Теория ползучести

ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ РАСЧЕТ НЕУПРУГИХ СОСТАВНЫХ СТЕРЖНЕЙ

А.А.РОЧЕВ, *канд. техн. наук, доцент*
Петрозаводский государственный университет
185026, Республика Карелия, г. Петрозаводск, пр. Комсомольский, дом 15, кв. 120. Электронный адрес: metalll@bk.ru. Контактный телефон: 51-73-40.

Рассматривается деформационный расчет неупругих составных стержней переменного сечения по длине с переменной жесткостью связей сдвига. В основу решения положена общая теория упругих пространственно работающих составных стержней А.Р. Ржаницына. Использованы выражения для определения эквивалентных модулей деформаций, ранее полученные автором статьи, которые учитывают развитие неупругих деформаций в ветвях, составляющих стержень, сжимаемость и деформации сдвига материала в них. Учтена переменная жесткость неупругого составного стержня на кручение.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: пространственный деформационный расчет, тонкостенные профили, эквивалентные модули деформаций, жесткости на кручение.

Рассматриваются пространственно-деформируемые составные стержни переменного сечения по длине, включающие в себя ветви открытого поперечного сечения с ломаным или криволинейным контуром сечения. Ветви стержней соединены между собой структурными связями в виде соединительных решеток из раскосов и распорок, планок, перфорированных листов и т.п.

В работе применяются основные положения общей теории составных стержней, разработанной А.Р. Ржаницыным [1]. Для материала ветвей составного стержня устанавливается произвольная зависимость между деформациями и напряжением. Используется гипотеза о нелинейно - упругом материале, основанная на теореме, доказанной Л.М. Качановым в [2], согласно которой при активной пластической деформации поведение упругопластического тела неотличимо от поведения нелинейно- упругого тела.

Исследование стержня базируется на использовании системы дифференциальных уравнений, полученных в [1] и описывающих напряженно - деформированное состояние упругого пространственно работающего составного стержня постоянного сечения по длине с упругоподатливыми связями сдвига, имеющими постоянную жесткость по длине стержня, и абсолютно жесткими поперечными связями. Геометрическая неизменяемость поперечного сечения стержня обеспечивается часто поставленными поперечными диафрагмами жесткости. Эта система уравнений предназначена для определения усилий в продольных связях сдвига в $\overline{n}$ швах составного стержня. В данной работе осуществлена замена указанной системы дифференциальных уравнений системой уравнений в конечных разностях [3], в которую введены параметры, учитывающие физическую и геометрическую нелинейность решаемой задачи. Продольная ось составного стержня, включающего в себя n ветвей, делиться по длине на m равных частей с образованием участков между смежными сечениями j и $(j+1)$ длиной c. Контур поперечного j-го сечения d-й ветви длиной s_{dj} делится на p, в общем случае, неравных частей с расстоянием между смежными узлами разбиения υ и $\upsilon+1$ равным $s_{dj\upsilon}$. Используется метод шагового нагружения конструкций [4].

При неупругой пространственной работе j - е поперечное сечение составного стержня, лишенного связей сдвига, будет поворачиваться вокруг центра жесткости, положение которого устанавливается относительно произвольно расположенной прямоугольной системы координат с осями $\bar{x}$ и $\bar{y}$ параллельными главным осям сечений ветвей стержня. Формулы для координат центра жесткости при k -м шаге нагружения $c_{\bar{x}j}^{(k)}$ и $c_{\bar{y}j}^{(k)}$ получены после приравниванием к нулю выражений для определения полных изгибающих моментов в этом сечении:

$$c_{\bar{x}j}^{(k)} = (\Omega_{4j}^{(k)} - \Omega_{3j}^{(k)})/(\Omega_{1j}^{(k)} - \Omega_{2j}^{(k)}), \tag{1}$$

$$c_{\bar{y}j}^{(k)} = (\Omega_{5j}^{(k)} - \Omega_{6j}^{(k)})/(\Omega_{1j}^{(k)} - \Omega_{2j}^{(k)}), \tag{2}$$

