

ОЦЕНКА ДИНАМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ НА КОНТУРАХ НЕСКОЛЬКИХ КРУГЛЫХ ВЫРЕЗОВ ПРИ КОЛЕБАНИЯХ ПЛАСТИНЫ

А.О. КОЛЕСНИКОВ, канд. техн. наук,

В.Н. ПОПОВ, д-р. физ.-мат. наук

ФГБУН Институт теоретической и прикладной механики

им. С.А. Христиановича СО РАН

630090, г. Новосибирск, ул. Институтская, 4/1. E-mail: popov@itam.nsc.ru

В рамках волновой модели рассматриваются вертикальные колебания бесконечно тонкой пластины с одним и более круглыми вырезами. Определены аналитические выражения для динамических жесткостей учитывающие расстояния между сваями, имеющих окружность в плане, при вертикальных колебаниях. Полученные результаты позволяют уточнить значения амплитудно-частотных характеристик свайных фундаментов под действием динамических нагрузок.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: динамика, свайный фундамент, заглубленный ростверк

При конструировании свайного фундамента под машины с динамическими нагрузками, согласно СНиП [1] расстояние между центрами свай в плане может изменяться от 2 до 10 диаметров. При этом нормы не приводят зависимости изменения жесткости и демпфирования от расстояния между сваями и способа их размещения. В связи с этим, актуально получение соотношений для проведения инженерных расчётов при определении динамических жесткостей в зависимости от расстояния между сваями расположенными либо в ряд, либо в кусте. Отметим, что работы по определению амплитудно-частотных характеристик свайных фундаментов ведутся уже продолжительное время и пока далеки от своего завершения [2-10]. Большинство исследований посвящены взаимодействию с грунтом одной сваи при динамической нагрузке [2, 7-9], но наряду с этим, предпринимаются попытки провести анализ динамических реакций группы свай [3, 5-7]. Современные методы численного моделирования так же находят применение для получения оценок динамического состояния свайных сооружений [10].

Как показывает большинство теоретических и экспериментальных исследований, волновые модели наиболее полно и точно отражают процесс колебаний фундаментов в грунтовой среде [2, 4, 11]. В настоящее время при определении амплитудно-частотных характеристик свайных фундаментов под действием динамических нагрузок успешно используются решения, полученные для задач колебания бесконечной пластины с круглым вырезом [2, 4], однако практический интерес представляет обобщение результатов на случаи когда вырезов больше одного [3, 5, 7]. В представленной работе определяются связи между перемещениями и реакциями на боковой поверхности при вертикальных колебаниях погруженных абсолютно твёрдых тел, имеющих окружность в плане и расположенных либо в ряд, либо в кусте. Контакт со средой осуществляется через боковую поверхность. В качестве грунта рассматривается упругая инертная среда, которая описывается совокупностью бесконечно тонких слоёв. Таким образом, решается задача о вертикальных колебаниях бесконечной пластины с круглыми вырезами для определения жесткостных и демпфирующих характеристик системы и в развитие результатов [5] определяются выражения для их вычислений с учётом расстояния между сваями, имеющими окружность в плане и расположенными либо в ряд, либо в кусте (см. схему на рис.1).

