

ОПРЕДЕЛЕНИЕ АКТИВНОСТИ ОПАСНЫХ СЕЧЕНИЙ ДВУХЭТАЖНОЙ РАМЫ В ПРЕДЕЛЬНОМ СОСТОЯНИИ

М.В. БЕЛОВ, *старший преподаватель,*
А.Н. РАЕВСКИЙ, *д-р техн. наук, профессор*
Пензенский государственный университет архитектуры и строительства

Для статически неопределимых стержневых систем не достаточно образования одного пластического шарнира для разрушения всей конструкции. С возрастанием нагрузки в конструкции будут образовываться всё новые и новые пластические шарниры в местах исчерпания несущей способности сечений элементов, и тем самым будет снижаться степень ее неопределимости. Это будет происходить до тех пор, пока вся она, или часть не превратится в изменяемую систему, то есть произойдет разрушение.

Проведем анализ предельного состояния стержневых систем с образованием пластических шарниров и определим коэффициенты активности опасных сечений с учетом местного изменения жесткостей элементов [4-8].

Предельную нагрузку для железобетонных и металлических каркасов с небольшой гибкостью стоек (до $\lambda \leq 40$) можно определить методом предельного равновесия с использованием линейного математического программирования. При этом обычно принимают допущения об однопараметрическом возрастании всех внешних сил. Условия прочности в опасных сечениях рамы принимают в виде

$$M_j \leq (M_{jnp} = M_j^0) \quad (j = 1; 2; 3; \dots, n), \quad (1)$$

где M_j^0 – предельные значения моментов в опасных сечениях, определенные с использованием геометрических параметров сечения и расчетного сопротивления арматуры R_s и бетона R_b или предела текучести $R_y = \sigma_d$ – для металла.

Однако по результатам такого расчета на ПЭВМ (M_{np} и F_{np}) нельзя определить какие сечения являются наиболее слабыми в местах образования пластических шарниров и в наибольшей степени влияют на несущую способность каркаса, определяемой значением F_{np} . Для решения такой актуальной задачи, связанной с рациональным усилением каркаса, необходимо выполнить кинематический анализ предельного состояния рамы с образованием пластических шарниров. Поиск слабых сечений и элементов предлагается выполнить с использованием коэффициента активности по сечениям, в которых в предельном состоянии возникли пластические шарниры.

Значения коэффициентов активности получим на основе энергетического принципа, составленного для механизма разрушения в виде равенства работ внешних и внутренних сил

$$\sum F_k \cdot \Delta_{FK} = \sum M_j^0 \cdot \theta_j. \quad (2)$$

Здесь Δ_{FK} – перемещения точек приложения сосредоточенных сил, выраженные через единый параметр углов поворота отдельных звеньев механизма θ_n , F_k – внешние силы в отдельных местах (сечениях) рамы, которые могут быть выражены через единый параметр $F_k = F \cdot \beta_k$.

Предельное значение параметра F определяется из равенства (3)

$$F_{np} = \sum M_j^0 \theta_j / (\sum \beta_k \Delta_{FK}) = \sum_{n_{on}} f_j M_j^0, \quad (3)$$

где f_j – коэффициенты активности отдельных сечений элементов рамы [2], определяемые из частных производных $\partial F_{np} / \partial M_j^0$, можно получить по формуле

$$f_j = \theta_j / (\sum \beta_k \cdot \Delta_{FK}). \quad (4)$$

Сравнивая полученные значения коэффициентов активности f_i по сечениям, можно выяснить наиболее слабые сечения рамы (из условия образования пластических шарниров), усиление которых наиболее эффективно для повышения несущей способности рамы в целом

Для решения рассматриваемой задачи на ПЭВМ авторами разработана программа «StroiMAX», расчета стержневых систем в упругопластической стадии. В ней автоматически формируются уравнения равновесия, образующие статическую матрицу и с использованием симплекс метода линейного математического программирования производится расчет определением значения изгибающих моментов во всех опасных сечениях рамы $M_j \leq M_{np}$ с характерной эпюрой и определения параметра предельной нагрузки F_{np} .