где

$$\Omega_{1j}^{(k)} = \sum_{d=1}^{n} E_{1dj}^{equ(k)} J_{xdj} \cdot \sum_{d=1}^{n} E_{2dj}^{equ(k)} J_{ydj},$$

$$\Omega_{2j}^{(k)} = \sum_{d=1}^{n} E_{1dj}^{equ(k)} J_{xydj} \cdot \sum_{d=1}^{n} E_{2dj}^{equ(k)} J_{xydj},$$

$$\Omega_{3j}^{(k)} = \sum_{d=1}^{n} E_{1dj}^{equ(k)} J_{xdj} (\sum_{d=1}^{n} E_{2dj}^{equ(k)} J_{ydj} b_{xdj} + \sum_{d=1}^{n} E_{1dj}^{equ(k)} J_{xydj} b_{ydj}),$$

$$\Omega_{4j}^{(k)} = \sum_{d=1}^{n} E_{1dj}^{equ(k)} J_{xydj} \cdot (\sum_{d=1}^{n} E_{2dj}^{equ(k)} J_{xydj} b_{xdj} + \sum_{d=1}^{n} E_{1dj}^{equ(k)} J_{xdj} b_{ydj}), \tag{3}$$

$$\Omega_{5j}^{(k)} = \sum_{d=1}^{n} E_{2dj}^{equ(k)} J_{ydj} \cdot (\sum_{d=1}^{n} E_{2dj}^{equ(k)} J_{xydj} b_{xdj} + \sum_{d=1}^{n} E_{1dj}^{equ(k)} J_{xdj} b_{ydj}),$$

$$\Omega_{6j}^{(k)} = \sum_{d=1}^{n} E_{2dj}^{equ(k)} J_{xydj} \cdot (\sum_{d=1}^{n} E_{2dj}^{equ(k)} J_{ydj} b_{xdj} + \sum_{d=1}^{n} E_{1dj}^{equ(k)} J_{xydj} b_{ydj}),$$

где $E_{1dj}^{equ(k)}$ и $E_{2dj}^{equ(k)}$ – эквивалентные модули деформаций для j -го поперечного сечения d -й ветви составного стержня, учитывающие сжимаемость оси ветвей стержня, влияние деформаций сдвига материала ветвей и развитие пластических деформаций при их изгибе, соответственно, в плоскостях $y0z$ и $x0z$ при k -м шаге нагружения; $b_{\bar{x}dj}^{(k)}$ и $b_{\bar{y}dj}^{(k)}$ – координаты центра тяжести j - го поперечного сечения d -й ветви, соответственно, по осям $\bar{x}$ и $\bar{y}$ при k -м шаге нагружения; J_{xdj} , J_{ydj} и J_{xydj} – экваториальные и центробежный моменты инерции j -го поперечного сечения d -й ветви.

Выражения для определения $E_{1dj}^{equ(k)}$ и $E_{2dj}^{equ(k)}$ в (3) были получены и опубликованы автором данной статьи ранее [5]

$$E_{1dj}^{equ(k)} = \frac{M_{xdj}^{(k-1)} h_{ydj} (1 - \varepsilon_{odj}^{(k-1)})}{(\Delta\bar{\varepsilon}_{12dj}^{(k-1)} - \gamma_{y1dj}^{(k-1)} h_{ydj} Q_{ydj}^{\prime(k-1)}) J_{xdj}}, \tag{4}$$

$$E_{2dj}^{equ(k)} = \frac{M_{ydj}^{(k-1)} h_{xdj} (1 - \varepsilon_{odj}^{(k-1)})}{(\Delta\bar{\varepsilon}_{23dj}^{(k-1)} - \gamma_{x1dj}^{(k-1)} h_{xdj} Q_{xdj}^{\prime(k-1)}) J_{ydj}}, \tag{5}$$

