

Расчет строительных конструкций

ПРИВЕДЕНИЕ ВАЛЬЦОВАННОГО U-ОБРАЗНОГО ПРОФИЛЯ С РЕДУЦИРОВАННЫМИ ЖЕСТКОСТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ К ГЛАДКОМУ ТАВРОВОМУ ПРОФИЛЮ

Ю.А. ВЕСЕЛЕВ, профессор,
М.С. КАРАБУТОВ, аспирант

Ростовский государственный строительный университет,
344025, Ростов-на-Дону, ул.2-я Пролетарская, 52/54, кв.86, kmcsmi-sha@yandex.ru

Определение жесткостных характеристик U-образных вальцованных профилей арочных конструкций затрудняется, прежде всего, вследствие их геометрии и работы в арочных конструкциях. В данной статье был проведен расчет редуцированных жесткостных характеристик вальцованных U-образных профилей круговых цилиндрических сводов. Учитывая сложность определения жесткостных характеристик таких профилей, были рассмотрены два возможных подхода: экспериментальный и твердотельное моделирование образца с учетом его вальцовки. В настоящей работе рассмотрен второй способ определения редуцированных жесткостных характеристик вальцованных профилей вдоль их длины и приведения их к «нормальному» тавровому сечению для расчета свода по арочной схеме. Моделирование гофрированного вальцованного профиля выполнялось с помощью программного комплекса Solid Works. Результатом явились обоснование перехода к тавровому сечению и расчет редуцированных жесткостных характеристик смоделированного вальцованного профиля.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: круговой цилиндрический свод, момент инерции, тавровое сечение, деформирование, конечно-элементный метод, компьютерное моделирование

Для того, чтобы применять инженерные (технические) методики к расчету круговых цилиндрических сводов, таких как арочные конструкции, состоящие из вальцованных тонкостенных U-образных профилей (см., например, [1]), необходимо знать приведенные редуцированные жесткостные характеристики таких профилей, как на изгиб, так и на сжатие. Несмотря на то, что имеются работы по определению этих характеристик теоретическим путем, нельзя сказать, что они в достаточной степени отражают истинную работу профилей. Арочная же схема расчета сводов обосновывается тем, что жесткость вальцованных корытообразных профилей в продольном их направлении значительно превышает жесткость в поперечном направлении. Последняя сопоставима с жесткостью тонкого листа со слабым гофрированием, какое и имеет широкая нижняя полка профиля. Итак, сложность состоит в том, что составляющие свод профили имеют поперечную гофрировку, приобретенную в процессе их вальцовки. Соответственно, в процессе вальцовки область упругой работы стали увеличивается (в результате явления наклепа). Это дает нам право считать, что в области эксплуатационных нагрузок сталь ведет себя как упругий материал.

С другой стороны, степень гофрирования по площади развертки профиля различна, вплоть до того, что отдельные участки не гофрированы, а слабо изогнуты. Учесть все особенности работы такого профиля теоретически, принимая во внимание еще и всякого рода технологические неточности при вальцовке, является непростой задачей.

На наш взгляд, существует лишь два наиболее надежных подхода к определению жесткостных характеристик таких профилей. Первый способ – экспе-

риментальный. В результате механических испытаний образцов профилей, работающих на чистое растяжение, либо чистый изгиб, можно получить из результатов эксперимента редуцированные площадь сечения и его момент инерции, ориентируясь на поперечные перемещения профиля. Можно также получить условные приведенные моменты сопротивления и условную приведенную площадь сечения для определения экстремальных значений напряжений, измеряя при этом максимальные и минимальные значения фибровых продольных напряжений в профиле. Чтобы оценить сложность напряженно-деформированного состояния вальцованного профиля, достаточно взглянуть на пример распределения продольных напряжений в двух соседних сечениях профиля, расположенных на расстоянии полуволны поперечного гофра в 1,5 см, представленных на рис. 1.