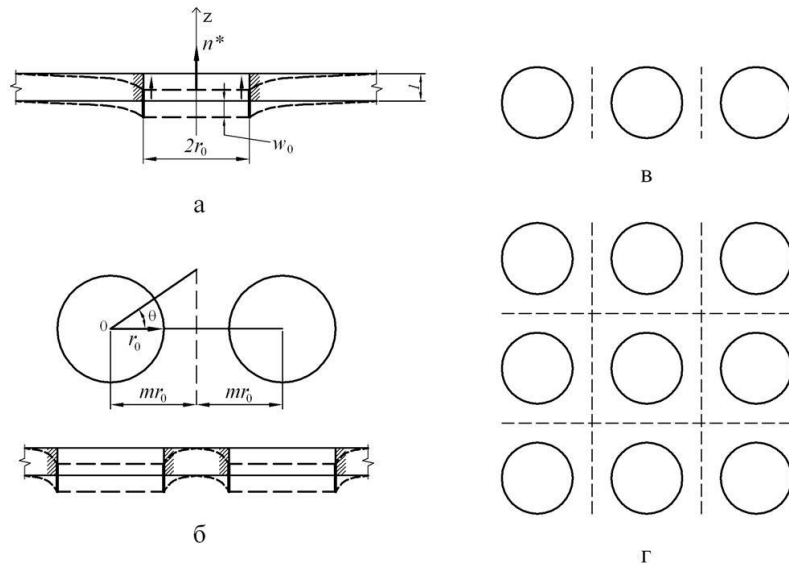


Рис.1. Схема расположения круговых вырезов в колеблющейся тонкой пластине.

Рассмотрим депланационные осесимметричные колебания бесконечно тонкого слоя с одним круглым вырезом, имеющим радиус r_0 [2] (рис. 1а). В этом случае уравнение движения упругой среды при отсутствии объёмных сил в цилиндрической системе координат (r, θ, t) записывается в виде

$$\mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (1)$$

с граничным условием на контуре

$$w(r_0, \theta, t) = w_0 e^{i\omega t}. \quad (2)$$

Здесь $w = w(r, \theta, t)$ – перемещение вдоль оси z , ρ – плотность; μ – коэффициент Ламе. Исходя из характера деформаций вблизи границы полагаем, что все точки в процессе колебаний остаются на своих прямых $(r, \theta = \text{const})$ и расстояние между ними не меняется.

Решение (1), (2) выполняется методом разделения переменных и согласно [12] может быть представлено в виде

$$w = e^{i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} (A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta) [C_n H_n^{(1)}(kr) + D_n H_n^{(2)}(kr)]. \quad (3)$$

где $k = \omega / \sqrt{\mu / \rho}$, $H_n^{(1)}$, $H_n^{(2)}$ – функции Ганкеля первого и второго рода, а A_n , B_n , C_n , D_n – постоянные коэффициенты, подлежащие определению.

Так как рассматривается плоскость с одним вырезом и других источников колебаний нет, то при $r \rightarrow \infty$ (3) описывает только расходящиеся волны. Из асимптотических разложений функций Ганкеля [12] следует, что этому условию при временном множителе $e^{i\omega t}$ удовлетворяет функция $H_n^{(2)}$ и следовательно $C_n = 0$. Из условия осевой симметрии следует, что $n = 0$. Далее, в предположении $A_0 = 1$, получаем $w = e^{i\omega t} D_0 H_0^{(2)}(kr)$, где согласно (2)

$$D_0 = w_0 / H_0^{(2)}(kr_0). \quad (4)$$

На контуре круглого выреза действуют только касательные напряжения

$$\tau_{rz} = \mu \left. \frac{\partial w}{\partial r} \right|_{r=r_0},$$

которые приводятся к равнодействующей

$$n_0^* = - \int_0^{2\pi} \tau_{rz} \cdot 1 \cdot r_0 d\theta = \mu w_0 e^{i\alpha x} \frac{2\pi k r_0}{H_0^{(2)}(k r_0)} H_1^{(2)}(k r_0). \quad (5)$$

Реакция n_0 слоя единичной толщины, приложенная к боковой поверхности фундамента, равна $n_0 = S_{w0}(k r_0) w_0 e^{i\alpha x} = \mu w_0 e^{i\alpha x} (S_{w10} + i S_{w20})$, где действительную S_{w10} и мнимую S_{w20} безразмерные части S_{w0} можно представить в виде

$$S_{w10}(k r_0) = 2\pi k r_0 \frac{J_0(k r_0) J_1(k r_0) + Y_0(k r_0) Y_1(k r_0)}{J_0^2(k r_0) + Y_0^2(k r_0)}, \quad (6)$$

$$S_{w20}(k r_0) = \frac{4}{J_0^2(k r_0) + Y_0^2(k r_0)}.$$

Здесь J_n, Y_n – функции Бесселя первого и второго рода.