где $M_{xdj}^{(k-1)}$ и $M_{ydj}^{(k-1)}$ – изгибающие моменты в j-м сечении d-й ветви стержня, возникающие при изгибе, соответственно, в плоскостях $y0z$ и $x0z$ на $(k-1)$-м шаге нагружения; h_{ydj} и h_{xdj} – высота j-го поперечного сечения d-ой ветви стержня при изгибе, соответственно, в плоскостях $y0z$ и $x0z$; $\varepsilon_{odj}^{(k-1)}$ - линейная деформация оси d-й ветви в j-м сечении при $(k-1)$-м шаге нагружения; $\Delta\bar{\varepsilon}_{12dj}^{(k-1)} = \bar{\varepsilon}_{1dj}^{(k-1)} - \bar{\varepsilon}_{2dj}^{(k-1)}$; $\Delta\bar{\varepsilon}_{23dj}^{(k-1)} = \bar{\varepsilon}_{2dj}^{(k-1)} - \bar{\varepsilon}_{3dj}^{(k-1)}$; $\bar{\varepsilon}_{1dj}^{(k-1)}$, $\bar{\varepsilon}_{2dj}^{(k-1)}$ и $\bar{\varepsilon}_{3dj}^{(k-1)}$ – краевые линейные деформации в трех продольных волокнах поперечного сечения d-й ветви, возникающие в соответствии с гипотезой плоских сечений от продольной силы $N_{dj}^{(k-1)}$, изгибающих моментов $M_{xdj}^{(k-1)}$ и $M_{ydj}^{(k-1)}$, действующих в двух главных плоскостях инерции j-го поперечного сечения; $\gamma_{y1dj}^{(k-1)}$ и $\gamma_{x1dj}^{(k-1)}$ – углы сдвига на j-м участке d-й ветви стержня от единичной поперечной силы при изгибе, соответственно, в плоскостях $y0z$ и $x0z$ на $(k-1)$-м шаге нагружения; $Q_{ydj}^{\prime(k-1)}$ и $Q_{xdj}^{\prime(k-1)}$ – первые производные от поперечных сил, действующих в j-м сечении d-й ветви стержня при изгибе, соответственно, в плоскостях $y0z$ и $x0z$ на $(k-1)$-м шаге нагружения, которые в конечно-разностной форме имеют вид:

$$Q_{ydj}^{\prime(k-1)} \approx (Q_{yd,j+1}^{(k-1)} - Q_{yd,j-1}^{(k-1)})/(2c), \tag{6}$$

$$Q_{xdj}^{\prime(k-1)} \approx (Q_{xd,j+1}^{(k-1)} - Q_{xd,j-1}^{(k-1)})/(2c). \tag{7}$$

Полная система дифференциальных уравнений, включающая в себя уравнения приращения сдвигов в швах составного стержня и уравнение стесненного кручения составного стержня в целом, в конечно-разностной форме примет вид

$$\begin{gathered}\Delta^2 T_{igj}^{(k)}/(c^2\xi_{igj}^{(k)}) = T_{igj}^{(k)}\delta_{igj,igj}^{(k)} + \sum_{l=1}^{a_{ig}} T_{ilj}^{(k)}\delta_{igj,ilj}^{(k)} + \sum_{r=1}^{b_{ig}} T_{grj}^{(k)}\delta_{igj,grj}^{(k)} + \\ + \sum_{l,u=1}^{c_{ig}} T_{luj}^{(k)}\delta_{igj,luj}^{(k)} + \delta_{igj,0}^{(k)} - \theta_j^{(k)} C_{tj}^{(k)} \Delta\omega_{igj}^{(k)} / C_{\omega j}^{(k)}, \\ C_{\omega j}^{(k)}\Delta^2\theta_j^{(k)}/c^2 - C_{tj}^{(k)}\theta_j^{(k)} = -B_{\omega j}^{(k)} - \sum_{ig=1}^{\bar{n}} T_{igj}^{(k)}\omega_{igj}^{(k)},\end{gathered} \tag{8}$$

где $\theta_j^{(k)}$ – угол поворота j-го поперечного сечения составного стержня на k-м шаге нагружения; $\xi_{igj}^{(k)}$ – коэффициент жесткости связей сдвига ig-го шва, соединяющего между собой i-ю и g-ю ветви составного стержня, на k-м шаге нагружения; $T_{igj}^{(k)}$ – суммарное сдвигающее усилие в ig-м шве, накапливаемое по длине составного стержня от его начала до j-го поперечного сечения;

$$T_{igj}^{(k)} = \int_0^{z_j} \tau_{ig}^{(k)} dz, \tag{9}$$

здесь $\tau_{ig}^{(k)}$ – сдвигающие усилия, действующие в ig-м шве составного стержня на k-м шаге нагружения;

$$\Delta^2 T_{igj}^{(k)} = T_{ig,j+1}^{(k)} - 2T_{igj}^{(k)} + T_{ig,j-1}^{(k)}, \tag{10}$$

$$\Delta^2 \theta_j^{(k)} = \theta_{j+1}^{(k)} - 2\theta_j^{(k)} + \theta_{j-1}^{(k)}; \tag{11}$$

a_{ig} – число связей сдвига, соединяющих i-й стержень с другими стержнями (не считая g-го стержня); b_{ig} – число связей сдвига, соединяющих g-й стержень с другими стержнями (не считая i-го стержня); c_{ig} – число связей сдвига, не примыкающих ни к i-му, ни к g-му стержню.

