

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ ПОТЕРИ ПРОЧНОСТИ АРКИ ИЗ U-ОБРАЗНОГО ПРОФИЛЯ С ПРИВЕДЕННЫМИ РЕДУЦИРОВАННЫМИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Ю.А. ВЕСЕЛЕВ, *проф.*,

М.С. КАРАБУТОВ, *аспирант*

Ростовский государственный строительный университет

344025 ул.2-я Пролетарская 52/54кв.86 kmcmisha@yandex.ru

В статье проведены расчеты по определению максимальной возможной нагрузки и вероятности безотказной работы тонкостенного свода из вальцованных профилей. Актуальность исследования обусловлена недостаточной изученностью надежности сводов из U-образных вальцованных профилей. Методологической основой проведенных расчетов являются теории наибольших нормальных напряжений и предельно напряженных состояний. В ходе проведенного исследования вероятности потери прочности рассматриваемой конструкции были использованы возможности ряда программных продуктов, таких как Lira и Solid Works. В результате были получены значения предельно допустимой нагрузки на исследуемый свод с редуцированными геометрическими характеристиками и первоначальной надежности конструкции, что позволило сделать вывод о недостаточной надежности свода.

Ключевые слова: надежность, предельно допустимая нагрузка, математическое ожидание, среднее квадратичное отклонение, компьютерное моделирование, редуцированные геометрические характеристики, свод, вальцованные металлические тонколистовые профили.

В числе важнейших эксплуатационно-технических характеристик, определяющих эффективность объектов, особое место занимают показатели надежности, безопасности и живучести, т.е. свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции.

На этапе проектирования расчет надежности производится с целью прогнозирования первоначальной надежности проектируемого объекта. Такое прогнозирование необходимо для обоснования предполагаемого проекта объекта, а также для решения разного рода организационно-технических вопросов: выбора оптимального варианта системы; способа резервирования; глубины и методов контроля; периодичности и объема профилактики; обоснования требований к надежности элементов системы.

Определим первоначальную вероятность безотказной работы тонкостенного свода из вальцованных профилей системы МС-120. Произведем инженерный расчет арки пролетом 18,7 м, стрелой подъема 8,7 м, с жестким закреплением опорных сечений, толщиной профиля 1 мм при действии вертикальной распределенной нагрузки типа собственного веса. Цель расчета – определение максимально возможной нагрузки, исходя из рекомендуемых геометрических характеристик поперечного сечения профиля по ТУ ЦНИИПСК им. Мельникова [1] и нормативных ограничений по прочности.

Рассчитаем арку при действии равномерно распределенной погонной нагрузки 5 кг/м (что соответствует 16,4 кг/м² покрытия от собственного веса профиля). Расчет произведем в программном комплексе Lira. Используем для этого геометрические характеристики профиля из [1]:

$$\text{-усредненный момент инерции } J_{\text{сред.}} = (65,1 + 54,4) / 2 \text{ см}^4 = 59,75 * 10^{-8} \text{ м}^4;$$

$$\text{-площадь сечения профиля } A = 6,05 * 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Соответственно, изгибная усредненная жесткость $EJ = 12.548 \text{ т*м}^2$, жесткость продольная на сжатие-растяжение $EA = 12705 \text{ т}$.

После нахождения изгибных и продольных усилий в арке выберем сечение арки, в котором возникают самые большие напряжения, используя для их нахождения редуцированные геометрические характеристики моментов сопротивления профиля при положительном моменте (сжаты узкие полки) из [1]:

- для узкого верхнего пояса профиля $W_{en} = 10,6 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$;
- для широкого нижнего пояса профиля $W_{nn} = 7,8 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$.

В верхнем поясе профиля наибольшие сжимающие напряжения возникают при следующих усилиях:

$$N = -0,07364 \text{ т}; M_{max} = 0,03390 \text{ т}\cdot\text{м}.$$

Максимальное напряжение в верхнем поясе

$$\sigma = -0,07364/6,05 \cdot 10^{-4} - 0,03390/10,6 \cdot 10^{-6} = -3319,83 \text{ т/м}^2.$$

В нижнем поясе профиля наибольшие сжимающие напряжения возникают при следующих усилиях: $N = -0,05678 \text{ т}; M_{min} = -0,01511 \text{ т}\cdot\text{м}$.

Максимальное напряжение в нижнем поясе

$$\sigma = -0,05678/6,05 \cdot 10^{-4} - 0,01511/7,8 \cdot 10^{-6} = -2031,02 \text{ т/м}^2.$$

Таким образом, решающими для задачи определения вероятности разрушения являются напряжения в верхнем узком поясе вальцованного профиля.