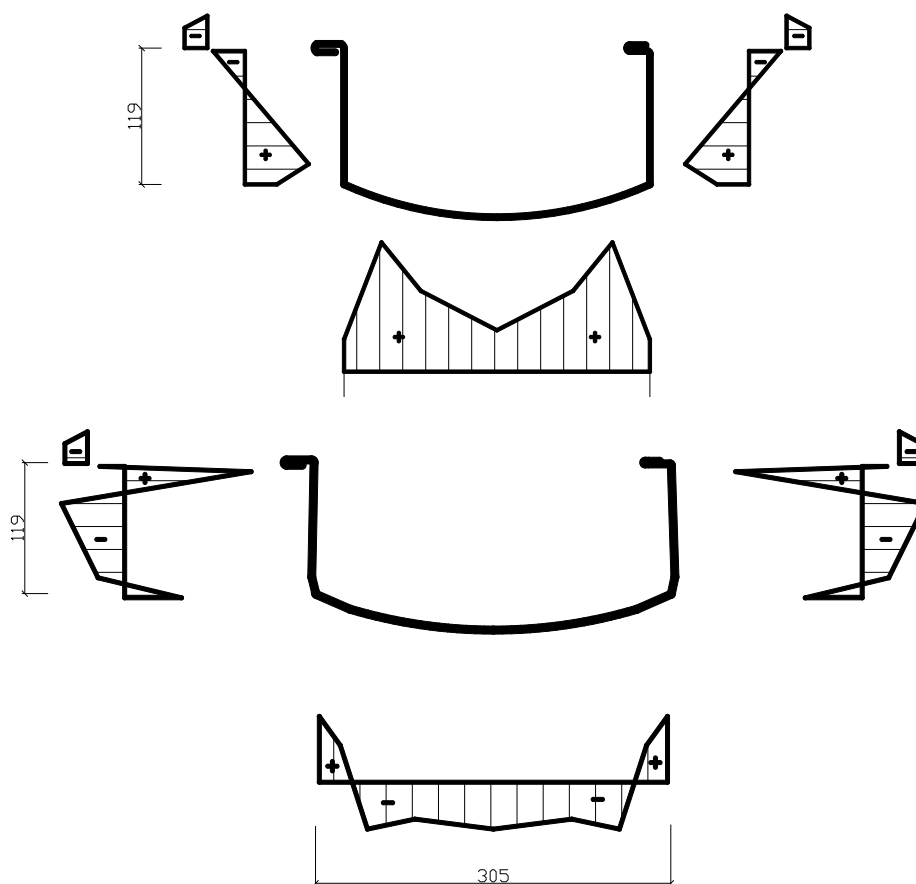


Рис. 1. Эпюры продольных нормальных напряжений в двух соседних поперечных сечениях профиля

Второй способ представляет собой твердотельное моделирование образца с учетом его вальцовки и проведение численного эксперимента, по форме повторяющего эксперимент физический.

В настоящей работе рассмотрен второй способ определения редуцированных жесткостных характеристик вальцованных профилей вдоль их длины и приведения их к «нормальному» тавровому сечению для расчета свода по арочной схеме.

Для определения редуцированного момента инерции J гофрированного профиля, изготовленного в системе МПС-120 из листовой стали $t = 1$ мм, моделируем фрагмент профиля длиной L в виде консольной балки в программном комплексе Solid Works и загрузим эту балку сосредоточенным моментом на конце. Вид расчетной схемы не имеет особого значения – важно, чтобы был обеспечен чистый изгиб. Гофрированность элемента при моделировании создаем с использованием оболочечных конечных элементов, учитывая тонкостенность профиля. Закрепляем связями стенки U-образного профиля из плоскости изгиба, учитывая, что в реальных конструкциях сводов соседние стенки профилей сцеплены и сдерживают друг друга.

Производим расчет балки методом конечных элементов на ЭВМ. Результаты вычислений по перемещениям представлены цветовой графикой на рисунке 2. Определим редуцированный момент инерции J сечения через полученные концевые перемещения, решая обратную задачу по формуле сопротивления материалов для консольной балки. Получим