В работе [5] были рассмотрены депланационные колебания слоя с двумя круглыми вырезами, имеющими радиусы r_0 , центры которых расположены на расстоянии $2mr_0$ или m диаметров друг от друга, $m > 1$ (см. схему на рис. 1б). На линии, пересекающей под углом 90° в точке $r_g = mr_0$ прямую, соединяющую центры вырезов, в дополнение к (2) используется условие симметрии

$$\frac{\partial w(r_g / \cos \theta, \theta, t)}{\partial \mathbf{n}} = 0, \quad -\pi/2 < \theta < \pi/2. \quad (7)$$

Решение для левого выреза рассматривается в двух сопряжённых областях $-\pi/2 < \theta < \pi/2$, $\pi/2 \leq \theta \leq 3/2\pi$ и представляется в виде (3). Из условия $w(-\theta) = w(\theta)$ следует $B_n = 0$. Далее полагая $A_n = 1$,

$$w = e^{i\alpha x} \sum_{n=0}^{\infty} [C_n H_n^{(1)}(kr) + D_n H_n^{(2)}(kr)] \cos n\theta.$$

В области $r \geq r_0$, $\pi/2 \leq \theta \leq 3/2\pi$ рассматриваются только расходящиеся волны, поэтому $C_0 = 0$ и $w = e^{i\alpha x} D_0 H_0^{(2)}(kr)$. Коэффициент D_0 совпадает с (4).

Для области $r \geq r_0$, $-\pi/2 < \theta < \pi/2$, принимая во внимание условие $w(r, \theta = 0, t) = w(r, \theta = \pi, t)$ при $\theta = \pm\pi/2$, ограничившись тремя членами ряда, получаем

$$w = e^{i\alpha x} \{D_0 H_0^{(2)}(kr) + \sum_{n=1}^2 [C_{2n-1} H_{2n-1}^{(1)}(kr) + D_{2n-1} H_{2n-1}^{(2)}(kr)] \cos[(2n-1)\theta]\}. \quad (8)$$

На границе выреза

$$w_0 = D_0 H_0^{(2)}(k r_0) + \sum_{n=1}^2 [C_{2n-1} H_{2n-1}^{(1)}(k r_0) + D_{2n-1} H_{2n-1}^{(2)}(k r_0)] \cos[(2n-1)\theta].$$

Отсюда следует, что решение в области $r \geq r_0$, $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ можно представить в виде

$$w = e^{i\alpha x} \{D_0 H_0^{(2)}(kr) + 2D_0 R \sum_{n=1}^2 [H_{2n-1}^{(2)}(k r_0) H_{2n-1}^{(1)}(kr) - H_{2n-1}^{(1)}(k r_0) H_{2n-1}^{(2)}(kr)] \cos[(2n-1)\theta]\}.$$

Значение R определяется из условия (7) при $\theta = 0$:

$$R = \frac{H_1^{(2)}(kr_g)}{\sum_{n=1}^2 H_{2n-1}^{(2)}(kr_0)[H_{2n-2}^{(1)}(kr_g) - H_{2n}^{(1)}(kr_g)] - H_{2n-1}^{(1)}(kr_0)[H_{2n-2}^{(2)}(kr_g) - H_{2n}^{(2)}(kr_g)]}$$

В предположении, что величина напряжения вдоль контура выреза при $0 \leq \theta < \pi/2$ изменяется линейно

$$\tau_{rz}(\theta) = \tau_{rz}(0) + 2[\tau_{rz}(\pi/2) - \tau_{rz}(0)]\theta/\pi,$$

равнодействующая определяется как

$$n_1^* = - \int_0^{2\pi} \tau_{rz} \cdot 1 \cdot r_0 d\theta = \mu w_0 e^{i\alpha x} \frac{\pi k r_0}{H_0^{(2)}(kr_0)} \{2H_1^{(2)}(kr_0) - \frac{R}{2} \sum_{n=1}^2 H_{2n-1}^{(2)}(kr_0)[H_{2n-2}^{(1)}(kr_0) - H_{2n}^{(1)}(kr_0)] - H_{2n-1}^{(1)}(kr_0)[H_{2n-2}^{(2)}(kr_0) - H_{2n}^{(2)}(kr_0)]\}.$$

В отличие от (5) в правой части этого выражения появились дополнительные члены, учитывающие влияние второго выреза.

