# Расчет тонких упругих оболочек

## КОЛЕБАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТРУБОПРОВОДОВ, ЗАПОЛНЕННЫХ ЖИДКОСТЬЮ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ ПОПЕРЕЧНЫМ ИМПУЛЬСОМ ВНЕШНЕГО ДАВЛЕНИЯ

#### А.Г. ШЕВЛЯКОВ, канд. техн. наук

Московский государственный университет природообустройства

В «Основах политики Российской Федерации в области развития науки и техники на период до 2010 года и на дальнейшую перспективу» намечены основные показатели строительной индустрии. Среди них важное значение будет иметь разведка, добыча и транспортировка нефти и газа из восточных районов в западные. Поэтому проектирование и строительство трубопроводного транспорта играет здесь ключевую роль.

Повышение требований к безопасности работы трубопроводных систем требует решения новых проблем, связанных с обеспечением их прочности и надёжности. Защита этих систем (или их компонентов) может быть обеспечена за счёт использования надлежащих конструктивных схем трубопроводов и точного знания внешних нагрузок, которые возникают в процессе штатного и нештатного режимов работы. К нештатным ситуациям, прежде всего, следует отнести нестационарные воздействия ударных и взрывных нагрузок на элементы наземных и подземных конструкций и сооружений. Отметим здесь тот факт, что при интенсивных кратковременных линамических нагрузках наблюдается потеря прочности (пробивание) строительных конструкций с последующим истечением во внешнюю среду транспортируемых продуктов. Последнее может привести к нарушению экологического равновесия среды обитания. Отдельные стороны этой проблемы неоднократно рассматривались в работах отечественных и зарубежных авторов. Так, например, в монографии [1] в стационарной динамике определены частоты и формы свободных и вынужденных колебаний магистральных трубопроводов. Учтены анизотропные свойства конструкционных материалов, которые применяются в строительстве трубопроводов.

Вопросам нестационарной динамики элементов конструкций, контактирующих со средой, посвящена монография [2]. Среды, окружающие тонкостенные конструкции (или содержащиеся внутри них), являются упругими, жидкими или газообразными. Исследования выполнены в рамках линейных приближений. Взрывное нагружение, когда заряд ВВ помещается внутри стальной трубы, использовалось авторами экспериментальной работы [3]. Динамическое нагружение отсека трубы проводилось до полного разрушения стального трубопровода. В монографии [4] расчёт цилиндрических трубопроводов, содержащих упругий заполнитель, выполнен на базе теории тонкостенных оболочек. Исследовано влияние свойств заполнителя и материала стенок трубы на параметры процесса деформирования сложной инженерной конструкции. Линейные осесимметричные нестационарные волновые процессы в стенке оболочки вращения, выполненной из ортотропного материала и нагруженной боковым давлением, исследованы в работе [5]. Взаимодействие конструкции со средой отсутствовало. В статье [6] представлена линеаризированная теория и дан метод расчёта свободных осесимметричных колебаний цилиндрического трубопровода, содержащего жидкий заполнитель. Коллективная монография [7] посвящена исследованию нелинейных ударных волн на поверхности недеформируемых конструкций. Нагрузка прикладывается к наружной поверхности и зависит от расстояния до источника взрыва, от амплитуды взрывной волны, длительности импульса, показателя адиабаты, массы заряда и теплотворной способности ВВ.

Статья [8] посвящена численному моделированию техногенных катастроф на объектах транспортирования нефтегазопродуктов, которые сопровождаются их истечением из повреждённых трубопроводов. С целью установления размеров аварий определены геометрические параметры разрушенного участка трубы. Численное исследование динамической прочности цилиндрических трубопроводов при нагружении их внутренней поверхности импульсивной нагрузкой поведено в статье [9].

В работе [10] моделируется хрупкое разрушение конструкции цилиндрических трубопроводов, нагруженных внутренним давлением. Среди разнообразных критериев разрушения трубопроводов был выбран следующий: конструкция разрушается, если в каком-нибудь её элементе деформация превышает допустимое значение.

