

**КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ЛИНЕЙЧАТЫЕ ПОВЕРХНОСТИ НА ОСНОВЕ
КОМПЛЕКСНОГО ДВИЖЕНИЯ ОДНОГО АКСОИДА ПО ДРУГОМУ
(Однополостные гиперboloиды вращения в качестве
неподвижного и подвижного аксоидов)**

Г.С. РАЧКОВСКАЯ*, канд. техн. наук,

Ю.Н. ХАРАБАЕВ**,

Ростовский государственный университет путей сообщения, Ростов-на-Дону

* g.rachkovskaya@gmail.com , ** kharabayev@aanet.ru

Разработана геометрическая модель построения кинематических линейчатых поверхностей на основе комплексного движения одного однополостного гиперboloида вращения по другому. Рассмотрены случаи внешнего и внутреннего обкатывания одного аксоида другим. Получено аналитическое описание и реализована компьютерная визуализация новых кинематических линейчатых поверхностей.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: кинематические линейчатые поверхности, геометрия.

Введение. Возможности поиска новых классов линейчатых поверхностей существенно расширяются за счет кинематических линейчатых поверхностей, образование которых основано на моделировании процесса перемещения одной линейчатой поверхности (подвижной) по другой (неподвижной). В процессе перемещения подвижной поверхности по неподвижной одна (выделенная) прямолинейная образующая (прямая MN на рис. 1 подвижной поверхности формирует новую кинематическую линейчатую поверхность [1-3]. Такое построение кинематических линейчатых поверхностей требует выполнения основного условия контакта (взаимодействия) между подвижной и неподвижной поверхностями. Это условие состоит в том, что рассматриваемые поверхности соприкасаются друг с другом по одной общей для них прямолинейной образующей в каждой их позиции в процессе движения одной поверхности по другой.

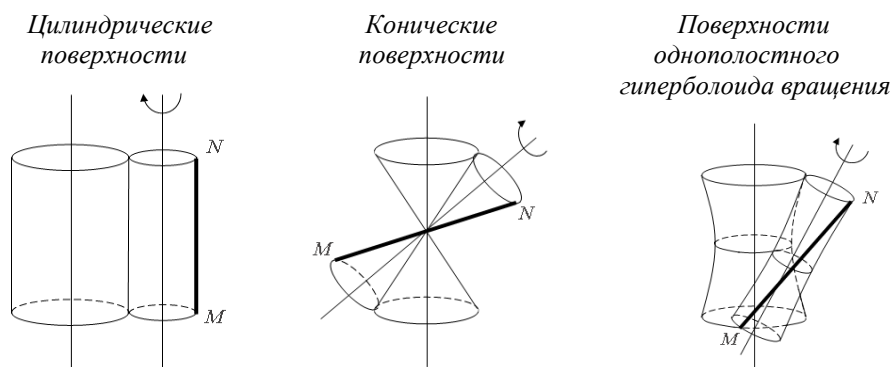


Рис. 1.

В качестве неподвижной и подвижной линейчатых поверхностей могут быть использованы такие поверхности, как цилиндрическая, коническая или поверхность однополостного гиперboloида вращения (рис. 1), то есть поверхности, образованные в результате вращения одной прямой (образующей) относительно другой прямой (оси).

Следует отметить, что для таких пар аксоидов, как “цилиндр–цилиндр” или “конус–конус” (рис. 1) хорошо известны кинематические линейчатые поверхности, образованные в результате качения одного аксоида по другому [1]. В случае же пары однополостных гиперблоидов вращения (рис. 1) такое простое движение, как качение одного аксоида по другому, невозможно. Однако, основное условие контакта двух соприкасающихся однополостных гиперблоидов вращения, необходимое для построения кинематических поверхностей, может быть выполнено в случае рассмотрения сложного (*комплексного*) движения одного аксоида по другому. *Комплексное движение* одного аксоида по другому представляется в виде комбинации нескольких согласованных между собой движений [4,5]. Ранее [4] при решении аналогичной задачи построения кинематических поверхностей на основе взаимодействия конической и торсовой поверхностей была разработана геометрическая модель *комплексного движения* одного аксоида по другому для пары “конус – торс”. Эта геометрическая модель *комплексного движения* была представлена в виде трёх согласованных между собой движений: вращательного движения конуса вокруг своей оси, поворота оси конуса, смещения вершины конуса вдоль кривой ребра возврата тора.