Несложно обобщить полученный результат на случай депланационных колебаний слоя с круглыми вырезами, имеющими радиусы r_0 , центры которых расположены на одной прямой на расстоянии $2mr_0$, $m > 1$ друг от друга (см. схему на рис. 1в). В этом случае равнодействующая для внутреннего выреза описывается выражением

$$n_2^* = - \int_0^{2\pi} \tau_{rz} \cdot 1 \cdot r_0 d\theta = -2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \tau_{rz} \cdot 1 \cdot r_0 d\theta = \mu w_0 e^{i\alpha x} \frac{\pi k r_0}{H_0^{(2)}(kr_0)} \{2H_1^{(2)}(kr_0) - R \sum_{n=1}^2 H_{2n-1}^{(2)}(kr_0)[H_{2n-2}^{(1)}(kr_0) - H_{2n}^{(1)}(kr_0)] - H_{2n-1}^{(1)}(kr_0)[H_{2n-2}^{(2)}(kr_0) - H_{2n}^{(2)}(kr_0)]\}.$$

Равнодействующая для внутреннего из вырезов упорядоченных по схеме, представленной на рис. 1г, описывается соотношением

$$n_3^* = -4 \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \tau_{rz} \cdot 1 \cdot r_0 d\theta = \mu w_0 e^{i\alpha x} \frac{\pi k r_0}{H_0^{(2)}(kr_0)} \{2H_1^{(2)}(kr_0) - \frac{3R}{2} \sum_{n=1}^2 H_{2n-1}^{(2)}(kr_0)[H_{2n-2}^{(1)}(kr_0) - H_{2n}^{(1)}(kr_0)] - H_{2n-1}^{(1)}(kr_0)[H_{2n-2}^{(2)}(kr_0) - H_{2n}^{(2)}(kr_0)]\}.$$

Обобщая полученные результаты, приходим к

$$n_j^* = \mu w_0 e^{i\alpha x} \pi k r_0 \left\{ \frac{2H_1^{(2)}(kr_0)}{H_0^{(2)}(kr_0)} - \frac{j}{2} \frac{H_1^{(2)}(kr_g)}{H_0^{(2)}(kr_0)} C \right\}, \quad j = 0, 1, 2, 3,$$

$$C = \frac{\sum_{n=1}^2 J_{2n-1}(kr_0)[Y_{2n-2}(kr_0) - Y_{2n}(kr_0)] - Y_{2n-1}(kr_0)[Y_{2n-2}(kr_0) - Y_{2n}(kr_0)]}{\sum_{n=1}^2 J_{2n-1}(kr_g)[Y_{2n-2}(kr_g) - Y_{2n}(kr_g)] - Y_{2n-1}(kr_g)[Y_{2n-2}(kr_g) - Y_{2n}(kr_g)]}.$$

Реакции слоёв единичной толщины, приложенные к боковой поверхности фундамента, представим в общем виде для четырёх рассмотренных вариантов

$$n_j = S_{wj}(kr_0)w_0 e^{i\alpha x} = \mu w_0 e^{i\alpha x} (S_{w1j} + iS_{w2j}), \quad j = 0, 1, 2, 3,$$

где S_{w1j} , S_{w2j} – действительные и мнимые безразмерные части S_{wj} можно представить в виде

$$S_{w1j}(kr_0) = 2\pi kr_0 \frac{J_0(kr_0)J_1(kr_0) + Y_0(kr_0)Y_1(kr_0)}{J_0^2(kr_0) + Y_0^2(kr_0)} - \frac{j}{2} \pi kr_0 \frac{J_0(kr_0)J_1(kr_g) + Y_0(kr_0)Y_1(kr_g)}{J_0^2(kr_0) + Y_0^2(kr_0)} C, \quad (9)$$

$$S_{w2j}(kr_0) = \frac{4}{J_0^2(kr_0) + Y_0^2(kr_0)} - \frac{j}{2} \pi kr_0 \frac{Y_0(kr_0)J_1(kr_g) - J_0(kr_0)Y_1(kr_g)}{J_0^2(kr_0) + Y_0^2(kr_0)} C.$$

Рассмотрим результаты, полученные при решении задачи о колебаниях слоя с одним и более вырезами. Определено, что динамические жёсткости S_{wj} описываются комплексными функциями, зависящими от частоты колебаний ω , размеров подошвы, а также плотности ρ и жесткости μ среды. Из асимптотического разложения S_{w1j} , S_{w2j} следует, что для частоты $\omega \rightarrow 0$ динамические жёсткости стремятся к нулю. Реакции опережают соответствующие перемещения на временные интервалы Δ_j , которые определяются из соотношений $\Delta_j = \text{arctg}(S_{w2j}/S_{w1j})$. Параметры, характеризующие амплитуду перемещений можно оценить из соотношений $A_j = (S_{w1j}^2 + S_{w2j}^2)^{0.5}$.

