции, в которых все чаще используются новые материалы. Отдельного внимания заслуживают конструкции для публичного применения. Желание проектировщика удовлетворить всем потребностям рынка приводит к появлению сложных форм, а часто и видов, пространственных металлических конструкций. Анализ надежности подобных конструкций по различным предельным состояниям часто связан с большими трудностями, так как не всегда могут быть применены стандартные расчетные методики.

Отметим некоторые сложности, возникающие при расчете на прочность пространственных металлических стержневых конструкций.

1. Использование тросов, подкрепляющих конструкцию.



Трос - это элемент, работающий только на растяжение. Для его моделирования в КЭ программных комплексах необходимо использовать нелинейные характеристики материала, задавая различные жесткости на растяжение и на сжатие. Таким образом, даже при воздействии статической нагрузки на элементы конструкции расчет в программных комплексах должен быть нелинейным. В противном случае, элементы, соответствующие в модели тросам, будут принимать на себя сжимающую нагрузку, что, в конечном счете, может привести к перераспределению нагрузок в конструкции и существенному искажению ее НДС.

На рис.1 в качестве примера представлен расчет НДС проектируемого колеса обозрения высотой 150 м на ураганный ветер. В первом случае для расчета используется линейная постановка задачи, во втором - нелинейная. Видно, что в первом случае тросы воспринимают сжимающую нагрузку, что приводит к перераспределению усилий в конструкции и искажает картину НДС всей системы. При нелинейном расчете все тросы оказываются натянутыми (нагружены рас-

тягивающими силами), что подтверждает правильный выбор параметров конструкции при адекватном ее моделировании.

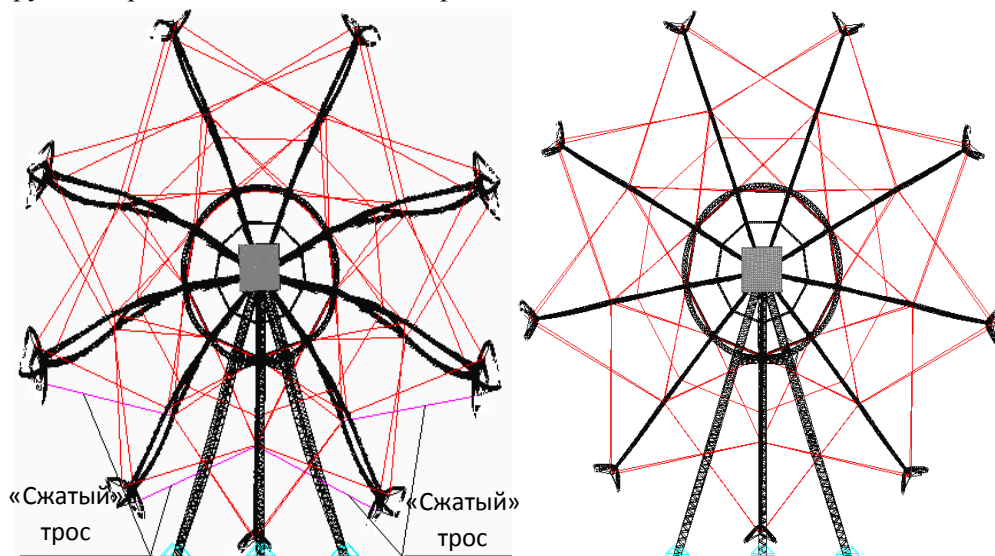


Рис. 1. Деформированное состояние конструкции при линейном и нелинейном расчетах

2. Расчет безфундаментных металлических пространственных конструкций, допускающий отрыв одной или более опор от земли при воздействии внешних нагрузок.



В качестве примера приведем конструкцию катальной горы «Золотая стрела». Гора состоит из жесткой направляющей (пути), подкрепленной по всей ее длине многочисленными опорами. Опоры не имеют фундамента и стоят непосредственно на площадке. Под действием силы тяжести по пути движется поезд, состоящий из нескольких тележек с пассажирами. Усилие, создаваемое поездом при прохождении виражей, может приводить к последовательному отрыву опор от площадки.

