

Теория пластичности

ОСЕСИММЕТРИЧНАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ ТОЛСТОСТЕННОЙ ОБОЛОЧКИ С УЧЕТОМ НЕОДНОРОДНОСТИ БЕТОНА ПРИ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ТЕМПЕРАТУРАХ

В.И. АНДРЕЕВ, профессор, д.т.н.

*Научно исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ «МГСУ»),
Москва, Ярославское шоссе, 26.*

Толстостенные оболочки встречаются во многих инженерных конструкциях, в частности в теплоэнергетическом строительстве. Другим примером практического приложения является конструкция хранилища для криогенных жидкостей. В работе рассматривается задача расчета находящегося в осесимметричном температурном поле конечного цилиндра, материал которого имеет нелинейную диаграмму деформирования. Параметры диаграммы зависят от температуры.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: толстостенная оболочка, бетон, нелинейность, неоднородность, теория пластичности.

В работах [1-5] рассмотрены одномерные задачи нелинейной теории упругости и теории пластичности для тел с одномерной (радиальной) неоднородностью механических характеристик. Радиальная неоднородность в конструкциях возникает при наличии осесимметричных физических полей различной природы (температурное, радиационное, влажностное [6] и пр.).

Ниже рассматривается задача расчета защитной оболочки газохранилища, находящейся в поле отрицательных температур. Материал оболочки имеет нелинейную диаграмму $\sigma - \varepsilon$ (рис. 1):

$$\sigma_i = f(\varepsilon_i) = E\varepsilon_i - A\varepsilon_i^\alpha, \quad (1)$$

где

$$\alpha = \frac{E\varepsilon_{\max}}{E\varepsilon_{\max} - \sigma_{\max}}; \quad A = \frac{E\varepsilon_{\max} - \sigma_{\max}}{\varepsilon_{\max}^\alpha}. \quad (2)$$

Здесь E – модуль Юнга, σ_{\max} – предельное напряжение, ε_{\max} – предельная деформация, $E_{s,\max}$ – секущий модуль.

Защитная оболочка газохранилища представляет собой толстостенную цилиндрическую оболочку, и изготавливаются из предварительно напряженного железобетона (рис. 2).

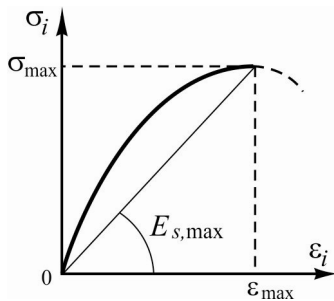


Рис. 1 Нелинейная диаграмма $\sigma - \varepsilon$

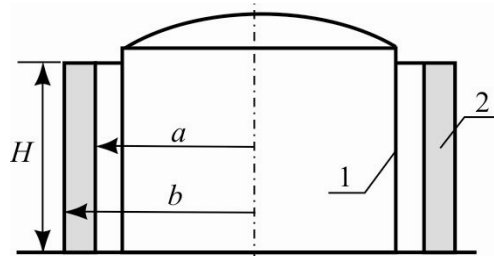


Рис. 2. Схема газохранилища: 1 - стальная первичная емкость, 2 - защитная железобетонная оболочка

Криогенные жидкости хранятся при температурах, достигающих -165°C . Как указано в работе [7], при таких низких температурах прочность бетона почти в 4 раза, а модуль упругости в 2 раза увеличивается по сравнению с соответствующими значениями при нормальной температуре.

Учитывая, что на внешней поверхности конструкции температура близка к нормальной, за счет значительного градиента температуры происходит существенное изменение деформационных и прочностных характеристик бетона.