Основные принципы расчёта строительных конструкций, подверженных аварийным ударным воздействиям, предложены авторами работы [11].

Следовательно, в существующей обширной литературе рассматривались преимущественно нестационарные задачи для трубопроводов при их линейном деформировании, либо нелинейные ударные волны, распространяющиеся в жидкой или газообразной среде и взаимодействующие с классическими поверхностями. Настоящая работа посвящена исследованию закономерностей нестационарной динамики цилиндрических трубопроводов, полностью заполненных идеальной сжимаемой жидкостью.

Основная цель работы – построение нелинейной математической модели для исследования НДС трубопроводов с жидкостью, позволяющей точно оценить динамическую нагрузку на внутреннюю поверхность конструкции, поскольку бессмысленно применять сложный математический аппарат для описания деформирования трубопроводов, если нагрузки на поверхность будут определены с большой погрешностью. Один из возможных вариантов нелинейной гидроупругой системы и предложен в настоящей работе.

Математическая модель двумерного волнового процесса базируется на нелинейной системе взаимосвязанных уравнений в частных производных второго порядка, записанных в цилиндрических координатах.

#### 1. Постановка начально-краевой задачи

Пусть внутренний объём цилиндрического трубопровода большой протяжённости полностью заполнен однородной сжимаемой жидкостью и в начальный момент времени t = 0 по всей своей длине испытывает локальный удар импульсом внешнего давления, приложенного к точкам наружной поверхности.

Задача состоит в определении гидродинамических нагрузок на внутреннюю поверхность с целью исследования динамической прочности инженерной конструкции и её несущей способности. Принимается, что локальный импульс внешнего давления не зависит от продольной координаты, то есть предполагаются выполненными условия плоской деформации.

Пусть характер распределения импульса нагрузки вдоль дуги внешней поверхности трубопровода (на этапе дифракционного обтекания плоской волной сжатия) соответствует теневой фотографии процесса воздействия ударной волны (УВ) на сплошной цилиндр в газе [7]. При таком подходе не используется упрощённая гипотеза плоского отражения.

Отнесём возникшее в гидроупругой системе движение к цилиндрическим координатам  $r, \theta, z (0 < r < R, |z| < \infty, 0 < \theta \le 2\pi)$  (рис.1). В соответствии с рис.1 задача локального распределения внешнего давления вдоль наружной поверхности задаётся в виде

$$q(\theta,t) = \begin{cases} q_0 f(t) \sum_{n=0}^{\infty} \cos(n\theta), & |\theta| < \pi/2\\ 0, & \pi/2 \le |\theta| < \pi, \end{cases}$$

где  $q_0$  – постоянная величина ( $q_0 > 0$ ). Там же сплошными линиями показаны положения фронтов гидродинамической волны в жидкости для двух последовательных моментов времени после начала воздействия фронта воздушной ударной волны. В области за гидродинамическими фронтами движение жидкости носит в основном одномерный характер – происходит узкая фокусировка в окрестности вертикали  $\theta = 0, 0 < r < R$ . В точках радиуса  $OB \theta = \pi, 0 < r < R$  про-



исходит кумуляция кинетической энергии движущихся частиц жидкости, заполняющей внутренний объём трубопровода.

Математической моделью ударноволнового процесса в конструкции является система нелинейных дифференциальных уравнений движения упругой тонкостенной цилиндрической оболочки при неосесимметричном внешнем нагружении, основан-

ная на гипотезе Лява-Кирхгофа (без инерции вращения) следующего вида

$$\frac{1}{R^{2}} \frac{\partial^{2} M_{\theta}}{\partial \theta^{2}} + \frac{1}{R^{2}} \frac{\partial T_{\theta}}{\partial \theta} \left( \frac{\partial w}{\partial \theta} + v \right) + \frac{1}{R^{2}} T_{\theta} \left( \frac{\partial^{2} w}{\partial \theta^{2}} + \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{R} T_{\theta} - q(\theta, t) + p(r, \theta, t) \Big|_{r=R} = \rho h \frac{\partial^{2} w}{\partial t^{2}};$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial T_{\theta}}{\partial \theta} - \frac{1}{R^{2}} \frac{\partial M_{\theta}}{\partial \theta} = \rho h \frac{\partial^{2} v}{\partial t^{2}}. \qquad \left( 0 \le |\theta| < \pi; \forall t \right)$$
(1)