1. Геометрическая модель *комплексного движения* одного однополостного гиперблоида вращения по другому.

Геометрическая модель *комплексного движения* одного однополостного гиперблоида вращения по другому может быть представлена как комбинация трёх согласованных между собой движений:

- (1) вращательное движение подвижного аксоида вокруг своей оси;
- (2) вращательное движение оси подвижного аксоида вокруг оси неподвижного аксоида;
- (3) смещение подвижного аксоида вдоль общей для обоих аксоидов прямолинейной образующей.

Далее рассмотрены варианты внешнего (геометрическая модель №1) и внутреннего (геометрическая модель №2) обкатывания одного аксоида другим. При внешнем обкатывании внешняя поверхность подвижного аксоида обкатывает внешнюю поверхность неподвижного аксоида. Для внешнего обкатывания рассмотрены две геометрические модели (№1А и №1В).

Геометрическая модель №1А соответствует случаю двух одинаковых контактирующих между собой неподвижного и подвижного однополостных гиперблоидов вращения.

Геометрическая модель №1В соответствует случаю двух неодинаковых контактирующих между собой неподвижного и подвижного однополостных гиперблоидов вращения.

Геометрическая модель №2 для внутреннего обкатывания одного аксоида другим соответствует расположению одного однополостного гиперблоида вращения внутри другого. При этом возможны два варианта взаимного расположения подвижного и неподвижного аксоидов.

В первом варианте подвижным является внутренний аксоид, а во втором варианте подвижным является внешний аксоид. В первом варианте внешняя поверхность подвижного аксоида обкатывает внутреннюю поверхность неподвижного аксоида, а во втором варианте внутренняя поверхность подвижного аксоида обкатывает внешнюю поверхность неподвижного аксоида.

2. Аналитическое представление геометрических моделей №1 и №2

Каноническое уравнение поверхности однополостного гиперболоида вращения [6]:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

где a – радиус горловой окружности (рис. 2).

На рис. 2 показана пара однополостных гиперболоидов вращения, неподвижного (*I*) и подвижного (*2*), контактирующих между собой по общей прямолинейной образующей *KL*.

Для получения параметрических уравнений кинематической линейчатой поверхности, генерируемой одной из прямолинейных образующих (прямой *MN* на рис. 1) подвижного аксоида *2* в результате его *комплексного движения* относительно неподвижного аксоида *I*, введены две системы координат (рис. 2):

оxyz – неподвижная система координат, связанная с неподвижным аксоидом *I*, ось *oz* которой совпадает с осью неподвижного аксоида *I*;

OXYZ – подвижная система координат, связанная с подвижным аксоидом *2*, ось *OZ* которой совпадает с осью подвижного аксоида *2*.

Начало неподвижной системы координат *оxyz* расположено в центре горловой окружности неподвижного аксоида *I*, а начало подвижной системы координат *OXYZ* расположено в центре горловой окружности подвижного аксоида *2* (рис. 2).

После введения двух систем координат геометрическая модель *комплексного движения* одного однополостного гиперболоида вращения по другому представляется в виде комбинации следующих трёх согласованных между собой движений, связанных с системами координат *оxyz* и *OXYZ* [7]:

(1) вращательное движение подвижного аксоида *2* вокруг своей оси (оси *OZ*) в подвижной системе координат *OXYZ*, связанной с подвижным аксоидом *2*;

(2) вращательное движение оси *OZ*, совпадающей с осью аксоида *2*, вокруг оси *oz*, совпадающей с осью аксоида *I*, в неподвижной системе координат *оxyz*;

(3) смещение подвижного аксоида *2* вдоль общей прямолинейной образующей (прямой *KL* на рис. 2) для обоих аксоидов *I* и *2*.