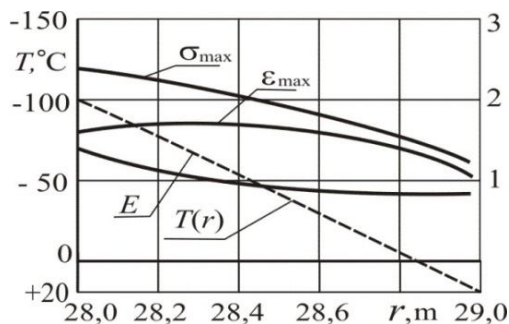


Рис. 3. Относительное изменение механических свойств бетона при отрицательных температурах

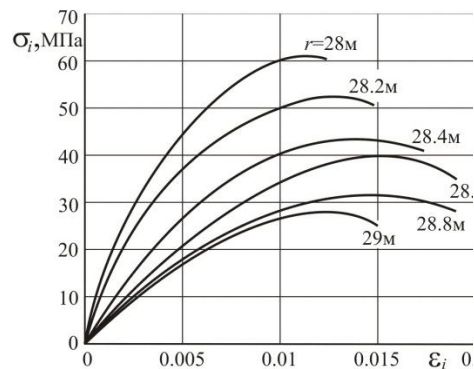


Рис. 4. Диаграммы $\sigma - \varepsilon$ для разных слоев оболочки

Параметры диаграммы (1) определяются равенствами (2) и являются функциями координаты r , что обусловлено их зависимостью от температурного поля $T = T(r)$.

На рис. 3 показаны графики относительного изменения предельных прочностных и деформационных характеристик, а также модуля упругости бетона по толщине цилиндра при отрицательных температурах (за единицу взяты значения при 20°C).

Существенная зависимость механических характеристик, являющихся параметрами диаграммы $\sigma_i - \varepsilon_i$, от температуры указывает на необходимость учета в расчетах неоднородности упругопластических свойств материала. Поскольку толщина оболочки намного меньше ее размеров, график $T(r)$ близок к линейной функции. На основании зависимостей, показанных на рисунке 3, в соответствии с (1) и (2) мы можем построить диаграммы $\sigma - \varepsilon$ для разных слоев оболочки (рис. 4).

В качестве примера приведем некоторые результаты расчета оболочки в эксплуатационном режиме ($T_a = -100^\circ\text{C}$, $T_b = 20^\circ\text{C}$).

Решение краевой задачи теплопроводности представляется равенством:

$$T(r) = T_b + (T_a - T_b) \frac{\ln(b/r)}{\ln(b/a)}. \quad (3)$$

Линеаризация упругопластической задачи осуществлялась методом упругих решений. Для численного решения упругой задачи на каждом шаге итерационного процесса применялся вариационно-разностный метод, при этом система линейных алгебраических уравнений формировалась в оптимальную структуру и решалась методом Гаусса.

Граничные условия в задаче пластичности соответствовали жесткой заделке на нижнем торце цилиндра со свободными от нагрузок боковыми и верхней торцевой поверхностями.

На рис. 5 показаны эпюры напряжений σ_θ в среднем сечении цилиндра с размерами $a = 28\text{м}$, $b = 29\text{м}$, $H = 40\text{м}$. Вычисления проводились при следующих значениях механических и термических характеристик:

$$E = 2 \cdot 10^4 \text{ МПа}; \nu = 0,2; \sigma_{\max} = 30 \text{ МПа}; \varepsilon_{\max} = 0.01; \alpha_T = 1 \cdot 10^{-5} 1/^\circ\text{C}.$$

Поскольку температурное поле в рассматриваемой задаче таково, что на внешней поверхности цилиндра температура выше, чем на внутренней, естественным является тот факт, что напряжения во внутренней области – растягивающие, а во внешней – сжимающие.

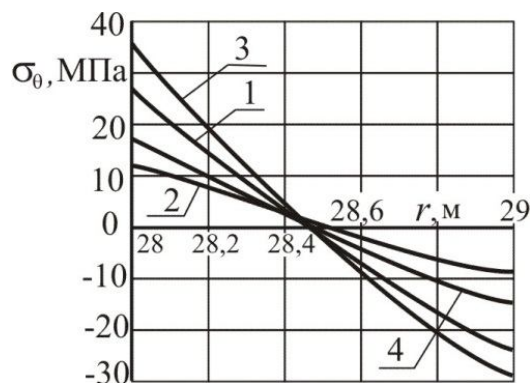


Рис. 5. Эпюры напряжений σ_θ в среднем сечении оболочки.