Здесь использованы общепринятые обозначения:  $T_{\theta}(\theta, t)$  и  $M_{\theta}(\theta, t)$  – кольцевое усилие (H/м) и изгибающий момент (H);  $w(\theta, t)$  и  $v(\theta, t)$  – нормальное и окружное перемещение (м); R, h,  $\rho$  – радиус срединной поверхности, толщина стенки трубопровода и плотность его материала;  $q(\theta, t)$  – интенсивность внешней нагрузки;  $p(r, \theta, t)|_{r=R}$  – контактное давление жидкости на внутреннюю поверхность (реакция жидкого основания); через t обозначено время, отсчёт которого ведётся от момента внезапного приложения бокового давления плоской акустической волны (значение t = 0 соответствует моменту первого касания волной наружной поверхности трубопровода в точке  $\theta = 0, r = R$ ).

Неосесимметричное движение сжимаемой жидкости внутри трубопровода описывается следующей системой нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка с переменными коэффициентами

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} = -\frac{1}{\rho_{\mathcal{H}}} \frac{\partial p}{\partial r};$$
$$\frac{\partial v_{\theta}}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_{\theta}}{\partial r} + \frac{v_{\theta}}{r} \frac{\partial v_{\theta}}{\partial \theta} = -\frac{1}{\rho_{\mathcal{H}}} \frac{\partial p}{\partial \theta};$$

67

$$\frac{\rho_{\mathcal{H}}}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r \cdot v_r \right) + \frac{\partial v_{\theta}}{\partial \theta} \right] + v_r \frac{\partial \rho_{\mathcal{H}}}{\partial r} + \frac{v_{\theta}}{r} \frac{\partial \rho_{\mathcal{H}}}{\partial \theta} = -\frac{\partial \rho_{\mathcal{H}}}{\partial t};$$

$$p = A \left[ \left( \frac{\rho_{\mathcal{H}}}{\rho_0} \right)^{\kappa} - 1 \right]. \qquad (0 \le |\theta| < \pi; 0 \le r < R; \forall t > 0)$$

$$(2)$$

Здесь  $v_r(r,\theta,t)$  и  $v_{\theta}(r,\theta,t)$  – составляющие вектора скорости движущейся жидкой частицы;  $p(r,\theta,t)$  и  $\rho_{\infty}(r,\theta,t)$  – гидродинамическое давление в сжимаемой жидкости, лишённой вязкости и теплопроводности;  $\rho_0$  – первоначальная плотность жидкости в трубопроводе;  $\rho_{\infty}$  – текущая плотность жидкости; A и  $\kappa$  – постоянные параметры, характеризующие физические свойства заполнителя (в уравнении состояния Тэта). Этот закон, в частности, хорошо описывает сжимаемость воды в широком диапазоне изменения гидродинамического давления  $p(r,\theta,t) > 0$ ; сжимающее давление в жидкости считается положительным.

Сформулируем граничные условия на внутренней (контактной) поверхности конструкции в точках r = R,  $|z| < \infty$  и её оси. Поскольку жидкость предполагается идеальной, то её взаимодействие с поверхностью трубопровода происходит только в направлении внутренней нормали. Такое взаимодействие сводится к выполнению следующего кинематического условия (условие непротекания) в точках внутренней поверхности r = R,  $|z| < \infty$  колеблющейся стенки

$$v_r(r,\theta,t)\big|_{r=R} = \frac{\partial w}{\partial t}. \quad (0 \le |\theta| < \pi, \,\forall t > 0)$$
(3)

Скорости  $v_{\theta}$  жидких частиц на движущейся поверхности трубы r = R,  $|z| < \infty$  независимы. Следует иметь ввиду, что для некоторых моментов времени может происходить отрыв поверхности трубопровода от жидкости (нарушение контакта). После первого отрыва по некоторой дуге окружности может происходить повторное сцепление. И таких зон отрыва может возникнуть несколько. Данная задача относится к классу задач с неизвестными границами (обладает сильной нелинейностью) и в данной работе не рассматривается.