Далее по эпюре M_{np} можно определить механизм разрушения рамы, выраженной значениями θ_j при $\theta_n = 1$. Тогда из равенства (3) определяются значения f_i для всех опасных сечений.

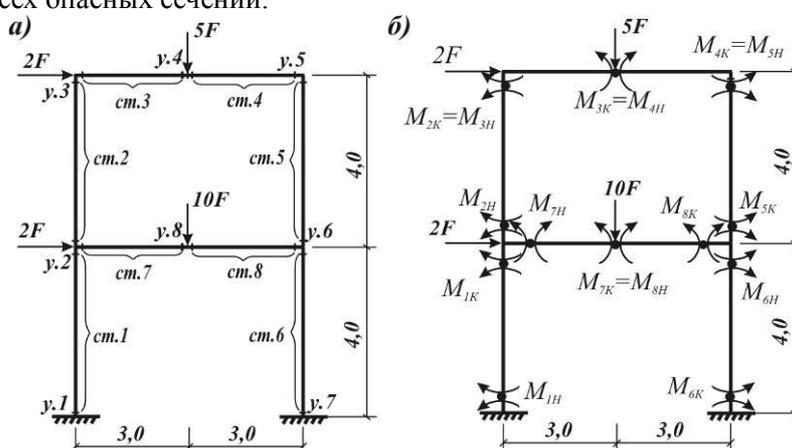


Рис. 1

Рассчитаем двухэтажную раму схема, которой представлена на рис. 1,а так, что предельные моменты в опасных сечения равны:

$$M_{1H}^0 = M_{1K}^0 = M_{3H}^0 = M_{3K}^0 = M_{4H}^0 = M_{4K}^0 = M_{6H}^0 = M_{6K}^0 = 85 \text{ кНм};$$

$$M_{7H}^0 = M_{7K}^0 = M_{8H}^0 = M_{8K}^0 = 170 \text{ кНм};$$

$$M_{2H}^0 = M_{2K}^0 = M_{5H}^0 = M_{5K}^0 = 42,5 \text{ кНм}.$$

У этой рамы можно отметить 12 опасных сечений, т.е. $n_{on} = 12$. Опасные сечения расположены по концам стержней и нумеруются соответственно по номеру стержня с индексами «н» и «к» обозначающими соответственно начало и конец стержня по порядку введения исходных данных в программу. Сечения в центре ригеля, соединяющие два стержневых элемента начало одного и конец другого, объединены в одно сечение. Номера узлов и стержней формируются внутри программы по порядку введения.

Сначала необходимо определить какая нагрузка будет разрушающей, и в каких сечениях возникнут предельно допустимые моменты в момент образования шарниров пластичности.

Основные уравнения равновесия отдельных частей рамы можно представить в виде статической матрицы (табл. 1). Эти уравнения можно ввести в ручную на ПЭВМ или получить автоматически статическую матрицу по программе «StroiMAX». Откуда после расчета получаем эпюру моментов (рис. 2, а) со следующими значениями моментов в предельном состоянии (рис. 2,б) и параметром предельной нагрузки $F_{np} = 14,783 \text{ кН}$.

Таблица 1

	Стержень №1			Стержень №2			Стержень №3			Стержень №4			Стержень №5			Стержень №6			Стержень №7			Стержень №8			Сила F	
	N(1)	M(1)н	M(1)к	N(2)	M(2)н	M(2)к	N(3)	M(3)н	M(3)к	N(4)	M(4)н	M(4)к	N(5)	M(5)н	M(5)к	N(6)	M(6)н	M(6)к	N(7)	M(7)н	M(7)к	N(8)	M(8)н	M(8)к		
Узел №2	ΣM	1/4	-1/4		-1/4	1/4													1							2
	ΣX	-1		1																1/3	-1/3					
	ΣY			-1		1														1						
Узел №3	ΣM			1/4	-1/4	1																				2
	ΣX			1				-1/3	1/3																	
	ΣY					-1		1																		
Узел №4	ΣM						-1			1																
	ΣX						-1/3	1/3		1/3	-1/3															-5
	ΣY								-1		1															
Узел №5	ΣM									1				-1/4	1/4											
	ΣX									1/3	-1/3	1														
	ΣY											1		-1												
Узел №6	ΣM												1/4	-1/4									1			
	ΣX												1										-1/3	1/3		
	ΣY													1										1		
Узел №8	ΣM																		1			-1				
	ΣX																				-1/3	1/3		1/3	-1/3	-10
	ΣY																					-1		1		