$$J = 66.16 \text{ см}^4.$$

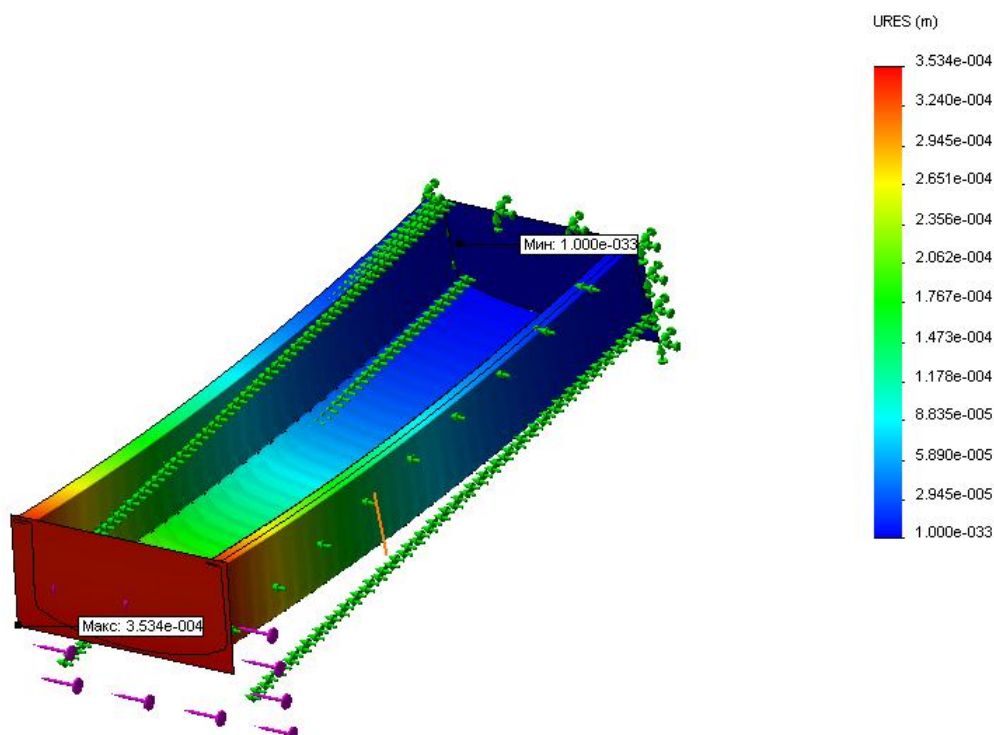


Рис 2. Результат перемещений изгиба гофрированного профиля (чистый изгиб)

Для определения редуцированной площади A , смоделированную в программном комплексе **Solid Works**, консольную балку загрузим сосредоточенной продольной силой и произведем расчет МКЭ. Результаты расчета перемещений в цветовой палитре показаны на рис. 3.

Определим редуцированную площадь A сечения через полученное перемещение при сжатии профиля:

$$A = 2.28 \text{ см}^2.$$

Переходим к эквивалентному тавровому сечению с известной площадью A и известным моментом инерции J . Назначаем размеры тавра b и h (рис. 4). Требуется определить неизвестные толщины t_f и t_w .