Силовое нормальное взаимодействие жидкости и конструкции на поверхности контакта уже учтено в первом уравнении системы (1) слагаемым  $p|_{\substack{r=R\\0\leq|\theta|<\pi}}$ .

Строго говоря, сносить граничные условия на первоначальную неподвижную поверхность можно только в случае её малых перемещений, то есть в случае, когда трубопровод представляет собой сравнительно "жёсткое тело". В противном случае граничные условия сочленения следует ставить на подвижной заранее неизвестной поверхности.

При выводе аппроксимирующей системы разностных уравнений особую трудность представляет аппроксимация в точках оси r = 0,  $|z| < \infty$  гидроупругой системы. Для раскрытия математической неопределённости обратимся к анализу функций, входящих в состав задачи.

Очевидно, что функции  $p, \rho_{\mathcal{H}}$  и  $v_r$  – чётные относительно переменного  $\theta$ ,  $v_{\theta}$  – нечётная. Производные по  $\theta$  от дифференцируемых чётных функций во всех точках вертикального диаметра  $\theta = 0; \pi, 0 < r < R$  обращаются в нуль. Составляющая скорости  $v_{\theta}$  во всех точках AB (в том числе и при r = 0) обращается в нуль. Поэтому первое уравнение системы (2) при  $r \to 0$  конечно. Во вто-

ром уравнении производная  $\partial v_{\theta} / \partial \theta$  конечна во всех точках диаметра *AB*, а  $v_{\theta} \equiv 0$ , следовательно  $\lim_{r \to 0} \frac{v_{\theta}}{r} = 0$ . Производная  $\frac{\partial p}{\partial \theta}$  в точках *AB* обращается в нуль, поэтому  $\lim_{r \to 0} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} = 0$  (решение при  $r \to 0$  должно быть ограничено).

Аналогичным образом анализируется третье уравнение с особенностью при  $r \rightarrow 0$  в системе (2). Таким образом, уравнения (2) в точках оси *AB* трансформируются в систему предельных (граничных) условий следующего вида

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} = -\frac{1}{\rho_{\mathcal{H}}} \frac{\partial p}{\partial r};$$

$$v_r \cdot \frac{\partial v_{\theta}}{\partial r} = 0. \qquad (r \to 0, \forall t > 0)$$
(4)

Третье уравнение системы (2) при этом превращается в тождество. Начальные условия задачи принимают следующий вид

$$w = \dot{w} = v = \dot{v} = v_r = v_\theta = p = 0, \quad \rho_{\mathcal{H}} = \rho_0.$$
 (5)

2. Построение разностной схемы решения нелинейной двумерной задачи гидроупругости для цилиндрического трубопровода с жидкостью

Нелинейная система дифференциальных уравнений колебаний трубопровода, заполненного идеальной сжимаемой жидкостью, с граничными и начальными условиями решается методом прямого численного интегрирования с использованием явных разностных схем.

Предварительно по следующим формулам

$$r/R = \overline{r}; ct/R = \tau^0; w/h = \overline{w}; v/h = \overline{v}; v_r/c = \overline{v}_r; v_\theta/c = \overline{v}_\theta; \rho_{\mathcal{H}}/\rho_0 = \widetilde{\rho} > 1$$

введены безразмерные независимые переменные и функции; *с* – скорость звука в жидкости в состоянии покоя; в дальнейшем чёрточки над символами будем опускать.