Примечание: "Пустым" клеткам соответствуют нули

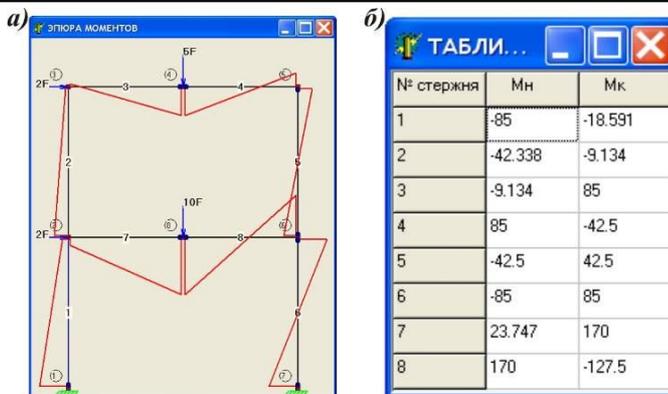


Рис. 2

На рис 3, а показана эпюра моментов с указанием мест возникновения пластических шарниров. Этому соответствует разрушение рамы по комбинированной схеме (рис. 3, б) при избыточном числе пластических шарниров, $n_{пл.ш} = 8 > (c + 1)$. Теперь уже зная схему разрушения, проводим кинематический анализ конструкции и определяем коэффициенты активности в опасных сечениях f_j из формулы (3)

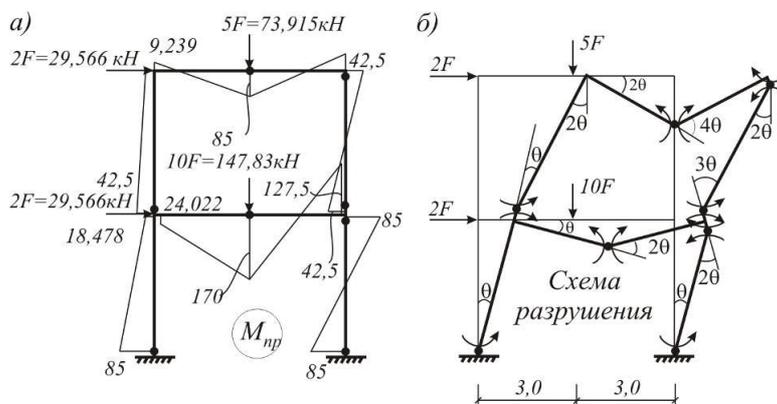


Рис. 3

$$F_{np} = \sum_{j=1}^{n_{он}} f_j M_j^0 = f_{1H} M_{1H}^0 + f_{2H} M_{2H}^0 + f_{3K(4H)} M_{3K(4H)}^0 +$$

$$\begin{aligned}
& + f_{5H} M_{5H}^0 + f_{5K} M_{5K}^0 + f_{6H} M_{6H}^0 + f_{6K} M_{6K}^0 + f_{7K(8H)} M_{7K(8H)}^0 = \\
& = 0,01087 \cdot 85 + 0,01087 \cdot 42,5 + 0,04348 \cdot 85 + 0,04348 \cdot 42,5 + \\
& + 0,03261 \cdot 42,5 + 0,02174 \cdot 85 + 0,01087 \cdot 85 + 0,02174 \cdot 170 = 14,783 \text{ кН}.
\end{aligned}$$

Из величин коэффициентов активности видно, что наименее активными являются сечения 1н, 2н и 6к, активнее сечения 6н и 7к (8н), более активным является сечение 5к, и наиболее активными являются сечения 3к(4н) и 5н, усиление которых приводит к наибольшему увеличению несущей способности всей конструкции.