Коэффициенты при неизвестных и нагрузочный член в (10) определяются из выражений

$$\begin{aligned}
\delta_{igj,igj}^{(k)} &= \frac{(\Delta\omega_{igj}^{(k)})^2}{C_{\omega j}^{(k)}} + \frac{(\Delta y_{igj}^{(k)})^2}{\sum\limits_{d=1}^{n} E_{1dj}^{equ(k)} J_{xdj}} + \frac{(\Delta x_{igj}^{(k)})^2}{\sum\limits_{d=1}^{n} E_{2dj}^{equ(k)} J_{ydj}} + \frac{1}{E_{cija}^{(k)} A_{ij}} - \frac{1}{E_{cgja}^{(k)} A_{gj}}, \\
\delta_{igj,ilj}^{(k)} &= \frac{\Delta\omega_{igj}^{(k)} \Delta\omega_{ilj}^{(k)}}{C_{\omega j}^{(k)}} + \frac{\Delta y_{igj}^{(k)} \Delta y_{ilj}^{(k)}}{\sum\limits_{d=1}^{n} E_{1dj}^{equ(k)} J_{xdj}} + \frac{\Delta x_{igj}^{(k)} \Delta x_{ilj}^{(k)}}{\sum\limits_{d=1}^{n} E_{2dj}^{equ(k)} J_{ydj}} + \frac{1}{E_{cija}^{(k)} A_{ij}}, \\
\delta_{igj,grj}^{(k)} &= \frac{\Delta\omega_{igj}^{(k)} \Delta\omega_{grj}^{(k)}}{C_{\omega dj}^{(k)}} + \frac{\Delta y_{igj}^{(k)} \Delta y_{grj}^{(k)}}{\sum\limits_{d=1}^{n} E_{1dj}^{equ(k)} J_{xdj}} + \frac{\Delta x_{igj}^{(k)} \Delta x_{grj}^{(k)}}{\sum\limits_{d=1}^{n} E_{2dj}^{equ(k)} J_{ydj}} - \frac{1}{E_{cgja}^{(k)} A_{gj}}, \\
\delta_{igj,luj}^{(k)} &= \frac{\Delta\omega_{igj}^{(k)} \Delta\omega_{luj}^{(k)}}{C_{\omega dj}^{(k)}} + \frac{\Delta y_{igj}^{(k)} \Delta y_{luj}^{(k)}}{\sum\limits_{d=1}^{n} E_{1dj}^{equ(k)} J_{xdj}} + \frac{\Delta x_{igj}^{(k)} \Delta x_{luj}^{(k)}}{\sum\limits_{d=1}^{n} E_{2dj}^{equ(k)} J_{ydj}}, \\
\delta_{igj,0}^{(k)} &= \frac{B_{\omega j}^{(k)} \Delta\omega_{igj}^{(k)}}{C_{\omega dj}^{(k)}} + \frac{M_{xj}^{(k)} \Delta y_{igj}}{\sum\limits_{d=1}^{n} E_{1dj}^{equ(k)} J_{xdj}} + \frac{M_{yj}^{(k)} \Delta x_{igj}}{\sum\limits_{d=1}^{n} E_{2dj}^{equ(k)} J_{ydj}} + \frac{N_{ij}^{(k)}}{E_{cija}^{(k)} A_{ij}} - \frac{N_{gj}^{(k)}}{E_{cgja}^{(k)} A_{gj}},
\end{aligned} \tag{12}$$