Для моделирования такой конструкции в системе NASTRAN необходимо использовать GAP-элементы, как показано на рис. 2. Такой элемент имеет нулевую жесткость на «отрыв» и бесконечную жесткость на сжатие. При этом есть возможность задать трение в поперечном направлении. Т.е., если реакция в опоре отрывающаяся, то элемент не препятствует перемещению узла, если сжимающая, то элемент может перемещаться только в плоскости площадки с учетом трения. Элемент типа GAP является нелинейным элементом, и его применение требует нелинейного анализа. При линейном расчете такой элемент имеет бесконечную жесткость, как на сжатие, так и на растяжение, что приведет к получению заведомо неправильных результатов и не позволит достоверно оценить надежность конструкции.

Как видно из рис. 3, под действием нагрузок от движущегося поезда, в конструкции происходит отрывание опор от поверхности площадки и их перемещение в горизонтальной плоскости.

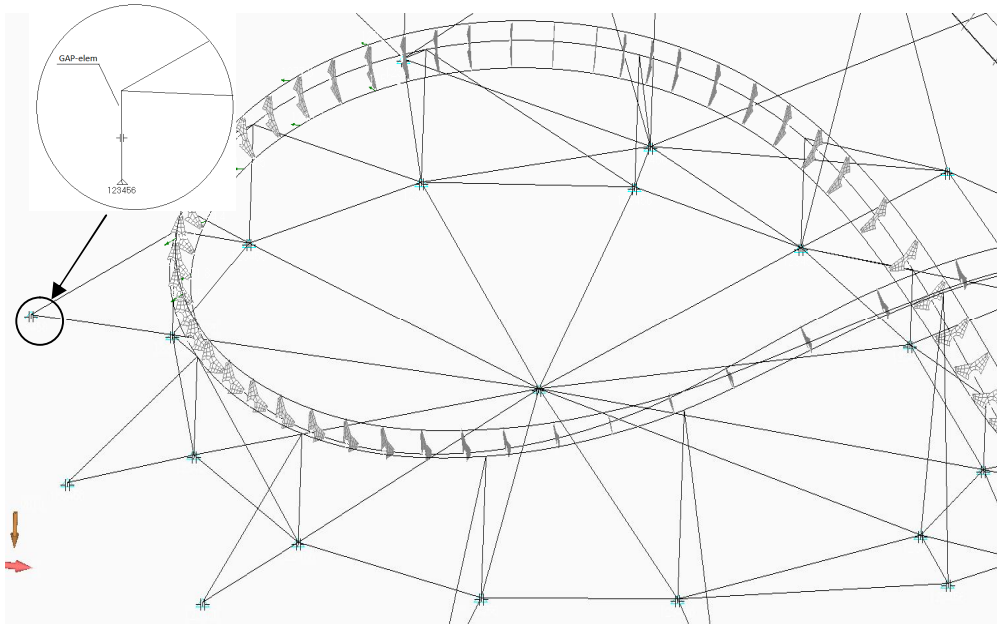


Рис. 2. Использование GAP-элементов при расчете на прочность катальной горы «Золотая стрела»

При анализе надежности пространственных стержневых металлических конструкций одним из наиболее важных предельных состояний является устойчивость конструкции. Причем, часто, ввиду сложности картины нагружения, необходимо определить коэффициент запаса по устойчивости именно по отдельным компонентам нагрузки. В то же время стандартные модули анализа устойчивости в конечно-элементных программных комплексах реализуют традиционный эйлеров подход, основанный на одновременной параметризации одним множителем всей совокупности нагрузочных компонент.