Область определения задачи  $0 < \theta < 2\pi$ , 0 < r < R разобьём семейством лучей  $\theta = const$  и концентрических окружностей r = const на элементарные ячейки и построим сеточные функции

$$f_{k,n}^{m} = f(k\Delta\theta; n\Delta r; m\Delta\tau);$$
  
$$\Delta r = \frac{R - R_{0}}{n - 1}; \quad \Delta \theta = \frac{2\pi}{k - 1} (k = 1, 2, \dots, K; n = 1, 2, \dots, N; m = 0, 1, 2, \dots, M).$$

Здесь  $\Delta \theta$ ,  $\Delta r$  и  $\Delta \tau$  – шаги разностной сетки;  $R_0$  – радиус малой окружности с центром в начале координат. Численное решение строится в области  $R_0 < r < R$ . Явная разностная аппроксимация дифференциальных уравнений колебания стенок трубопровода имеет следующий рекуррентный вид

$$\vec{f}_{k,n}^{m+1} = 2\vec{f}_{k,n}^m - \vec{f}_{k,n}^{m-1} + (\Delta\tau)^2 \bigg[ \left(\vec{F}_j\right)_{k,n}^m + q_{K,N}^m - p_{K,N}^m \bigg], \tag{6}$$

где  $\vec{f}$  означает вектор с компонентами w и v;  $\vec{F}_j$  – вектор числовых значений дифференциальных операторов, элементы которых определяются в узлах сеточной области;  $\vec{q}_{K,N}^m$  и  $\vec{p}_{K,N}^m$  – сеточные значения вектора поверхностной и контактной гидродинамической нагрузки.

Дифференциальные уравнения движения гидродинамики (в нашем случае трёхмерные) интегрируются численно в области  $R_0 < r < R$  по явной двухслойной разностной схеме

$$\vec{F}_{k,n}^{m+1} = \vec{F}_{k,n}^{m} + \Delta \tau \vec{\Lambda}_{k,n}^{m},$$
(7)

где  $\vec{F}$  – вектор с компонентами  $v_r, v_{\theta}, \rho_{\mathcal{H}}; \vec{\Lambda}$  – вектор значений дифференциальных операторов. Разностная аппроксимация производных по пространственным переменным имеет второй порядок точности, а по времени – первый.

Взаимодействие стенок конструкции с заполняющей её жидкостью осуществляется с помощью контактного условия (3) в точках внутренней поверхности, которое аппроксимируется следующим образом

$$(v_r)_{K,N}^m = -\left(\frac{w_K^m - w_K^{m-1}}{\Delta\tau}\right).$$
(8)

Аналогичным образом аппроксимируются предельные условия в точках вертикального диаметра. Рассмотренная здесь аппроксимация нелинейной системы дифференциальных уравнений в частных производных представляет собой явную трёхслойную разностную схему для конструкции и двухслойную для жидкости. Сходимость разностного решения к точному (дифференциальному) связана с выполнением условий аппроксимации и устойчивости – аппроксимация плюс устойчивость дают сходимость решения. Применительно к разностным схемам, аппроксимирующим динамические задачи гидроупругости, устойчивость чаще всего исследуют по отношению к возмущению начальных данных, то есть выясняют, как с ростом времени *t* накапливается ошибка, возникающая на некотором этапе  $t_m = m \Delta \tau$  вычислительного процесса.

При реализации разностной схемы на ЭВМ необходимо иметь в виду следующие соображения. Шаг интегрирования по времени  $\Delta \tau$  должен быть выбран столь малым, чтобы на интервале времени действия внешней боковой нагрузки  $q(\theta, t)$  поместилось 15-20 временных шагов. Другими словами, необходимо весьма точно аппроксимировать закон изменения внешней импульсивной нагрузки, локально действующей на внешнюю поверхность трубопровода, содержащего идеальную сжимаемую жидкость.