Однако, увеличив жесткость сечения 2н на незначительную величину (на 0,024% приняв $M_{2H}^0 = 42,51 \text{ кН}\cdot\text{м}$), видим после расчета на компьютере, что расчетная схема меняется коренным образом (рис. 4), притом, что значение предельной силы и распределение изгибающих моментов останется прежним. Результат останется таким же, если увеличить жесткость сечения 2н на гораздо большую величину. Этому соответствует разрушение рамы по комбинированной схеме (рис. 4, б) уже при меньшем числе пластических шарниров

$$n_{n.l.u} = 7 > (c + 1).$$

Проводим аналогично предыдущему кинематический анализ сооружения с новым определением коэффициентов активности

$$\begin{aligned}
F_{np} &= \sum_{j=1}^{n_{on}} f_j M_j^0 = f_{1H} M_{1H}^0 + f_{3K(4H)} M_{3K(4H)}^0 + f_{5H} M_{5H}^0 + \\
& + f_{5K} M_{5K}^0 + f_{6H} M_{6H}^0 + f_{6K} M_{6K}^0 + f_{7K(8H)} M_{7K(8H)}^0 = \\
& = 0,01449 \cdot 85 + 0,02899 \cdot 85 + 0,02899 \cdot 42,5 + 0,02899 \cdot 42,5 + \\
& + 0,02899 \cdot 85 + 0,01449 \cdot 85 + 0,02899 \cdot 170 = 14,783 \text{ кН}.
\end{aligned}$$

Активность сечений 2-го этажа уменьшилась, особенно сечения 5к, а у 1н осталась прежней.

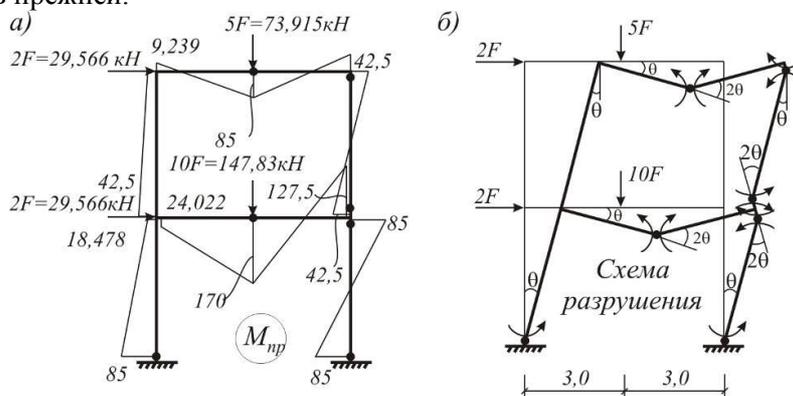


Рис. 4

Проведем еще один эксперимент, увеличив жесткость колонн первого этажа в 5 раз, оставив остальные данные исходными. После расчета на ПЭВМ видим, что при наступлении разрушающей нагрузки, которая остается прежней, в нижней части рамы раскрывается на один пластический шарнир меньше.

Раскрытие других пластических шарниров конструкцию 1-го этажа рамы превращает в статически определимую систему без разрушения, притом, что конструкция 2-го этажа складывается. Этому соответствует частичное разрушение рамы по комбинированной схеме (рис. 5, б) при разрушении 2-го этажа рамы при избыточном числе пластических шарниров $n_{n.l.u} = 7 > (c + 1)$.