2.1. Геометрическая модель №1А

Геометрическая модель **№1А** для внешнего обкатывания одного аксоида другим соответствует случаю двух одинаковых контактирующих аксоидов, то есть случаю равенства параметров канонического уравнения неподвижного (*I*) и подвижного (*2*) однополостных гиперболоидов вращения ($a_1 = a_2 = a, c_1 = c_2 = c$).

Для этой геометрической модели получены следующие уравнения перехода от подвижной системы координат *OXYZ*, в которой задан подвижный однополостный гиперболоид вращения *2*, к неподвижной системе координат *оxyz*, то есть получено параметрическое (в параметрах u и v) задание кинематической поверхности, генерируемой одной из прямолинейных образующих (прямой *MN* на рис. 1) подвижного аксоида *2*, в неподвижной системе координат *оxyz*:

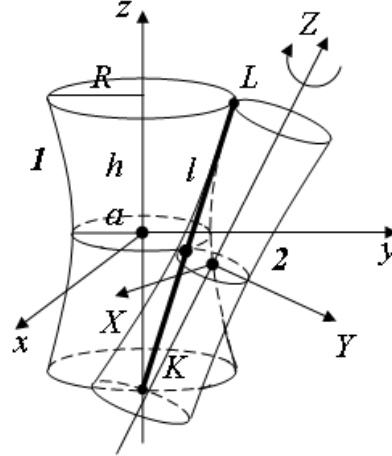


Рис. 2

$$\begin{aligned}x &= (Z \sin \theta + X \cos \theta) \cos u - (Y + 2a) \sin u ; \\y &= (Z \sin \theta + X \cos \theta) \sin u + (Y + 2a) \cos u ; \\z &= Z \cos \theta - X \sin \theta ,\end{aligned}$$

где $\theta = 2 \arctg(a/c)$.

Координаты X, Y, Z задаются параметрическими уравнениями поверхности, генерируемой одной из прямолинейных образующих подвижного однополостного гиперboloида вращения 2 в подвижной системе координат $OXYZ$ [1]:

$$\begin{aligned}X &= -a \sin \varphi + av \cos \varphi ; \\Y &= a \cos \varphi + av \sin \varphi ; \\Z &= cv ,\end{aligned}$$

где φ – текущее значение угла поворота однополостного гиперboloида вращения вокруг своей оси, v – введенный параметр; $\varphi = u + \pi$ в геометрической модели **№1А**.

В качестве примера визуализации кинематических линейчатых поверхностей, образованных на основе геометрической модели **№1А комплексного движения** одного однополостного гиперboloида вращения по другому, приведены две пары контактирующих аксоидов (рис. 3, 5) и соответствующие им кинематические линейчатые поверхности (рис. 4, 6), полученные для разных соотношений параметров c/a контактирующих аксоидов ($(c/a) = 2.5$ (рис. 3) и $(c/a) = 4.0$ (рис. 5)). Оси неподвижных аксоидов расположены вертикально на рис. 3 и 5.

Визуализация контактирующих аксоидов (рис. 3, 4) и построенных кинематических линейчатых поверхностей (рис. 4, 6) проведена с помощью ранее разработанного компьютерного *AMG*-приложения [8].



Рис. 3.



Рис. 4.



Рис. 5.

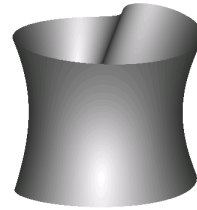


Рис. 6

2.2. Геометрической модель №1В

Геометрической модель **№1В комплексного движения** одного однополостного гиперboloида вращения по другому соответствует случаю двух неодинаковых контактирующих между собой неподвижного (1) и подвижного (2) аксоидов, то есть, когда $a_1 \neq a_2, c_1 \neq c_2$. В этом случае геометрическая модель *комплексного движения* требует согласования между собой параметров контактирующих аксоидов. Построение кинематических поверхностей на основе пары неодинаковых контактирующих однополостных гиперboloидов вращения становится возможным только при выполнении следующего параметрического условия [7]:

$$a_1^2 + c_1^2 = a_2^2 + c_2^2.$$

Это условие вытекает из геометрической модели *комплексного движения* одного однополостного гиперboloида вращения по другому, допускающей согласованное скольжение одного аксоида по другому только вдоль общей прямолинейной образующей обоих аксоидов. Поэтому обкатывание всех окружностей (горловой и всех других окружностей радиусами R_1) неподвижного аксоида **1** соответствующими окружностями радиусами R_2 подвижного аксоида **2** в процессе *комплексного движения* одного однополостного гиперboloида вращения по другому должно проходить без проскальзывания поперек общей прямолинейной образующей (прямой KL на рис. 2) обоих аксоидов. Отсюда следует, что отношения длин окружностей для каждой пары контактирующих окружностей подвижного (**2**) и неподвижного (**1**) аксоидов должны быть равными. То есть, отношение $R_2(l)/R_1(l)$ для соответствующих контактирующих окружностей должно не зависеть от l (l – длина отрезка общей для обоих аксоидов прямолинейной образующей от точки контакта их горловых окружностей до точки контакта окружностей, соответствующих радиусов R_1 и R_2 (рис. 2)).

Формула зависимости $R(l)$, то есть зависимости радиуса кругового сечения R от длины l отрезка прямой образующей от точки на горловой окружности до точки на окружности радиуса R (рис. 2) получена из решения системы двух уравнений:

(1) канонического уравнения однополостного гиперboloида вращения (в переменных R, h):

$$\frac{R^2}{a^2} - \frac{h^2}{c^2} = 1$$

(R – радиус кругового сечения, расположенного на расстоянии h от горлового сечения);

(2) уравнения, вытекающего из стереометрии однополостного гиперboloида вращения:

$$R^2 - a^2 = l^2 - h^2.$$

Решение этой системы уравнений дает искомую зависимость $R(l)$ [9]:

$$R(l) = a \sqrt{1 + \frac{l^2}{a^2 + c^2}}.$$

Тогда отношение радиусов $R_2(l)/R_1(l)$ соответствующих контактирующих окружностей:

$$\frac{R_2(l)}{R_1(l)} = \frac{a_2 \sqrt{1 + \frac{l^2}{a_2^2 + c_2^2}}}{a_1 \sqrt{1 + \frac{l^2}{a_1^2 + c_1^2}}}.$$

Это отношение радиусов $R_2(l)/R_1(l)$ не будет зависеть от l только при выполнении следующего параметрического условия [7]:

$$a_1^2 + c_1^2 = a_2^2 + c_2^2.$$

При выполнении этого условия отношение радиусов контактирующих окружностей для любого l :

$$\frac{R_2(l)}{R_1(l)} = \frac{a_2}{a_1}.$$

То есть, отношение радиусов $R_2(l)/R_1(l)$ всех контактирующих окружностей подвижного и неподвижного аксоидов в процессе *комплексного движения* одного однополостного гиперboloида вращения по другому равно отношению радиусов контактирующих горловых окружностей подвижного и неподвижного аксоидов.

Для случая двух неодинаковых контактирующих однополостных гиперboloидов вращения параметрическое задание кинематической линейчатой поверхности, генерируемой одной из образующих подвижного аксоида **2**, в неподвижной системе координат $oxyz$ принимает вид:

$$x = (Z \sin \theta + X \cos \theta) \cos u - (Y + a_1 + a_2) \sin u ;$$

$$y = (Z \sin \theta + X \cos \theta) \sin u + (Y + a_1 + a_2) \cos u ;$$

$$z = Z \cos \theta - X \sin \theta ,$$

где $\theta = \arctg(a_1/c_1) + \arctg(a_2/c_2)$.

Координаты X, Y, Z задаются параметрическими уравнениями поверхности, генерируемой одной из прямолинейных образующих подвижного однополостного гиперboloида вращения **2** в подвижной системе координат $OXYZ$ [1]:

$$X = -a_2 \sin \varphi + a_2 v \cos \varphi ;$$

$$Y = a_2 \cos \varphi + a_2 v \sin \varphi ;$$

$$Z = c_2 v .$$

$\varphi = (a_1/a_2)u + \pi$ в геометрической модели **№1В**.