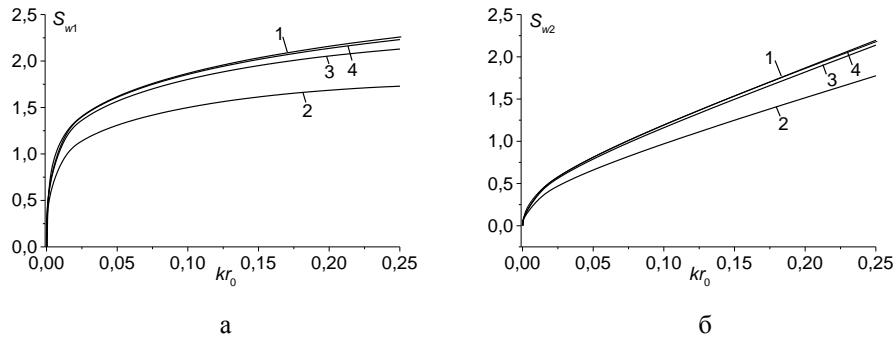


Рис. 2. Значения S_{w1} (а) и S_{w2} (б) для одного выреза (1) и для внутреннего выреза среди располагающихся в ряд при расстоянии между центрами 2 (2), 4 (3) и 8 (4) диаметров.

На рис. 2 приведены графики действительных S_{w1} и мнимых S_{w2} безразмерных частей динамических жесткостей S_w в диапазоне $0 \leq kr_0 \leq 0.25$ для различных m при колебаниях слоя с одним вырезом и вырезами расположенными в ряд. Кривые с индексом 1 иллюстрируют изменение S_{w10} и S_{w20} для случая одного круглого выреза с радиусом r_0 . Этот результат из [2] используется для сравнения. Результаты, полученные для случая расположения вырезов в ряд ($j = 2$) при $m = 2, 4, 8$ отражают на рисунке кривые с индексом 2-4 соответственно. Из представленных данных следует, что с увеличением m влияние соседних вырезов быстро уменьшается и при $m = 8$ значения S_{w13} и S_{w23} фактически совпадают с решением, полученным для одного выреза во всем диапазоне kr_0 , различие составляет около 1-3 %. Расхождение результатов становится более существенным при малых значениях m . Так, при расстоянии между центрами вырезов $4r_0$ ($m = 2$) для $kr_0 = 0.25$ отличие между S_{w10} и S_{w13} составляет уже около 30 %, а между S_{w20} и S_{w23} – 22 %.

Рис. 3 иллюстрирует изменение величин Δ_2 и $A_2 = (S_{w12}^2 + S_{w22}^2)^{0.5}$ от параметра kr_0 при различных m . Из представленного результата следует, что независимо от расстояний между центрами вырезов, реакции для различных kr_0 опережают соответствующие перемещения фактически на один и тот же временной интервал и их значения фактически совпадают с величинами, получаемыми

при рассмотрении одного выреза. Кривые, описывающие изменение A_2 , отражают тот факт, что в случае близкого расположения вырезов ($m=2$) величина реакции существенно снижается во всем рассматриваемом диапазоне kr_0 . С увеличением расстояния между вырезами их взаимное влияние быстро уменьшается и при $m = 8$ фактически отсутствует во всем диапазоне kr_0 . Отметим, что при рассмотрении для внутреннего из вырезов упорядоченных по схеме, представленной на рис. 1г ($j = 3$), расхождение между A_0 и A_3 увеличивается в 1.5 раза по сравнению с результатами, представленными на рис. 3б.