Снова проводим кинематический анализ [формула (3)] с новым определением коэффициентов активности

$$F_{np} = \sum_{j=1}^{n_{on}} f_j M_j^0 = f_{2H} M_{2H}^0 + f_{3K(4H)} M_{3K(4H)}^0 + f_{5H} M_{5H}^0 + f_{5K} M_{5K}^0 =$$

$$= 0,04348 \cdot 42,5 + 0,09696 \cdot 85 + 0,09696 \cdot 42,5 + 0,04348 \cdot 42,5 = 14,783 \text{ кН.}$$

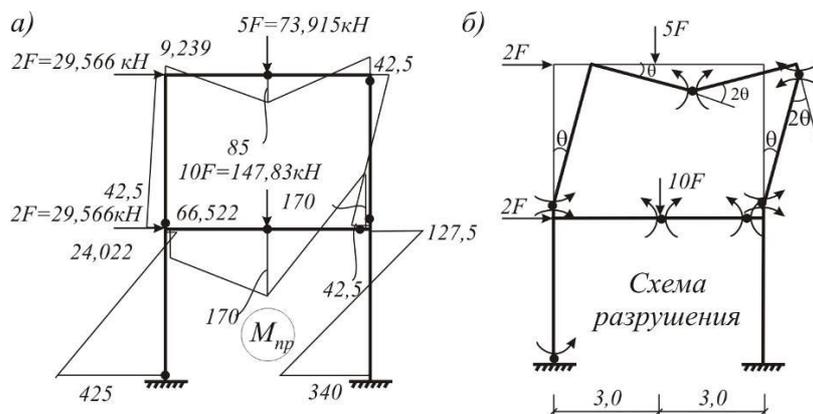


Рис. 5

Сечения 1н, 8к, 7к(8н) для данной схемы разрушения не являются активными, так как разрушение происходит только в верхней части рамы по сечениям 2н, 3к(4н), 5н и 5к. У данной рамы существует более 60 возможных механизмов разрушения в зависимости от комбинации предельных несущих способностей опасных сечений.

Теперь вернемся к исходным данным (рис. 1) и определим наиболее приемлемый вариант усиления. Из анализа механизма разрушения видно, что наиболее эффективным будет усиление 3к(4н) и 5н сечений для второго этажа, а также 6н и 7к(8н) – для первого.

Усиление нужно проводить на каждом этаже, даже если коэффициенты активности элементов одного этажа значительно выше, чем у другого, чтобы избежать частичного разрушения конструкции при меньшей нагрузке (рис. 5, б).

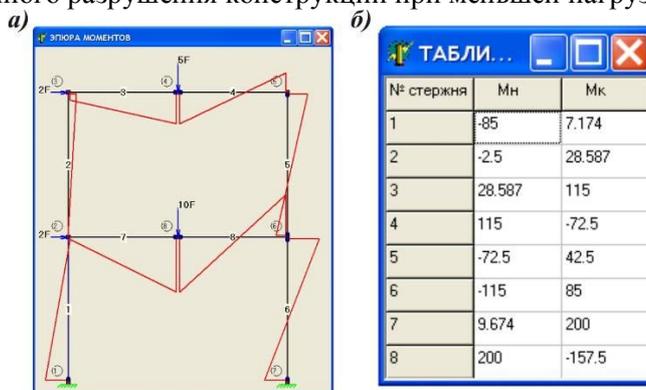


Рис. 6

Увеличим предельные моменты этих сечений на 30 кН·м:

$$M_{3K(4H)}^0 = M_{6H}^0 = 115 \text{ кН·м; } M_{5H}^0 = 72,5 \text{ кН·м; } M_{7K(8H)}^0 = 200 \text{ кН·м.}$$

По программе «StroiMAX» получаем параметр предельной нагрузки $F_{np} = 18,261 \text{ кН}$ и эпюру моментов с местами образования пластических шарниров (рис. 6, а) и таблицу значений распределения изгибающих моментов в предельном состоянии (рис. 6, б). тому соответствует разрушение рамы по комбинированной схеме (рис. 7, б), такой же, как (рис. 4,б) при числе пластических шарниров $n_{пл.ш} = 7 > (c + 1)$.