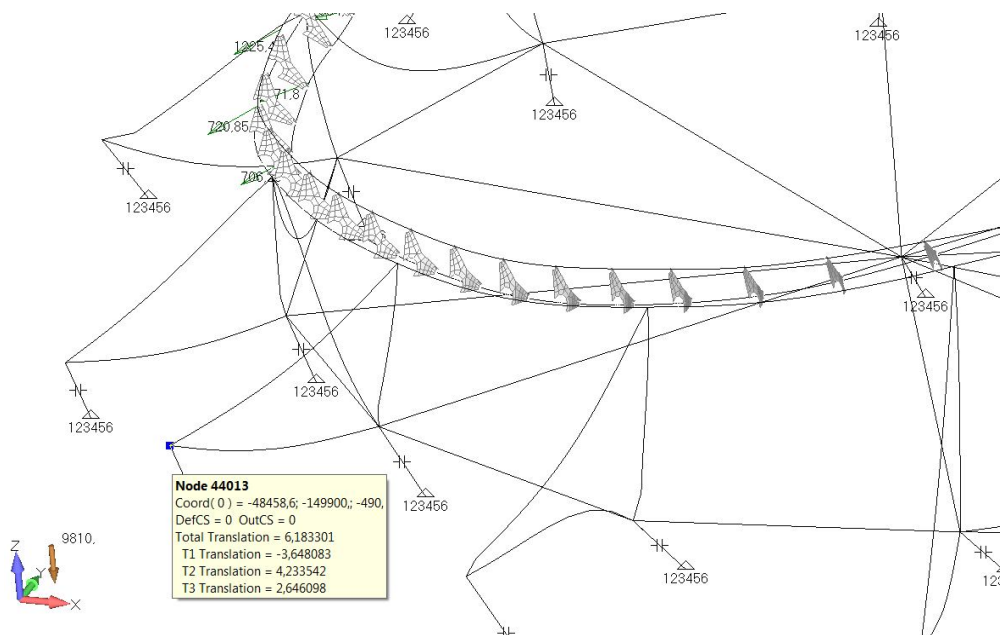


Рис. 3 Деформированное состояние опор при проезде поезда

В связи с этим разработана методика оценки запасов устойчивости конструкции по отдельным компонентам нагружения, позволяющая учитывать нелинейные свойства элементов конструкции. В ее основе лежит возможность расчета собственных частот конструкции с учетом предварительного нагружения. В случае многокомпонентного нагружения конструкции варьирование масштабирующего множителя одной из компонент при фиксированных остальных позволяет путем расчета собственных частот выявить точку обращения низшей собственной частоты конструкции в ноль. Тем самым реализуется возможность оценить запас устойчивости конструкции относительно любой составляющей нагружения. Рассмотрим задачу многокомпонентного нагружения конструкции детально. Пусть вектор статической нагрузки на конструкцию имеет несколько составляющих:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \dots + \mathbf{F}_m \quad (10)$$

Это могут быть собственный вес конструкции, ветровое воздействие, эксплуатационные нагрузки и т.д. При этом по каждой из составляющих берется максимально допустимая по условиям эксплуатации величина.

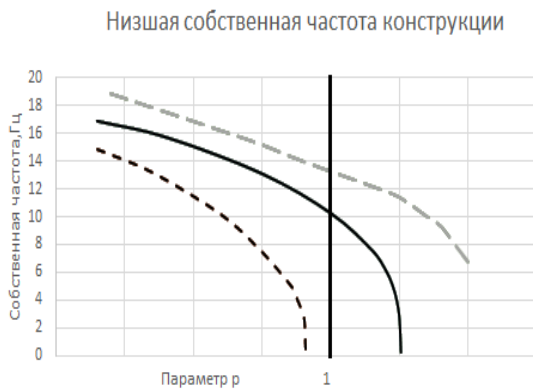


Рис.4

том, что при номинальной нагрузке устойчивость конструкции обеспечена. В противном случае необходимы конструктивные доработки для обеспечения устойчивости. Для оценки же запасов устойчивости необходимо выйти за пределы единичного интервала, но делать это следует для компонент нагружения по отдельности. Для того чтобы найти коэффициент запаса по устойчивости для выбранной компоненты нагружения, запишем вектор нагрузки в виде:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + p_j \mathbf{F}_j + \dots + \mathbf{F}_m$$

Зададимся некоторым разумным предельным значением K_j и, варьируя параметром нагружения в диапазоне $1 < p_j \leq K_j$, находим точку p_{jc} , когда собственная частота приблизится к нулевому значению. Этот момент и будет соответствовать достижению j-й компонентой нагрузки критического значения (рис.5), которое и будет количественной оценкой запаса по данной составляющей.

Для проверки конструкции на устойчивость введем некий параметр p , такой что:

$$\mathbf{F} = p(\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \dots + \mathbf{F}_m)$$

Варьируя этим параметром от нуля до единицы, исследуем поведение низших собственных частот предварительно нагруженной конструкции (рис.4).

Если в этом интервале изменения параметра ни одна из собственных частот не пересечет ось абсцисс, то можно сделать вывод о



Рис.5

В качестве примера использования предложенной методики рассмотрим конструкцию плоской рамы, подкрепленной тросами, представленную на рис.6.