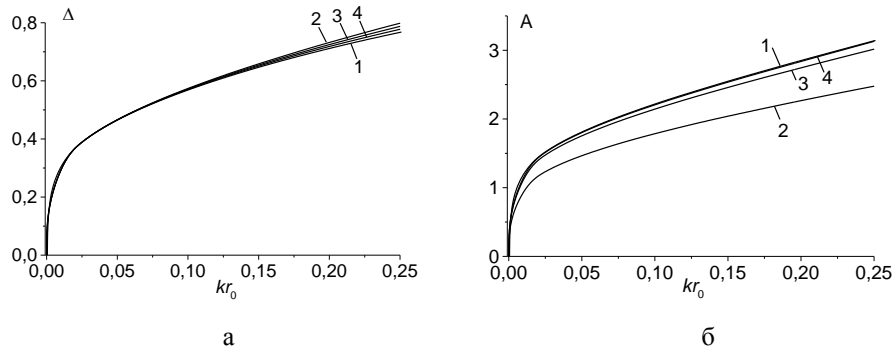


Рис. 3. Значения Δ (а) и A (б) для одного выреза (1) и внутреннего выреза при расположении их в ряд на расстоянии между центрами 2 (2), 4 (3) и 8 (4) диаметров.

На практике согласно [2] $kr_0 < 1$, поэтому из (9) при малых kr_0 можно получить следующие формулы для S_{w1j} , S_{w2j}

$$S_{w1j} = -\frac{2\pi}{\ln(0.5kr_0)} \left[1 - \frac{j}{2} \frac{2}{m(1+m^2)} \right], \quad S_{w2j} = \frac{\pi^2}{[\ln(0.5kr_0)]^2} \left[1 - \frac{j}{2} \frac{2}{m(1+m^2)} \right],$$

и далее

$$A_j = \frac{2\pi}{\ln(0.5kr_0)} \sqrt{1 + \left[\frac{\pi}{2\ln(0.5kr_0)} \right]^2} \left[1 - \frac{j}{m(1+m^2)} \right], \quad \Delta_j = \arctg \left[\frac{\pi}{2\ln(0.5kr_0)} \right].$$

В заключение отметим, что рассмотрена задача о вертикальных колебаниях бесконечной пластины с одним и более круглыми вырезами. Получены аналитические выражения для инженерного использования при определении жёсткости и демпфирования свайного основания, а также коэффициенты изменения динамических жесткостей в зависимости от расстояния между сваями при вертикальных колебаниях. Результаты хорошо согласуются с данными, представленными в [2-4, 11] и позволяют уточнять расчёты амплитудно-частотных характеристик свайных фундаментов под действием динамических нагрузок.

Л и т е р а т у р а

1. СНиП 2.02.05-87. Фундаменты машин с динамическими нагрузками / Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1988. – 32 с.
2. Баранов В.А. О расчете вынужденных колебаний заглубленного фундамента // В кн. Вопросы динамики и прочности, Тр. РПИ. – Рига, 1967. – № 14. – С. 195-209.
3. Гузь А.Н., Головчан В.Т., Черевко М.А. Дифракция антисимметричных волн на ряде круглых вырезов в бесконечной пластине // Прикладная механика. – 1974. – Т. X, В. 8. – С. 56-61.
4. Нуждин Л.В., Забылин М.И. Жесткость и демпфирование вертикальных колебаний свайного фундамента в слоистом основании // Изв. вузов. Строительство и архитектура. – 1990. – № 12. – С. 36-41.