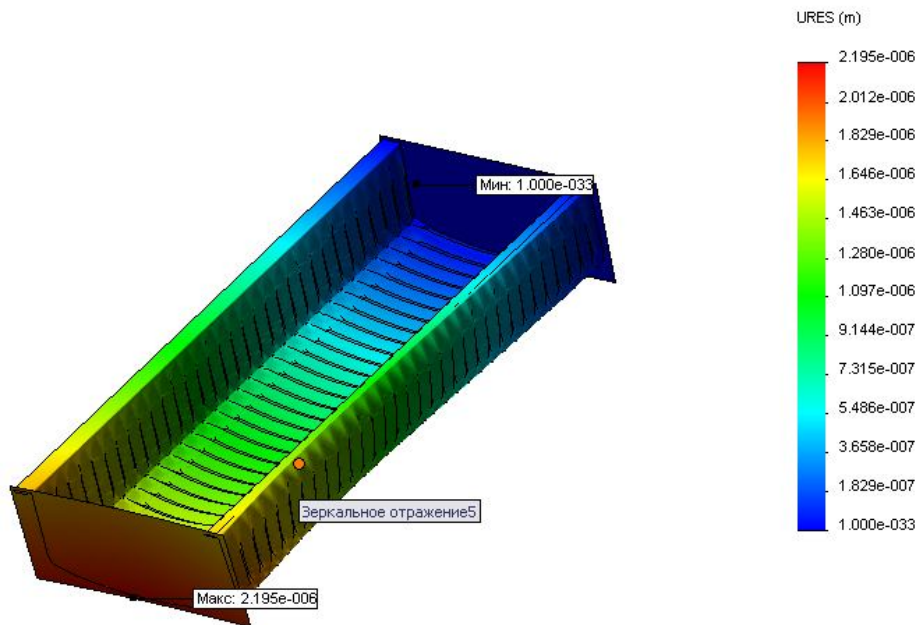


Рис 3. Результат перемещений сжатия гофрированного профиля

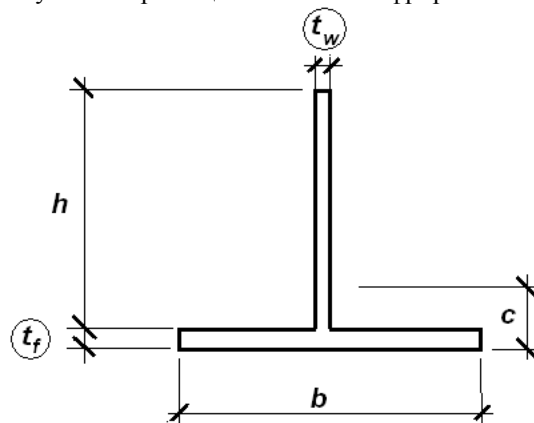


Рис 4. Геометрические параметры сечения

Для упрощения записи примем $t_f = t$. Выразим t_w через t . Если площадь

$$A = ht_w + bt, \quad \text{то} \quad t_w = \frac{A - bt}{h}. \quad (1)$$

Расстояние до центра тяжести сечения:

$$C = \frac{\frac{bt^2}{2} + ht_w \left(\frac{h}{2} + t \right)}{A} = \frac{bt^2 + ht_w(h + 2t)}{2A}. \quad (2)$$

Заменяя t_w через t (1), получим

$$c = \frac{bt^2 + (A - bt)(h + 2t)}{2A}. \quad (3)$$

Момент инерции:

$$J = \frac{t_w h^3}{12} + \frac{bt^3}{12} + t_w h \left(h + t - \frac{h}{2} - c \right)^2 + bt \left(c - \frac{t}{2} \right)^2 =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(A - bt)h^2 + bt^3}{12} + (A - bt) \left(\frac{h}{2} + t - c \right)^2 + bt \left(c - \frac{t}{2} \right)^2 = \\
&= \frac{(A - bt)h^2 + bt^3}{12} + (A - bt) \left[\frac{Ah + 2At - bt^2 - (A - bt)(h + 2t)}{2A} \right]^2 \\
&\quad + bt \left[\frac{bt^2 + (A - bt)(h + 2t) - At}{2A} \right]^2. \tag{4}
\end{aligned}$$

Промежуточные преобразования для числителей в скобках:
 $Ah + 2At - bt^2 - (Ah - bth + 2At - 2bt^2) = bt^2 + bth = bt(t + h);$
 $bt^2 + Ah - bth + 2At - 2bt^2 - At = -bt^2 - bth + Ah + At = -bt(t + h) + A(t + h)$
 $= (A - bt)(t + h).$

Тогда для момента инерции:

$$I = \frac{(A - bt)h^2 + bt^3}{12} + \frac{b^2 t^2 (A - bt)(t + h)^2 + bt(A - bt)^2 (t + h)^2}{4A^2}. \tag{5}$$

Приводя к общему знаменателю и умножая на него обе части равенства, получаем

$$\begin{aligned}
12JA^2 &= A^2(A - bt)h^2 + A^2bt^3 + 3bt(A - bt)(t + h)^2(bt + A - bt). \\
\text{Сокращая обе части на } A \text{ и приводя подобные члены, получаем} \\
12JA &= -3b^2t^4 + (4Ab - 6b^2h)t^3 + (6Abh - 3b^2h^2)t^2 + 2Abh^2t + A^2h^2. \tag{6}
\end{aligned}$$

Окончательно, получим уравнение 4-го порядка относительно t :

$$\begin{aligned}
a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 &= 0, \tag{7} \\
a_0 = A^2h^2 - 12JA; \quad a_1 = 2Abh^2; \quad a_2 = 6Abh - 3b^2h^2; \quad a_3 = 4Ab - 6b^2h; \\
a_4 &= -3b^2.
\end{aligned}$$

Решив это уравнение относительно t (сканированием t , либо используя стандартные программы), получим затем по (1) t_w .

В нашем случае, если принять $b = 30.9$ см и $h = 15$ см (габариты сечения вальцованного профиля), получим 4 комплексных корня; это говорит о том, что b и h не подходят для эквивалентного сечения.

Увеличим немного высоту, приняв $b = 30.9$ см и $h = 16.15$ см. Вычислим коэффициенты уравнения (7):

$$a_0 = -454.223; \quad a_1 = 36750.934; \quad a_2 = -740280.995; \quad a_3 = -92239.281; \quad a_4 = -2864.430.$$

Вводим коэффициенты в интерфейсную форму стандартной программы, изображенной на рис. 5.