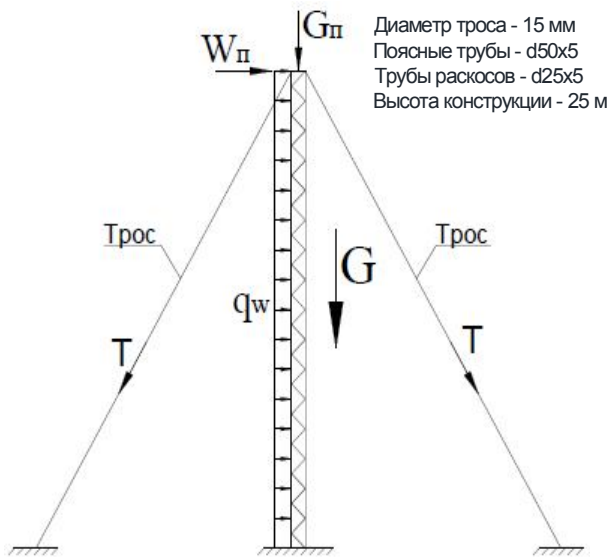


Рис. 6 Расчетная схема

На конструкцию действует собственный вес, ветровое давление, силы предварительного натяжения в тросах и силы от полезной нагрузки.

Определим коэффициент запаса по устойчивости конструкции для всего вектора нагружения. Для этого зададимся численными значениями компонент нагружения:

$$G = 9810 \text{ кг} / \text{мм}^2,$$

$$G_n = 5000 \text{ кг}, T = 5350 \text{ кг},$$

$$q_w = 635 \text{ кг} / \text{мм}^2,$$

$$W_n = 5000 \text{ кг}.$$

Варьируя масштабирующим множителем перед всем

вектором нагружения, найдем момент, когда низшая собственная частота приблизится к нулю.

В настоящей работе представлены результаты исследований, выполненных с использованием программы NX NASTRAN фирмы Siemens в сочетании с препроцессором FEMAP. Расчет статического напряженно-деформированного состояния конструкции выполнен в нелинейной постановке, что приближает полученное решение к реальным параметрам, наблюдаемым в эксперименте.

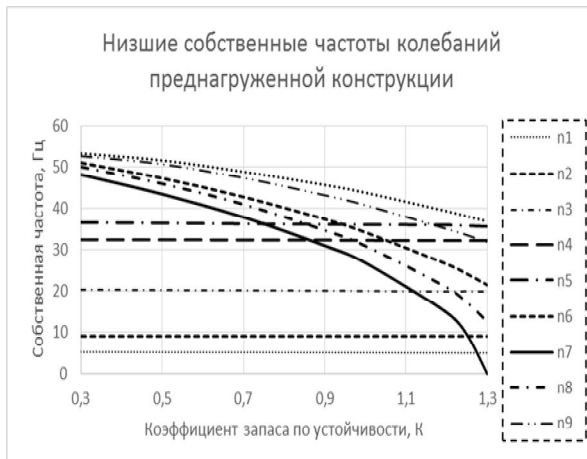


Рис. 7 Изменение собственных частот конструкции при пропорциональном увеличении нагрузки

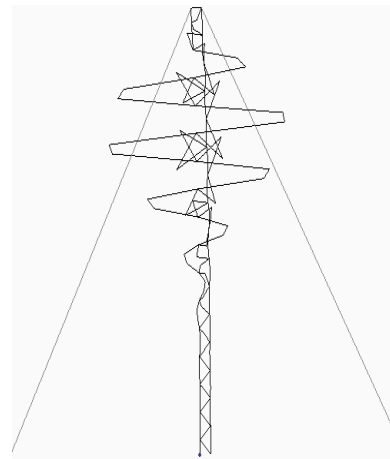


Рис. 8 Низшая форма колебаний (f_7)

Как видно из рис. 7, при заданных номинальных значениях компонент нагрузки устойчивость конструкции обеспечена. Исследование продолжено за пределы единичного интервала, в результате получено значение параметра $p = 1,3$, при котором собственная частота f_7 принимает нулевое значение. Это значение не характеризует в отдельности запас ни по одной из компонент на-

гружения, поскольку множитель применяется ко всем составляющим одновременно. Далее определим коэффициент запаса устойчивости для силы ветрового воздействия на полезную нагрузку W_n . Для этого будем варьировать масштабирующим множителем перед этой нагрузкой при сохранении множителей перед другими нагрузками равными единице.