5. Нуждин Л.В., Гензе П.А., Попов В.Н. Оценка динамических реакций на контурах нескольких круглых вырезов в бесконечной пластине. // Изв. вузов. Строительство. – 2005. – № 4. – С. 47-53.
6. Нуждин Л.В., Гензе П.А. Экспериментальные исследования одиночных свай, свай в кусте и свайных фундаментов при динамических воздействиях. // Изв. вузов. Строительство. – 2008. – № 2. – С. 111-121.
7. El Naggar M., Novak M. Nonlinear axial interaction in pile dynamics // Journal of Geotechnical Engineering ASCE. – 1994. – V. 120, N. 4. – P. 678-696.
8. Wu W., Wang K., Zhang Z., Leo C. Soil-pile interaction in the pile vertical vibration considering true three-dimensional wave effect of soil // International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. – 2013. – V. 37, Issue 17. – P. 2860-2876.
9. Allani M., Holeyman A. Numerical evaluation of effects of nonlinear lateral pile vibrations on nonlinear axial response of pile shaft // Soils and Foundations. – 2013. – V. 53, N. 3. – P. 395-407.
10. Medina C., Aznárez J., Padrón L., Maeso O. Effects of soil-structure interaction on the dynamic properties and seismic response of piled structures. // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. – 2013. – V. 53. – P. 160-175.
11. Пятецкий В.М., Александров Б.К., Савинов О.А. Современные фундаменты машин и их автоматизированное проектирование – М.: Стройиздат, 1993. – 416 с.
12. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1966. – 724 с.

References

1. SNiP 2.02.05-87. Foundations of dynamic load machines, Gosstroy SSSR, Moscow: CИTP Gossroya SSSR, 1988, 32 p. (Russian).
2. Baranov, VA (1967). O raschete vynuždennih kolebanii zaglublennogo fundamenta. Voprosi Dinamiki i Prochnosti. Tr. Rijskogo PI. Riga, N. 14, 195-209. (Russian).
3. Guz', AN, Golovchan, VT, Cherevko, MA (1974). Difraktsiya antisimmetrichnyh voln na ryade kruglyh vyrezov v beskonechnoy plastine. Prikladnaya mekhanika, Vol. X, N 8, 56-61 (Russian).
4. Nujdin, LV, Zabylin, MI (1990). Jostkost' i dempfirovanie vertikalnyh kolebaniy svainogo fundamenta v sloistom osnovanii. Izv. Vuzov. Stroitelstvo i Arhitektura, N 12, 36-41 (Russian).
5. Nujdin, LV, Genze, PA, Popov, VN (2005). Otsenka dinamicheskikh reaktcii na konturah neskolkih kruglyh vyrezov v beskonechnoy plastine. Izv. Vuzov. Stroitelstvo, N 4, 47-53 (Russian).
6. Nujdin, LV, Genze, PA (2008). Experimental'nye issledovaniya odinochnykh svay, svay v kuste i svainykh fundamentov pri dinamicheskikh vozdeystviyah. Izv. Vuzov. Stroitelstvo, N 2, 111-121 (Russian).
7. El Naggar M., Novak M. (1994). Nonlinear axial interaction in pile dynamics. Journal of Geotechnical Engineering ASCE, Vol. 120, N 4, 678-696.
8. Wu W, Wang K, Zhang Z, Leo C. (2013). Soil-pile interaction in the pile vertical vibration considering true three-dimensional wave effect of soil. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. Vol. 37, Issue 17, 2860-2876.
9. Allani, M, Holeyman, A (2013). Numerical evaluation of effects of nonlinear lateral pile vibrations on nonlinear axial response of pile shaft. Soils and Foundations, 53(3), 395-407.
10. Medina, C, Aznárez, J, Padrón, L, Maeso, O. (2013). Effects of soil-structure interaction on the dynamic properties and seismic response of piled structures. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol 53, 160-175.
11. Pyatetskii, VM, Aleksandrov, BK, Savinov, OA. (1993). Sovremennye Fundamenty Mashin i ih Avtomaticheskoe Proektirovanie. Moscow: Stroyizdat, 416 p.
12. Tihonov, AN, Samarskii, AA. (1966). Uravneniya Matematicheskoy Fiziki. M.: Nauka, 724 p.

ESTIMATION OF DYNAMIC RESPONSES ON CONTOURS OF SEVERAL ROUND CUTS AT VIBRATIONS OF A THIN PLATE

A.O. Kolesnikov, V.N. Popov

Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS, Novosibirsk

In accordance with the wave model vertical vibrations of a thin plate with one or more circular cuts are considered. Analytical expressions for the dynamic stiffness taking into account the distance between the circular piles at vertical vibration are defined. The obtained results allow us to refine the values of amplitude and frequency characteristics of pile foundations under dynamic loads.

KEY WORDS: dynamics, pile foundation, deepened pile-cap.