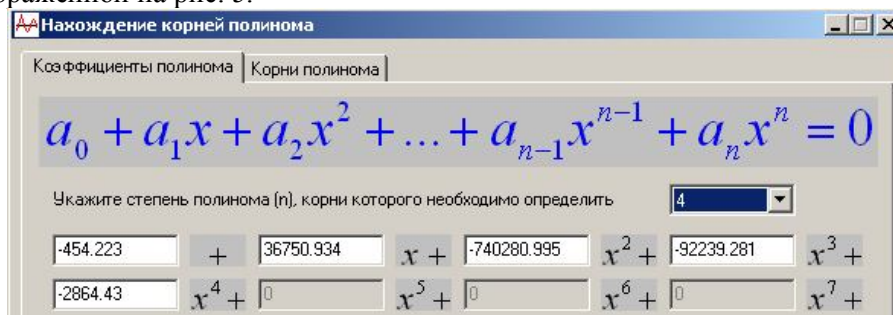


Рис 5. Ввод коэффициентов

Решив уравнение, получим два действительных корня полинома (рис. 6). Остальные корни получаются комплексными, и они здесь не приведены.

Нахождение корней полинома			
Коэффициенты полинома		Корни полинома	
	Re(Xi)	Im(Xi)	CABS[P(Xi)]
$X_1 =$	0.02389321	0	5.87e-015
$X_2 =$	0.02552285	0	7.17e-014

Рис 6. Корни полинома

Выберем первый корень полинома, приняв его значение равным толщине полки:

$$t_f = 0.02389321 \text{ см.}$$

Толщину стенки определяем по (1): $t_w = 0.095461289 \text{ см.}$

Моделируем Т-образный профиль с приведенными толщинами, полученными теоретическим расчетом (рис. 7). При этом стенку представляем двумя, в два раза меньшими по толщине, стенками. Произведем статический конечно-элементный расчет по схеме чистого изгиба, аналогично расчету вальцованного гофрированного профиля. Результаты моделирования и расчета показаны на рис.7.

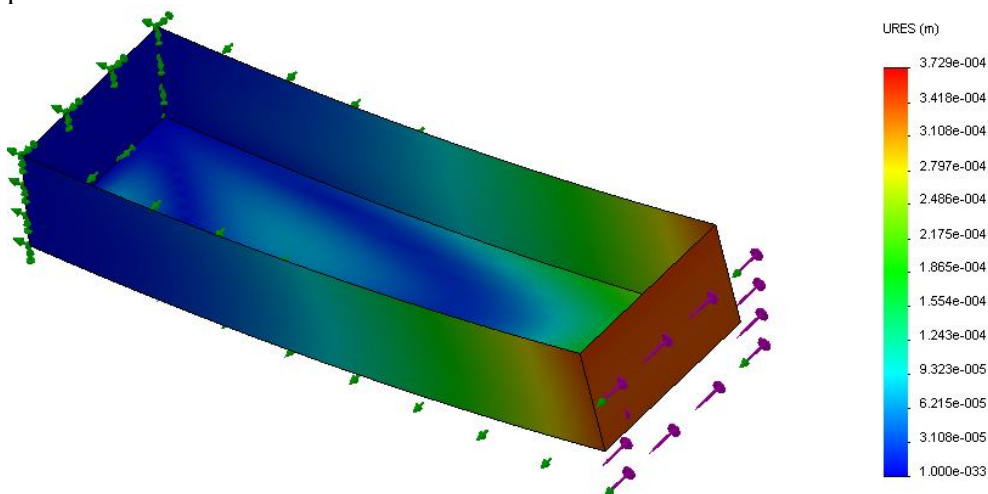


Рис 7. Результат перемещений приведенного профиля при чистом изгибе

Сравниваем максимальные перемещения гофрированного профиля и «упрощенного» приведенного профиля, построенного по геометрическим размерам, определенным теоретически по алгоритму, описанному выше. Имеем:

$$\delta_{\text{гофр.}} = 0.0003530 \text{ м; } \delta_{\text{прив.}} = 0.0003729 \text{ м.}$$

Разница в результатах составляет 5.23%, что можно считать вполне приемлемым результатом, учитывая дважды произведенный расчет МКЭ. Для того, чтобы оценить экстремальные фибровые напряжения в вальцованном профиле для реальных задач, используем условные приведенные моменты сопротивления и условную приведенную площадь для определения напряжений, найденные из численного эксперимента образца, и конкретные значения момента и продольной силы в сечении арки, полученные с использованием таврового профиля. Может показаться неточным наложение в одних и тех же точках значений нормальных напряжений, возникающих от момента и продольной силы.