где $\Delta\omega_{igj}^{(k)}$, $\Delta\omega_{ilj}^{(k)}$, $\Delta\omega_{grj}^{(k)}$ и $\Delta\omega_{luj}^{(k)}$ – разности секториальных координат положения швов в j-м поперечном сечении, отнесенные, соответственно, к стержням i и g, i и l, g и r, l и u при k-м шаге нагружения (ветви l и u не являются ни i-ми и g-ми ветвями), определяемые зная $c_{\overline{x}j}^{(k)}$ и $c_{\overline{y}j}^{(k)}$; Δx_{igj} и Δy_{igj}, Δx_{ilj} и Δy_{ilj}, Δx_{luj} и Δy_{luj}, Δx_{luj} и Δy_{luj},- разности координат центров тяжести j-х поперечных сечений ветвей i и g, i и l, g и r, l и u, составляющих стержень; $E_{cija}^{(k)}$ и $E_{cgja}^{(k)}$ – секущие модули деформаций для осевых волокон j-х поперечных сечений, соответственно, i-й и g-й ветви стержня при k-м шаге нагружения; A_{ij} и A_{gj} – площади j-го поперечного сечения, соответственно, ветвей i и g; $B_{\omega j}^{(k)}$ – внешний бимомент в j-м поперечном сечении составного стержня на k -м шаге нагружения; $M_{xj}^{(k)}$ и $M_{yj}^{(k)}$ – изгибающие моменты в j -м поперечном сечении составного стержня от внешней нагрузки при изгибе, соответственно, в плоскостях $y0z$ и $x0z$ на k -м шаге нагружения; $N_{ij}^{(k)}$ и $N_{gj}^{(k)}$ – продольные силы в j -м поперечном сечении ветвей i и g составного стержня от внешней нарузки на k -м шаге нагружения; $C_{\omega j}^{(k)}$ и $C_{tj}^{(k)}$ – жесткости, соответственно, при стесненном и чистом кручении j -го поперечного сечения составного стержня при k -м шаге нагружения, определяемые из выражений

$$C_{\omega j}^{(k)} = \sum_{d=1}^{n} \sum_{\upsilon=1}^{p} \int_{s_{dj\upsilon}} \widehat{E}_{cdj\upsilon}^{(k-1)}(s_{dj}) \bar{J}_{\omega dj}^{(k-1)}(s_{dj}) ds_{dj\upsilon}, \qquad (13)$$

$$C_{tj}^{(k)} = \sum_{d=1}^{n} \sum_{\upsilon=1}^{p} \int_{s_{dj\upsilon}} \widehat{G}_{dj\upsilon}^{(k-1)}(s_{dj}) \bar{J}_{tdj}(s_{dj}) ds_{dj\upsilon}, \qquad (14)$$

где $\widehat{E}_{cdj}^{(k-1)}(s)$ – линейная функция, аппроксимирующая функцию секущего модуля $E_{cdj\upsilon}^{(k-1)}$ по его значениям в узловых точках υ и $\upsilon+1$ контура s_{dj} j -го поперечного сечения d -й ветви при $(k-1)$ -м шаге нагружения; $\bar{J}_{\omega dj}^{(k-1)}(s_{dj})$ – момент инерции при стесненном кручении единицы длины линии профиля s_{dj} j-го поперечного сечения d-й ветви при $(k-1)$-м шаге нагружения; $\widehat{G}_{dj\upsilon}^{(k-1)}(s_{dj})$ – линейная функция, аппроксимирующая функцию модуля сдвига $G_{dj\upsilon}^{(k-1)}$ по его значениям в узловых точках υ и $\upsilon+1$ контура s_{dj} j -го поперечного сечения d -й ветви при $(k-1)$-м шаге нагружения; $\bar{J}_{tdj}^{(k-1)}(s_{dj})$ – момент инерции при чистом кручении единицы длины линии профиля s_{dj} j -го поперечного сечения d-й ветви при $(k-1)$-м шаге нагружения.

Величина $E_{cdj\upsilon}^{(k-1)}$ определяется по диаграмме деформирования материала d -й ветви в зависимости от $\varepsilon_{dj\upsilon}^{(k-1)}$, получаемой при решении системы (10). Продольная деформация в каждом υ -м волокне j -го поперечного сечения d-й ветви составного стержня $\varepsilon_{dj\upsilon}^{(k-1)}$ является функцией следующих параметров

$$\varepsilon_{dj\upsilon}^{(k-1)} = \varepsilon_{dj\upsilon}^{(k-1)}(\bar{\varepsilon}_{1dj}^{(k-1)}, \bar{\varepsilon}_{2dj}^{(k-1)}, \bar{\varepsilon}_{3dj}^{(k-1)}, \varepsilon_{\omega dj\upsilon}^{(k-1)}), \qquad (15)$$

где $\varepsilon_{\omega dj\upsilon}^{(k-1)}$ – продольная деформация от стесненного кручения в υ -м волокне j -го поперечного сечения d-й ветви составного стержня при $(k-1)$-м шаге нагружения.