Проводим аналогично кинематический анализ конструкции:

$$\begin{aligned}
F_{np} &= \sum_{j=1}^{n_{on}} f_j M_j^0 = f_{1H} M_{1H}^0 + f_{3K(4H)} M_{3K(4H)}^0 + f_{5H} M_{5H}^0 + \\
&+ f_{5K} M_{5K}^0 + f_{6H} M_{6H}^0 + f_{6K} M_{6K}^0 + f_{7K(8H)} M_{7K(8H)}^0 = \\
&= 0,01449 \cdot 85 + 0,02899 \cdot 115 + 0,02899 \cdot 72,5 + 0,02899 \cdot 42,5 + \\
&+ 0,02899 \cdot 115 + 0,01449 \cdot 85 + 0,02899 \cdot 200 = 18,261 \text{ кН}.
\end{aligned}$$

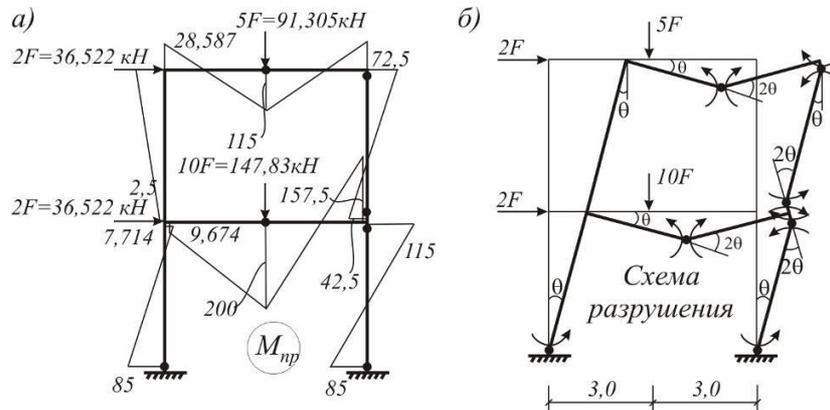


Рис. 7

Из расчета следует, что усиление только четырех сечений значительно увеличивает несущую способность всей конструкции, вызывая возрастание всей нагрузки на 23,5%.

А теперь с кинематической точки зрения путем перебора механизмов разрушения определим три наиболее вероятных схемы (механизма) разрушения (рис. 8) для начальных жесткостных характеристик с исходными предельными моментами.

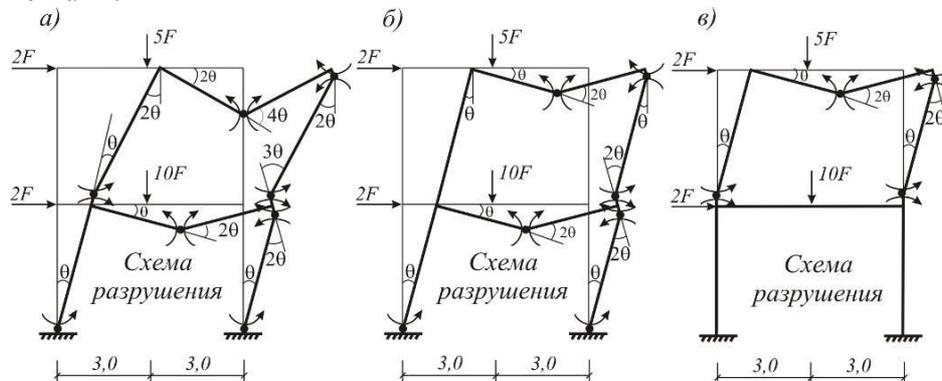


Рис. 8

Произведя вычисления (рис. 8, а, б, в) по формуле (3), получим одинаковые значения предельной силы

$$F_{np} = \sum_{j=1}^{n_{on}} f_j M_j^0 = 14,783 \text{ кН}.$$

Отсюда следует, что, способом перебора механизмов разрушения не всегда возможно определить истинную схему разрушения, конструкции так, например, в представленном случае (рис. 8), трем выбранным механизмам разрушения соответствует одно значения параметра предельной нагрузки.