Следует отметить, что для случая пары неодинаковых контактирующих аксоидов, задаются, практически, только параметры одного однополостного гиперboloида вращения (параметры a_1 и c_1) и соотношение радиусов горловых окружностей контактирующих аксоидов (a_1/a_2).

Значение параметра c_2 определяется из формулы параметрического условия $a_1^2 + c_1^2 = a_2^2 + c_2^2$, что автоматически предопределяет “согласованность пары” контактирующих аксоидов.



Рис. 7



Рис. 8



Рис. 9



Рис. 10

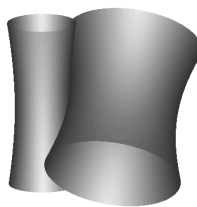


Рис. 11

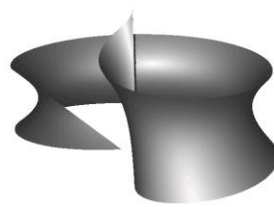


Рис. 12

В качестве примера визуализации кинематических линейчатых поверхностей, образованных на основе геометрической модели **№1В** *комплексного движения* одного однополостного гиперboloида вращения по другому, приведены “согласованные пары” контактирующих аксоидов (рис. 7, 9, 11) и соответствующие им кинематические поверхности (рис. 8, 10, 12).

матические линейчатые поверхности (рис. 8, 10, 12). На рисунках оси неподжных аксоидов расположены вертикально.

Параметры контактирующих аксоидов, приведенных на рис. 7, 9, 11:

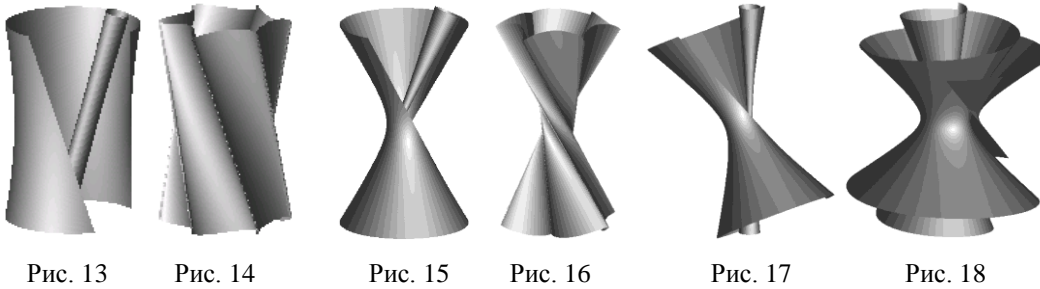
рис. 7: $(c_1 / a_1) = 2.5, (a_1 / a_2) = 4/1$;

рис. 9: $(c_1 / a_1) = 4.0, (a_1 / a_2) = 4/1$;

рис. 11: $(c_1 / a_1) = 4.0, (a_1 / a_2) = 1/2$.

2.3. Геометрическая модель №2 [10]

Геометрической модели №2 для внутреннего обкатывания одного однополостного гиперboloида вращения другим соответствует расположение одного (подвижного или неподжного) аксоида внутри другого (рис. 13, 15, 17). На рис. 13, 15 представлены два примера для варианта внутреннего обкатывания, соответствующего внутреннему подвижному и внешнему неподжному аксоидам. В этом варианте внешняя поверхность подвижного аксоида обкатывает внутреннюю поверхность неподжного аксоида (оси неподжных аксоидов на рисунках расположены вертикально).



На рис. 13 и 15 изображены “согласованные пары” аксоидов со следующими параметрами:

$$(c_1 / a_1) = 3, (a_1 / a_2) = 6/1 \text{ (рис. 13)}$$

$$\text{и } (c_1 / a_1) = 5/3, (a_1 / a_2) = 6/1 \text{ (рис. 15).}$$

На рис. 17 показан другой вариант внутреннего обкатывания одного однополостного гиперboloида вращения другим, вариант, соответствующий сочетанию неподжного внутреннего и подвижного внешнего аксоидов. В таком варианте внутренняя поверхность подвижного аксоида обкатывает внешнюю поверхность неподжного аксоида. Интересно заметить, что на рис. 17 изображена та же “согласованная пара” аксоидов, что и на рис. 15, но с другим взаимным расположением неподжного и подвижного аксоидов. Последнему случаю (рис. 17) соответствует “согласованная пара” контактирующих однополостных гиперboloидов вращения со следующими параметрами:

$$(c_2 / a_2) = 5/3, (a_1 / a_2) = 1/6.$$

Для геометрической модели №2 комплексного движения одного однополостного гиперboloида вращения по другому получены следующие уравнения перехода от подвижной системы координат $OXYZ$ к неподжной системе координат $oxyz$, то есть получено параметрическое задание кинематической поверхности, генерируе-