Параметры, от которых зависит функция $\varepsilon_{dj\upsilon}^{(k-1)}$, определяются из решения системы уравнений равновесия

$$N_{dj}^{int(k-1)}(\bar{\varepsilon}_{1dj}^{(k-1)},\bar{\varepsilon}_{2dj}^{(k-1)},\bar{\varepsilon}_{3dj}^{(k-1)},\varepsilon_{\omega dj\upsilon}^{(k-1)}) = N_{dj}^{(k-1)},$$

$$M_{xdj}^{int(k-1)}(\bar{\varepsilon}_{1dj}^{(k-1)},\bar{\varepsilon}_{2dj}^{(k-1)},\bar{\varepsilon}_{3dj}^{(k-1)},\varepsilon_{\omega dj\upsilon}^{(k-1)}) = M_{xdj}^{(k-1)},$$

$$M_{ydj}^{int(k-1)}(\bar{\varepsilon}_{1dj}^{(k-1)},\bar{\varepsilon}_{2dj}^{(k-1)},\bar{\varepsilon}_{3dj}^{(k-1)},\varepsilon_{\omega dj\upsilon}^{(k-1)}) = M_{ydj}^{(k-1)}, \tag{16}$$

$$C_{\omega j}^{(k-1)}\Delta^3\theta_j^{(k-1)}/c^3 - C_{tj}^{(k-1)}\Delta\,\theta_j^{(k-1)}/c = -M_{tj}^{(k-1)},$$

$$\varepsilon_{\omega dj\upsilon}^{(k-1)} = -\Delta^2\theta_j^{(k-1)}\omega_{dj\upsilon}^{(k-1)}/c^2,$$

где $N_{dj}^{int(k-1)}$, $M_{xdj}^{int(k-1)}$, $M_{ydj}^{int(k-1)}$ – выражения для определения главного вектора и главных моментов эпюры нормальных напряжений в j-м поперечном сечении d-й ветви после (k – 1)-го шага нагружения; $N_{dj}^{(k-1)}$, $M_{xdj}^{(k-1)}$ $M_{ydj}^{(k-1)}$ - продольные сила и изгибающие моменты, действующие в главных плоскостях j-го поперечного сечения d-й ветви, полученные при (k – 1) -м шаге нагружения составного стержня; $M_{tj}^{(k-1)}$ – крутящий момент в j-м поперечном сечении составного стержня, полученный при (k – 1)-м шаге нагружения; $\omega_{dj\upsilon}^{(k-1)}$ – секториальная координата места расположения υ-го волокна j-го поперечного сечения d-й ветви составного стержня при (k – 1)-м шаге нагружения;

$$\Delta\theta_j^{(k-1)} = (\theta_{j+1}^{(k-1)} - \theta_{j-1}^{(k-1)})/2,$$

$$\Delta^3\theta_j^{(k-1)} = (\theta_{j+2}^{(k-1)} - 2\theta_{j+1}^{(k-1)} + 2\theta_{j-1}^{(k-1)} - \theta_{j-2}^{(k-1)})/2. \tag{17}$$

Модули $G_{dj\upsilon}^{(k-1)}$ и $E_{cdj\upsilon}^{(k-1)}$ связаны между собой зависимостью

$$G_{dj\upsilon}^{(k-1)} = \frac{E_{cdj\upsilon}^{(k-1)}}{2(1+\mu_{dj\upsilon}^{(k-1)})}, \tag{18}$$

где $\mu_{dj\upsilon}^{(k-1)}$ – коэффициент Пуассона, определяемый по формуле:

$$\mu_{dj\upsilon}^{(k-1)} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{E_{cdj\upsilon}^{(k-1)}(1-2\mu_o)}{E_o}, \tag{19}$$

здесь E_o и μ_o – модуль деформаций Юнга и коэффициент Пуассона в начальной точке диаграммы деформирования материала.