С учётом сказанного, достаточно точное сеточное решение построено при следующем условии на шаге сеточной области в пространстве-времени  $r, \theta, t$ 

$$\Delta \tau = \min \frac{1}{4} \left[ \frac{\Delta r}{c}; \frac{\Delta \theta}{c_0} \right], \quad c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho(1 - v^2)}}.$$
(9)

#### 3. Анализ числовой информации и выводы

Численные расчёты проводились на интервале времени, за которое возмущения в гидроупругой системе проходили расстояния, равные нескольким радиусам трубопровода. Показано, что максимальные амплитуды гидродинамического давления на внутреннюю поверхность конструкции имеют место при первом отражении гидродинамической волны от криволинейной податливой поверхности (как от преграды). Подчеркнём, что при отражении плоской акустической волны от недеформируемой (жёсткой) и неподвижной преграды давление на неё удваивается (если стенка подвижная, то удвоение имеет место только в начальный момент взаимодействия, а затем происходит его спад). Наличие кривизны в отражающей поверхности, наоборот, повышает амплитуду отражённой волны (эффект кумуляции энергии). Разностная схема была реализована для гидродинамической системы со следующими параметрами:

Поперечное внешнее давление в точках наружной поверхности трубопровода изменялось по закону  $H[\pi/2 - |\theta|]\cos\theta$ , где  $H(\xi)$  – единичная функция Хевисайда. Во времени давление изменялось по закону треугольника с малой продолжительностью действия t = 50 mc. Ввиду симметрии задачи рассматривалась только правая половина расчётной области  $R_0 < r < R, 0 \le \theta < \pi$ .

На рис.2 представлены эпюры гидродинамического давления по радиальной координате при  $\theta = \pi$  для нескольких фиксированных моментов времени



(цифры у кривых).

Основные закономерности поля гидродинамических давлений заключаются в следующем. Эволюция давления в жидкости представляет собой размытый треугольный профиль, амплитуда которого возрастает по мере фокусировки волны в окрестности точки *В*. Именно в окрестности этой точки бурно возрастает гидродинамическое давление, способное привести к повреждению трубопровода и, следовательно, к утечке жидкости. Неоднородность внутреннего нагружения приводит к изгибу конструкции.

Закономерности изменения гидродинамического давления во времени в фиксированных точках наблюдения A, O и B (цифры 1, 2 и 3 соответственно) показаны кривыми на рис. 3. Наблюдается значительная трансформация ударного импульса давления q(t) с одновременным ростом амплитуды давления по мере приближения сходящейся волны к точке B (точке контакта). Это приводит к неравномерному распределению контактных давлений на внутренней криволинейной поверхности трубопровода.

Выявление значительного усиления головного скачка давления в жидкости позволяет оптимизировать параметры гидроупругой системы с целью уменьшения динамических нагрузок на конструкцию трубопровода и, следовательно, повышения её динамической прочности.



Малые (отрицательные) флуктуации значений давления на этих фигурах можно отнести на счёт разностной схемы, приближённо аппроксимирующей дифференциальные операторы начальнокраевой задачи, а некоторое "размывание" профиля давления свойственно всем численным схемам сквозного счёта.

Зависимости от времени окружных деформаций трубы  $\varepsilon_{\theta}$  в точках наблюдения *A*, *D* и *B* (цифры 1, 2 и 3 соответственно) представлены на рис. 4.



Кривые на рис.4, a соответствуют деформации наружного волокна, а на рис.4,  $\delta$  – внутреннего.

Структура и свойства этих зависимостей обнаруживает полную корреляцию окружной деформации в указанных точках поверхности конструкции.

Действие направленного взрыва в любой точке вызывает динамическую реакцию с резким фронтом быстрого нарастания амплитуды до максимальных значений. В точках B и D амплитуды нарастают плавно; изменения знака у  $\varepsilon_{\theta}$  свидетельствует о растяжении-сжатии трубы в окружном направлении. Это может привести к авариям трубопроводных систем в связи с зарождением трещин вдоль образующих (в направлении швов). Причём, самая ранняя трещина появляется в окрестности лобовой точки (точка A); затем процесс трещинообразования продолжается в сечениях B и D, в которых гидродинамическая нагрузка начинает возрастать.