мой одной из прямолинейных образующих подвижного аксоида **2**, в неподвижной системе координат $oxyz$:

$$x = (Z \sin \theta + X \cos \theta) \cos u - (Y + a_1 - a_2) \sin u ;$$

$$y = (Z \sin \theta + X \cos \theta) \sin u + (Y + a_1 - a_2) \cos u ;$$

$$z = Z \cos \theta - X \sin \theta ,$$

где $\theta = \operatorname{arctg}(a_1 / c_1) - \operatorname{arctg}(a_2 / c_2)$.

X, Y, Z задаются параметрическими уравнениями поверхности, генерируемой одной из прямолинейных образующих подвижного однополостного гиперboloида вращения **2** в подвижной системе координат $OXYZ$ [1]:

$$X = -a_2 \sin \varphi + a_2 v \cos \varphi ;$$

$$Y = a_2 \cos \varphi + a_2 v \sin \varphi ;$$

$$Z = c_2 v .$$

$\varphi = -(a_1/a_2) \quad \varphi = -(a_1/a_2)u$ в геометрической модели **№2**.

В качестве примера визуализации кинематических линейчатых поверхностей, образованных на основе геометрической модели **№2** для внутреннего обкатывания одного однополостного гиперboloида вращения другим, на рис. 14, 16, 18 приведены кинематические поверхности, построенные для соответствующих “согласованных пар” аксоидов, изображенных на рис. 13, 15, 17.

Следует подчеркнуть, что возможность произвольного выбора параметров контактирующих аксоидов в приведенных геометрических моделях позволяет получать на их основе разнообразные оригинальные кинематические линейчатые поверхности.

Таким образом, предложенная геометрическая модель и аналитическое описание *комплексного движения* одного однополостного гиперboloида вращения по другому в сочетании с возможностями визуализации разработанного компьютерного приложения составили эффективный инструмент целенаправленного компьютерного поиска новых кинематических линейчатых поверхностей.

Л и т е р а т у р а

1. *Кривошапко С.Н., Иванов В.Н.* Энциклопедия аналитических поверхностей. – Москва: Наука, 2010. – 556 с.
2. *Peternell M., Gruber D., Sendra J.* Conchoid surfaces of rational ruled surfaces // Computer Aided Geometric Design, Volume 28, Issue 7, P. 395-446. October 2011.
3. *M. Husty* On Some Surfaces in Kinematics //Journal for Geometry and Graphics, Volume 16, Number 1, P.47-58. 2012.
4. *Rachkovskaya, G.S., Kharabayev, Yu.N.* The computer modelling of kinematic linear surfaces (based on the *complex moving* a cone along a torse) //Proceedings of the International Conference on Computing, Communications and Control Technologies, Austin (Texas), USA. 1. P. 107-111. 2004.
5. *Selig J.M., Husty M.* Half-turns and line symmetric motions// Mechanism and Machine Theory, Volume 46, Issue 2, P. 156–167. February 2011.
6. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. – Москва: Наука, 1968.
7. *Rachkovskaya, G.S., Kharabayev, Yu.N. and Rachkovskaya N.S.* Kinematic ruled surfaces (one-sheet hyperboloid of revolution as fixed and moving axoids) //Proceedings of the 13th International Conference on Geometry and Graphics, Dresden, Germany, P. 190-191. 2008.