Коэффициенты жесткости связей сдвига $\xi_{igj}^{(k)}$ определяются по формулам, приведенным в [1], но с использованием за пределом упругости эквивалентного модуля деформаций, если элементы связей работают на изгиб (по аналогии с $E_{1dj}^{equ(k)}$ или $E_{2dj}^{equ(k)}$) и секущим модулем деформаций, если элементы связей работают на осевую силу (по аналогии с $E_{cija}^{(k)}$ или $E_{cgja}^{(k)}$).

Для определения перемещений составного стержня $\zeta_j^{(k)}$ и $\eta_j^{(k)}$ в плоскостях $y0z$ и $x0z$ система уравнений (8) дополняется уравнениями изгиба

$$\sum_{d=1}^{n} E_{1dj}^{equ(k)} J_{xdj} \cdot \Delta^2 \zeta_j^{k)} / c^2 + \sum_{ig=1}^{\bar{n}} T_{ig}^{(k)} \Delta y_{igj}^{(k)} + \widehat{M}_{xj}^{(k)} = 0,$$

$$\sum_{d=1}^{n} E_{2dj}^{equ(k)} J_{ydj} \cdot \Delta^2 \eta_j^{k)} / c^2 + \sum_{ig=1}^{\bar{n}} T_{ig}^{(k)} \Delta x_{igj}^{(k)} + \widehat{M}_{yj}^{(k)} = 0,$$

где $\widehat{M}_{xj}^{(k)}$ и $\widehat{M}_{yj}^{(k)}$ – выражения для определения изгибающих моментов в главных плоскостях инерции j-го поперечного сечения стержня, составленные с учетом влияния перемещений $\zeta_j^{(k)}$, $\eta_j^{(k)}$ и $\theta_j^{(k)}$;

$$\Delta^2 \zeta_j^{(k)} = \zeta_{j+1}^{(k)} - 2\zeta_j^{(k)} + \zeta_{j-1}^{(k)},$$

$$\Delta^2 \eta_j^{(k)} = \eta_{j+1}^{(k)} - 2\eta_j^{(k)} + \eta_{j-1}^{(k)}.$$

Привлекая граничные условия, вышеприведенные выражения позволяют выполнить пространственный деформационный расчет неупругого составного стержня. Результаты деформационного расчета могут в дальнейшем быть использованы для проверки устойчивости составного стержня путем подстановки их в определитель, составленный из коэффициентов при вариациях независимых переменных проварьированной системы уравнений равновесия. Равенство нулю этого определителя будет свидетельствовать о критическом состоянии составного стержня [6].

Литература

1. *Ржаницын А.Р.* Составные стержни и пластинки. М.: Стройиздат, 1986. – 314 с.
2. *Качанов Л.М.* Теория ползучести. – М.: Физматгиз,1960. – 455 с.
3. *Мысовских И.П.* Лекции по методам вычислений: Учебное пособие. 2-е изд., испр. и доп. СПб: Изд-во СПбГУ, 1998. – 472 с.
4. *Биргер И.А.* Общие алгоритмы решения задач теории упругости, пластичности и ползучести // Успехи механики деформируемых сред. – М.: Наука , 1975. – С.61 – 73.
5. *Рочев А.А.* Нелинейная теория расчета сквозных упругопластических статически неопределимых рамных систем // Доклады 58-й конференции профессоров, преподавателей, научных работников, инженеров и аспирантов университета. В 3 ч. Ч. 1. – СПб. : СПбГАСУ, 2001. – С. 93 – 94.
6. *Санжаровский Р.С.* Устойчивость элементов строительных конструкций при ползучести. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1984. – 280 с.

SPATIAL CALCULATION OF INELASTIC COMPOSITE BARS

A.A. Rochev

We consider the deformation calculation of inelastic composite bars of variable cross section along the length of variable-stiffness relationships shift. The solution is based on an overall A.R. Rzhanitsyn's theory of elastic spatial working composite rods. A formula to determine the equivalent modules strains previously obtained by the author, which taking into account the development of inelastic strains in wet composite rod, the compressibility and shear deformation of the material branches are used. The variable stiffness of the inelastic composite rod in torsion is taken into account.

KEY WORDS: spatial deformation calculation, thin-walled profiles, equivalent modules, strains, torsional rigidity.