Для определения точной схемы разрушения необходимо знать распределение внутренних усилий в предельном состоянии. Статический способ метода предельного равновесия наиболее рационально определяет распределение усилий с определением мест образования шарниров пластичности, а отсюда и схе-

му разрушения конструкции. Но он не может определить активность каждого сечения в общей работе системы, т.е. те сечения, которые необходимо усилить. Определить коэффициенты активности сечений, воспринимающих наибольшие усилия, можно осуществить кинематическим способом метода предельного равновесия, на основе энергетического подхода зная истинную схему разрушения конструкции, полученную из статического способа.

Л и т е р а т у р а

1. *Раевский, А.Н.* Определение вектора градиента критической силы для стержневых систем и использование его для рационального усиления жесткостей [Текст] / *А.Н. Раевский* // Журнал «Известия вузов. Строительство», №11. – Новосибирск: НИСИ (Сибстрин), 1997. – С. 138-141.

2. *Раевский, А.Н.* Качественный анализ предельного состояния рамных каркасов по прочности с образованием пластических шарниров [Текст] / *А.Н. Раевский, М.В. Белов* // Сборник материалов XXXII Всероссийской научно технической конференции, Часть 2: «Актуальные проблемы современного строительства». – Пенза, ПГАСА, Изд. ПГАСА, 25-27 марта 2003г. – С. 79-80.

3. *Белов, М.В.* Идея метода предельного равновесия в конечно-элементной постановке задачи с использованием линейного программирования [Текст] / *М.В. Белов, А.Н. Раевский* // Журнал «Строительная механика и расчет сооружений», №1 – Москва, Изд. ООО «Градация П», 2005. – С. 61 - 65.

4. *Раевский, А.Н.* Анализ предельного состояния рамных каркасов по прочности с целью выявления слабых мест для усиления [Текст] / *А.Н. Раевский, М.В. Белов, Г.А. Раевская* // Журнал: «Известия ТулГУ», Серия Строительные материалы, конструкции и сооружения, Вып. 6. – Тула Изд.ТулГУ, 2004. – С. 149-152.

5. *Белов, М.В.* Оптимальное усиление рамных каркасов из условия прочности при реконструкции [Текст] / *М.В. Белов* // V Всероссийский семинар: «Проблемы оптимального проектирования сооружений». – Новосибирск, НГАСУ (Сибстрин), 7-8 апреля 2005г. – С. 51-59.

6. *Белов, М.В.* Синтез и анализ усиления стержневых систем с учетом пластических свойств материала на основе метода предельного равновесия [Текст] / *М.В. Белов* // Строительная механика и расчет сооружений. – №1 – Москва, Изд. ООО «Градация П», 2006г. – С. 15-20.

7. *Белов, М.В.* Конечно-элементная постановка задачи упругопластического расчета стержневых систем с учетом прочности и устойчивости [Текст] / *Белов В.М.* // Вестник Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева. Серия естественных и технических наук. - № 4 (50). – Астана: ЕНУ, 2006. – С. 82-89.

8. *Белов, М.В.* Скрытые и явные пластические шарниры статически неопределимых стержневых систем в предельном состоянии [Текст] / *М.В. Белов, А.Н. Раевский* // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений, №3.– 2007. – С. 68-77.

9. *Белов, М.В.* Численные и экспериментальные исследования металлической рамы в предельном состоянии [Текст] / *Белов М.В., Раевский А.Н.* // Известия вузов. Строительство. – №3 – Новосибирск, НГАСУ (Сибстрин), 2008г. – С. 101 - 107.

10. *Белов М.В.* Конечно-элементный подход к методу предельного равновесия [Текст] / *Белов М.В., Раевский А.Н.* // Доклады I Всероссийской конференции «Проблемы оптимального проектирования сооружений». – Новосибирск, НГАСУ (Сибстрин), 2008. – С. 82-90.

ACTIVITY OF DANGEROUS SECTIONS OF THE TOW-STORY FRAME DEFINITION IN LIMITING CONDITION

Belov M.V., Raevsky A.N.

Limiting condition of rod systems is parsed in an elasto-plastic stage and activity coefficients of dangerous sections are defined.