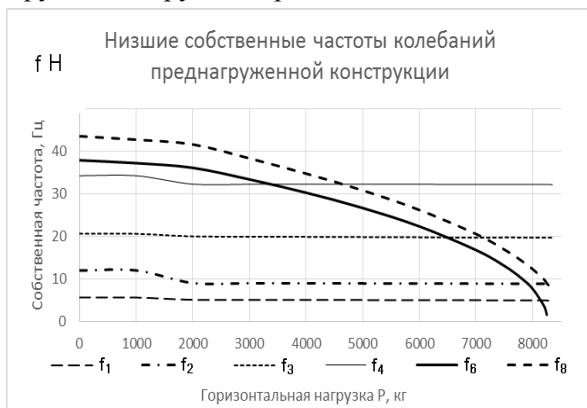


Рис. 8 Изменение собственных частот конструкции при увеличении множителя перед W_n

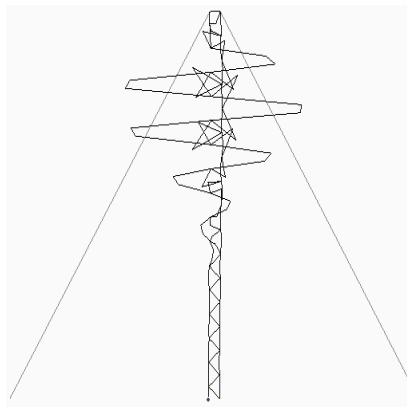


Рис. 9 Низшая форма колебаний (f_6)

Из рис. 8 видно, что при значении $W_n = 8250$ кг собственная частота $f_6 = 0$. Тогда коэффициент запаса по устойчивости для компоненты нагружения W_n можно определить следующим образом: $K_w = 8250/5000 = 1,65$. Полученное значение заметно выше того, которое имеет место при одновременном варьировании компонент. Тем самым расширяется возможность более гибко подойти к проблеме весовой оптимизации конструкции и снижению запасов.

Л и т е р а т у р а

1. Алфутов Н.А. Основы расчета на устойчивость упругих систем. – М.: «Машиностроение», 1978. – 312 с.
2. Болотин В.В. Динамическая устойчивость упругих систем. – М.: Гостехиздат, 1956. – 600 с.
3. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. – М.: «Наука», 1967. – 472 с.
4. Григорьев В.Г. Расчет динамических характеристик сложных оболочечных конструкций с жидкостью // Колебания упругих конструкций с жидкостью: Сборник научных докладов IV симпозиума. – М.: ЦНТИ «Волна», 1980. – С. 102 - 107.
5. Рычков С.П. Моделирование конструкций в среде Femap with NX Nastran. – М.: ДМК Пресс, 2013. – 784 с.

References

1. Alfutov NA (1978). *Osnovi Rascheta na Ustoichivost Uprugih Sistem*. M.: Mashinostroenie, 312p.
2. Bolotin VV (1956). *Dinamicheskaya Ustoichivost Uprugih Sistem*. M.: GosTechIzdat, 600 p.
3. Demidovich BP (1967). *Lekcii po Matematicheskoyi Teorii Ustoichivosti*. M.: Nauka, 472 p.
4. Grigoriev VG (1980). *Raschet dinamicheskikh harakteristik slozhnih obolochecnykh konstrukcii s zhidkostiui. Kolebaniya Uprugih Konstrukcii s Zhidkostiui*: Sb. Nauchnih Dokladov IV Simpoziuma. M.: CNTI "Volna", p. 102 - 107.
5. Rychkov SP (2013). *Modelirovanie Konstrukcii v Srede Femap With NX Nastran*. M.: DMK Press, 784 p.

A METHOD OF COMPONENTWISE ANALYSIS OF STABILITY MARGINS FOR LARGE-SIZED SPATIAL STRUCTURES UNDER MULTIFACTORIAL LOADS

Men'shikov A.A., Gnezdilov V.A., Grigor'ev V.G., Kurnikov I.E.

KEYWORDS: stability margin evaluation, large-sized spatial structures, cable, foundationless structures.