8. *Rachkovskaya, G.S., Kharabayev, Yu.N., and Rachkovskaya, N.S.* Computer composition of the transformed classical surfaces as the ways and means of the construction of visual models of realistic objects (The new software application “ArtMathGraph”) //Proceedings of the 15-th International Conference in Central Europe on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision, Plzen, Czech Republic, P. 29-32. 2007.

9. *Rachkovskaya, G.S., Kharabayev, Yu.N.* Geometric modeling and computer graphics of kinematic ruled surfaces on the base of complex moving one axoid along another (one-sheet hyperboloid of revolution as fixed and moving axoids) //Proceedings of the 17-th International Conference in Central Europe on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision, Plzen, Czech Republic, P. 31-34. 2009.

10. *Rachkovskaya, G.S., Kharabayev, Yu.N.* Geometric model of kinematic surfaces on the base of one-sheet hyperboloidal surfaces of revolution (one axoid is located in the interior of another axoid) //Proceedings of the 14th International Conference on Geometry and Graphics, Kyoto, Japan, P. 320-321.2010.

References

1. *Krivoshapko, SN., Ivanov, VN* (2010). *Encyclopedia of Analytical Surfaces*. M: Nauka, 556 p.
2. *Peternell, M, Gruber, D, Sendra, J* (2011). Conchoid surfaces of rational ruled surfaces. *Computer Aided Geometric Design*, Volume 28, Issue 7, p. 395-446.
3. *Husty, M.*(2012). On Some Surfaces in Kinematics. *Journal for Geometry and Graphics*, Volume 16, Number 1, p. 47-58.
4. *Rachkovskaya, GS, Kharabayev, Yu.N.* (2004). The computer modelling of kinematic linear surfaces (based on the *complex moving* a cone along a torse). *Proceedings of the International Conference on Computing, Communications and Control Technologies*, Austin (Texas), USA. 1, p. 107-111.
5. *Selig, JM, Husty, M* (2011). Half-turns and line symmetric motions. *Mechanism and Machine Theory*, Volume 46, Issue 2, p. 156-167.
6. *Korn GA and Korn TM* (1961). *Mathematical Handbook for Scientists and Engineers*, McGraw-Hill, NY, USA.
7. *Rachkovskaya, GS, Kharabayev, YuN and Rachkovskaya NS* (2008). Kinematic ruled surfaces (one-sheet hyperboloid of revolution as fixed and moving axoids). *Proceedings of the 13th International Conference on Geometry and Graphics*, Dresden, Germany, p. 190-191.
8. *Rachkovskaya, GS, Kharabayev, YuN, and Rachkovskaya, NS.* (2007). Computer composition of the transformed classical surfaces as the ways and means of the construction of visual models of realistic objects (The new software application “ArtMathGraph”). *Proceedings of the 15-th International Conference in Central Europe on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision*, Plzen, Czech Republic, p. 29-32.
9. *Rachkovskaya, GS, Kharabayev, YuN* (2009). Geometric modeling and computer graphics of kinematic ruled surfaces on the base of complex moving one axoid along another (one-sheet hyperboloid of revolution as fixed and moving axoids). *Proceedings of the 17-th International Conference in Central Europe on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision*, Plzen, Czech Republic, p. 31-34.
10. *Rachkovskaya, GS, Kharabayev, YuN* (2010). Geometric model of kinematic surfaces on the base of one-sheet hyperboloidal surfaces of revolution (one axoid is located in the interior of another axoid). *Proceedings of the 14th International Conference on Geometry and Graphics*, Kyoto, Japan, p. 320-321.

KINEMATIC RULED SURFACES ON THE BASE OF COMPLEX MOVING ONE AXOID ALONG ANOTHER (one-sheet hyperboloidal surface of revolution as fixed and moving axoids)

G.S. Rachkovskaya, Yu.N. Kharabayev
Rostov State Transport University, Rostov-on-Don

Geometrical model of *complex moving* one-sheet hyperboloid of revolution along another as a base for generating new kinematic ruled surfaces is proposed. Both cases with one axoid’s location outside another and one axoid’s location in the interior of another are described. Analytical development and computer visualization of the new kinematic ruled surfaces are realized.

KEY WORDS: Kinematic Ruled Surfaces, Analytical Geometry, Computer Graphics.