1 – линейный однородный материал; 2 – нелинейный однородный материал;
3 – линейный неоднородный материал; 4 – нелинейный неоднородный материал

Так же в отличие от задач, описанных выше, учет неоднородности рассматриваемого типа приводит не к снижению, а к повышению напряжений по сравнению с однородным материалом, что обусловлено увеличением жесткости материала при уменьшении температуры. В свою очередь, учет нелинейности диаграммы деформирования по-прежнему ведет к уменьшению напряжений.

Л и т е р а т у р а

1. Андреев В.И. Некоторые задачи и методы механики неоднородных тел. – М.: Изд-во АСВ, 2002. – 288 с.
2. Andreev V.I. About the Unloading in Elastoplastic Inhomogeneous Bodies// Applied Mechanics and Materials. – Vols. 353-356 (2013). – Pp. 1267-1270.
3. Andreev V.I. Elastic-plastic equilibrium of a hollow cylinder from inhomogeneous perfectly plastic material// Applied Mechanics and Materials. – Vols. 405-408 (2013). – Pp. 3182-3185
4. Andreev V.I., Avershyev A.S., Jemiolo S. Elastic-plastic state of inhomogeneous soil array with a spherical cavity// Advanced Materials Research. – 2014. – Vol. 842. – Pp. 462-465.
5. Андреев В.И., Полякова Л.С. Аналитическое решение физически нелинейной задачи для неоднородной толстостенной цилиндрической оболочки// Вестник МГСУ. – 2015. – № 11. – С. 38-45
6. Андреев В.И., Аверсьев А.С. Благоупругость толстостенных неоднородных оболочек: Монография. – М.: Изд-во КЮГ, 2015. – 98 с.
7. Kokini K., Perkins R.W. Free and thermal stress singularities in finite concreted cylinders// Comput. and Struct. –1984. – Vol. 1. – №4. – Pp. 531-534

References

1. Andreev, V.I. (2002). *Some Problems and Methods of Mechanics of Nonhomogeneous Bodies*, Moscow: Izd-vo ASV, 288 p.
2. Andreev, V.I. (2013). About the Unloading in Elastoplastic Inhomogeneous Bodies, *Applied Mechanics and Materials*, Vols. 353-356, pp. 1267-1270
3. Andreev, V.I. (2013). Elastic-plastic equilibrium of a hollow cylinder from inhomogeneous perfectly plastic material, *Applied Mechanics and Materials*, Vols. 405-408, pp. 3182-3185.
4. Andreev, V.I., Avershyev, A.S., Jemiolo, S. (2014). Elastic-plastic state of inhomogeneous soil array with a spherical cavity, *Advanced Materials Research*, Vol. 842, pp. 462-465
5. Andreev, V.I., Polyakova, L.S. (2015). Analytical solution of physically nonlinear problem for inhomogeneous thick-walled cylinder, *Vestnik MGSU*, №11, pp. 38-45
6. Andreev, V.I., Avershyev, A.S. (2015). *Moisture Elasticity of Inhomogeneous Thick-Walled Shells*: Monograph, Moscow: Izd-vo KYuG, 98 p.
7. Kokini, K., Perkins, R.W. (1984). Free and thermal stress singularities in finite concrete cylinders, *Comput. and Struct.*, Vol.1, № 4, pp. 531-534.

AXISYMMETRIC PROBLEM IN PLASTICITY THEORY OF THICK-WALLED SHELL WITH ACCOUNTING FOR INHOMOGENEITY OF CONCRETE AT SUBZERO TEMPERATURES

V.I. ANDREEV

*National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia
(NIU MGSU)*

Thick-walled shells are found in many engineering structures, particularly in the construction of thermal power. Another example of practical application is the design of storage facilities for cryogenic liquids.

We consider the problem calculating finite cylinder which is in an axisymmetric temperature field, the material of which has a non-linear stress-strain diagram. Chart options depend on the temperature.

KEYWORDS: *thick-walled shell, concrete, nonlinearity, inhomogeneity, theory of plasticity.*