Следовательно, при заданных значениях исходных данных (и при действии направленного поперечного взрыва) в трубе последовательно формируются четыре зоны возможного разрушения, ориентированного вдоль образующих.



Результаты расчётов окружной деформации в срединной поверхности трубы представлены графиками зависимости от времени в сечении *A* (Рис.5). Штриховая линия относится к случаю полного заполнения трубы идеальной сжимаемой жидкостью; сплошная линия – результат расчётов для "сухой" оболочки.

Сопоставляя последнюю кривую с зависимостью 1 на рис.4а, видим, что на начальном этапе колебаний

конструкции их амплитуда и фаза полностью совпадают. С ростом времени результаты расходятся, причём, для "сухой" трубы деформация  $\varepsilon_{\theta}$  совершает незатухающие колебания (жидкость играет роль демпфера). Ещё более ярко выраженный эффект демпфирования нестационарных колебаний трубопро-водов можно получить, заполняя их внутренний объём вязкой жидкостью.

Графиками на рис. 6 представлены результаты расчётов профилей нормальных перемещений w по угловой координате  $\theta$  точек цилиндрической поверхности трубопровода в различные (фиксированные) моменты времени 0,2; 0,4 и 0,6 (цифры 1,2 и 3 соответственно). Анализ эпюр *w* показывает, что топология поверхности изменяется с ростом времени. Экстремальных значений прогибы достигают в окрестности полюса  $\theta = 0$ . С ростом угловой координаты прогибы изменяют знаки, что может приводить к отрыву наполнителя от внутренней поверхности трубы. С ростом времени отрывы могут трансформироваться в последующие схлопывания.

При отрыве среды от поверхности конструкции граничными условиями для оболочечных узлов являются свободные переме-



щения. В этом случае возникает течение среды со свободными (заранее неизвестными) границами. Сложность задачи значительно возрастает.

Условием образования кавитационного отрыва жидкости является обращение в нуль контактного давления. Важно найти в пространственно-временных координатах место и время возникновения кавитационных отрывов.

В заключение обратимся к вопросам динамического разрушения строительных конструкций, нагруженных вдоль образующей внешней поверхности импульсом взрывного давления. Среди разнообразных критериев пробивания стенки конструкции может быть выбран следующий (сравнительно простой): трубопровод разрушается, если в каком-либо из его элементов деформации изгиба  $\varepsilon_{\theta}$  превышают допускаемые значения  $|\varepsilon_{\theta}| \ge [\varepsilon_{\kappa}]$ .

Обратим также внимание на появление и откольного разрушения, вызванного отражением импульса сжатия от внутренней поверхности трубы. Это имеет место для весьма коротких импульсов сжатия  $(1 \div 2)$  мс. Такой импульс

можно представить интегралом  $\int_{0}^{1} q(t)dt = I_0 = const$ . В этом случае механиче-

ское воздействие на наружную поверхность конструкции сводится к заданию радиальной скорости частиц трубы в начальный момент времени

$$\dot{w}(\theta,t) = \frac{I_0}{\rho h} \cos(n\theta) \left(t = 0, \quad \left|\theta\right| < \pi/2\right).$$
(10)

Для весьма коротких импульсов внешнего воздействия фронт ударной волны сжатия от наружной поверхности распространяется по направлению к тыльной поверхности. Вследствие отражения от неё волна сжатия трансформируется в волну растяжения (разгрузки), распространяющуюся в обратном направлении.

1. Берштейн М.С. Динамика магистральных трубопроводов. – М.: Недра, 1992. – 281 с.

2. *Кубенко В.Д.* Нестационарное взаимодействие элементов конструкций со средой. – Киев: Наукова думка, 1979. – 236 с.

3. Иванов В.Н., Минаев В.И. и др. Пластичность, разрушение и масштабный эффект при взрывном нагружении стальных труб// Физика горения и взрыва, 1974, вып.10, №4. – С. 603-607.