На наш взгляд, оснований для сомнения в точности нет, так как и от изгиба, и от продольных сжатия - растяжения экстремальные напряжения возникают в местах наименьшего поперечного гофрирования, то есть в узких полках и

в местах широких полок, близких к углам. С другой стороны, применяемый здесь метод суперпозиции напряжений от изгибающего момента и продольной силы является общепринятым в случае упругого расчета, на котором мы и основываемся, о чем было сказано выше. Редуцированные и условные геометрические характеристики для вальцованного профиля П-1.0 с толщиной стенки 1 мм для определения перемещений и усилий для экстремальных напряжений в сечениях профиля приведены в табл. 1.

Таблица 1. Редуцированные и условные геометрические характеристики вальцованного профиля П-1.0 системы МС 120 по результатам компьютерного моделирования с учетом влияния соседних профилей в своде

Наименование профиля: U-образный вальцованный проф. П-1.0	При сжатии нижней полки профиля					При растяжении нижней полки профиля				
	Редуцированный момент инерции $J_x, \text{см}^4$	Редуцированная площадь сечения, $A \text{ см}^2$	Условный момент сопротивления $W_{\text{сжат}}, \text{см}^3$	Условный момент сопротивления $W_{\text{раст}}, \text{см}^3$	Условная площадь сечения, $A \text{ см}^2$	Редуцированный момент инерции $J_x, \text{см}^4$	Редуцированная площадь сечения, $A \text{ см}^2$	Условный момент сопротивления $W_{\text{сжат}}, \text{см}^3$	Условный момент сопротивления $W_{\text{раст}}, \text{см}^3$	Условная площадь сечения, $A \text{ см}^2$
	66,16	2,28	5,65	13,84	0,84	59,05	1,91	13,44	4,78	0,7

Возникает вопрос, зачем нужно переходить к тавровому сечению, а не воспользоваться напрямую редуцированными геометрическими характеристиками, полученными в результате расчета вальцованного (исходного) гофрированного образца, если просто задавать их значения для определения усилий в профиле. Дело в том, что так можно поступить для сводов, если исходить из плоской арочной схемы. Если же моделировать свод в пространстве, например, при наличии торцевых диафрагм свода или сложных граничных условиях свода, то нужно задавать оболочку, и в нашем случае без ребристой оболочки уже не обойтись. Замена тавровым сечением исходного вальцованного гофрированного корытообразного сечения решает проблему. Моделировать же оболочку в натуральном виде из вальцованных профилей не представляется возможным даже для современных вычислительных средств – слишком мелкими являются гофры по отношению к генеральным размерам сводов. Таким образом, предлагаемая методика имеет чисто прикладное значение для решения подобного рода задач.

Л и т е р а т у р а

1. Еремеев П.Г., Киселев Д.Б., Арменский М.Ю. К проектированию бескаркасных конструкций арочных сводов из холодногнутых тонколистовых стальных профилей // Монтажные и специальные работы в строительстве. – 2004. – № 7.

REDUCTION OF RIGID ROLLED U-SHAPED ARCH PROFILE TO A PROFILE WITH T-SECTION

Veselev Yu.A., Karabutov M.S.

Assessment of the reduction rigid rolled U-shaped arch profiles features finds difficulties first of all in their geometrical form and functioning. In this article there was made a calculation of reduction of rigid rolled U-shaped arch. While taking into account the complication of their assessment, two main calculating methods were considered. The first one is experimental, while the other is solid models modeling, taking into account the rolling of the profiles. Within the scope of this work the second method of reduction rigid rolled U-shaped arch profiles features assessment was examined. In this case the calculation of the reduction rolled

profiles proceed along their length with the conversion their form to an T-shaped section. The profile modeling was based on the Solid Works software package. The results are the estimation of reduction rigid rolled U-shaped arch profiles features as well as the substantiation of the T-shaped section conversion.

KEY WORDS: circular cylindrical arch, moment of inertia, T-section, deformation, method of finite elements, computer modeling.