4. Ильгамов М.А., Иванов В.А., Гулин Б.В. Расчёты оболочек с упругим заполнителем (средой). – М.: Наука, 1987. – 260 с.

5. *Сабодаш П.Ф.* Распространение волн в ортотропной оболочке вращения конечной длины// Изв. АН СССР, Механика твёрдого тела, 1985, №2. – С. 163-170.

6. Шмаков В.П. Об уравнениях осесимметричных колебаний цилиндри-ческой оболочки с жидким заполнителем// Изв. АН СССР, Механика твёрдого тела, 1964, №1. – С. 170-173.

7. Ляхов В.Н., Подлубный В.В., Титаренко В.В. Воздействие ударных волн на элементы конструкций. – М.: Машиностроение, 1989. – 391 с.

8. *Иванов С.А.* Численное решение задачи об истечении газа из замкнутого объёма (газопровода) в атмосферу// Письма в ЖТФ, 2006, т.31, №1. – С.17-23.

9. *Березина М.Х., Ершов Л.В.* Численное интегрирование уравнений плос-кой задачи динамики упругих толстостенных цилиндрических оболочек// Изв. АН СССР, Инженерный журнал, МТТ, 1964, №3. – С. 17-25.

10. Айбер Люкс. Практические примеры расчёта на сопротивление хрупкому разрушению трубопроводов под давлением// В кн. Разрушение, глава 5. – М.: Машиностроение, 1977. – 305 с.

11. Фролов К.В., Махутов Н.А. Основные принципы расчёта строительных конструкций, подверженных аварийным ударным воздействиям// Сб. Проблемы безопасности при чрезвычайных ситуациях. – М.: ВИНИТИ, 1994. – 159 с.



# Экспериментальные исследования

### БЕЗБАЛОЧНЫЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ ПЕРЕКРЫТИЯ: ОСОБЕННОСТИ КОНСТРУКЦИИ И ТЕХНОЛОГИИ ВОЗВЕДЕНИЯ

А.П. СВИНЦОВ, д-р техн. наук, А.Н. МАЛОВ, канд. техн. наук, Ю.В. НИКОЛЕНКО, канд. техн. наук, А.А. ГАНИН, магистр техники и технологии Российский университет дружбы народов, Москва

Строительство современных жилых и общественных зданий характеризуется архитектурно-конструктивными решениями с возможностью осуществлять гибкую планировку помещений для эффективного использования строительного объема. Одним из технических решений, наиболее полно отвечающих указанным условиям, являются безбалочные плоские бескапительные железобетонные перекрытия, которые обладают рядом преимуществ по сравнению с железобетонными перекрытиями других типов. Прежде всего, это техническая и технологическая возможность эффективного использования всего архитектурного объема здания благодаря отсутствию выступающих в потолках ригелей, а также доступностью сопряжения со стенами и перегородками. По данным А.Э. Дорфмана и Л.Н. Левонтина [1] «безбалочные перекрытия дают возможность создавать рамный каркас в двух направлениях, который в ряде случаев позволяет отказаться от связей, в результате чего значительно увеличивается полезный объем здания». Безбалочные перекрытия позволяют также устранить скопление дыма, наблюдаемое при пожаре в «карманах» между балками перекрытий других типов. С архитектурной точки зрения безбалочные перекрытия имеют плоский потолок, что позволяет относительно свободно располагать технологическое оборудование и инженерные коммуникации.

Одним из важнейших недостатков безбалочных железобетонных перекрытий является ограниченность расстояния между колоннами, которое обычно не превышает 6,6 м при толщине плиты 250-300 мм. Увеличение пролета приводит к необходимости увеличения толщины плиты, что связано с увеличением расхода материалов на единицу площади и возрастанием нагрузки от собственного веса. Кроме того, величина пролетов ограничена прогибами, которые относительно велики и со временем возрастают вследствие усталостных деформаций, развивающихся в перекрытии.