Найдем предельную нагрузку на арку по нормам, приняв расчетное сопротивление стали вальцованного профиля $R_y = 28000 \text{ т/м}^2$. Значение предельной нагрузки $q = 0,005 \cdot 28000/3319,83 = 0,0422 \text{ т/м}$, а коэффициент перехода к предельным усилиям $k = 28000/3319,83 = 8,43$. Предельные значения усилий в сечении будут $N = -0,07364 \cdot 8,43 = -0,621 \text{ т}; M = 0,0339 \cdot 8,43 = 0,2858 \text{ т}\cdot\text{м}$.

Ограничение по прочности арки запишем в обычном виде

$$\sigma_{max} = \frac{N}{A} + \frac{M}{W} \leq \sigma_T, \quad (1)$$

где σ_T – предел текучести стали. Тогда функция неразрушимости будет такой

$$\tilde{Z} = \tilde{\sigma}_T - \left(\frac{\tilde{N}}{\tilde{A}} + \frac{\tilde{M}}{\tilde{W}} \right) \geq 0. \quad (2)$$

Здесь знак «~» означает случайную величину. Поскольку усилия \tilde{N} и \tilde{M} взаимно независимыми величинами не являются (коррелированные и зависят от нагрузки), представим момент как $\tilde{M} = \tilde{N}e$, где e – величина эксцентриситета, которую в рассматриваемом сечении принимаем как детерминированную величину. В нашем случае для опасного сечения $e = M/N = 0,2858/0,621 = 0,46 \text{ м}$. Тогда формула (2) запишется так

$$\tilde{Z} = \tilde{\sigma}_T - \tilde{N} \left(\frac{1}{\tilde{A}} + \frac{e}{\tilde{W}} \right) \geq 0. \quad (3)$$

Предположим, что все случайные величины, входящие в функцию (3), распределены по нормальному закону со своими числовыми характеристиками распределения. Оценим эти числовые характеристики. Для предела текучести стали, поставленной по ГОСТ 380-71*, коэффициент вариации $v = 0,08$. Исходя из обеспеченности расчетного сопротивления,

$$P(R_y < \tilde{\sigma}_T) = P(\tilde{\sigma}_T - R_y > 0) = 0,995, \quad (4)$$

определим математическое ожидание предела текучести из соотношения

$$0,5 + \Phi \left[\frac{\bar{\sigma}_T - R_y}{v \bar{\sigma}_T} \right] = 0,995. \quad (5)$$

Здесь $\bar{\sigma}_T$ – математическое ожидание предела текучести, $\Phi[\dots]$ – функция Лапласа (интеграл вероятностей).

При значении функции Лапласа $0,995-0,5 = 0,495$ значение аргумента равно $2,573$. Отсюда математическое ожидание предела текучести и его стандарт

$$\bar{\sigma}_T = \frac{R_y}{1 - 2,573v} = \frac{28000}{1 - 2,573 \cdot 0,08} = 35257,4 \text{ Т/м}^2;$$

$$\sigma(\sigma_T) = 0,08 \cdot 35257,4 = 2820,6 \text{ Т/м}^2 .$$

Предположим, что обобщенный коэффициент надежности по нагрузке $\gamma_f = 1,2$. В этом случае для нагрузки, или то же самое, для силы N , по правилу «трех сигма»: $1,2\bar{N} - \bar{N} = 3\sigma(N)$, где \bar{N} - математическое ожидание силы N (ее нормативное значение), $1,2\bar{N}$ - расчетное значение силы N , $\sigma(N)$ - стандарт (среднеквадратическое отклонение) силы N , - находим, что:

- математическое ожидание $\bar{N} = 0,621/1,2 = 0,518$ т;
- стандарт $\sigma(N) = (0,621-0,518)/3 = 0,034$ т.

Что касается случайных величин редуцированных площади \tilde{A} и момента сопротивления сечения \tilde{W} из (3), то их основные числовые характеристики распределения получим из численного эксперимента.

В программном комплексе SolidWorks тщательно смоделируем вальцованный U-образный профиль системы МС-120 из листа толщиной 1 мм, имеющий в результате вальцовки поперечное гофрирование, на основе натуральных замеров фрагмента профиля и с учетом всех особенностей гофрирования.

В качестве расчетной схемы для профиля примем небольшую консоль. Верхние узкие полки профиля закрепим поперечными горизонтальными связями, моделирующими влияние соседних профилей. Нижние полки закрепим аналогичными связями только при продольном сжатии – в случае продольного растяжения мы их отключаем. Используя мелкую конечно-элементную разбивку этой консоли, рассчитаем ее отдельно на продольное сжатие и чистый изгиб. По заданным нагрузкам и полученным от них в результате расчета максимальным напряжениям в полках, решая обратную задачу, определим редуцированные величины площади поперечного сечения и моментов сопротивления [2].

Исходя из возможностей компьютерной программы, путем увеличения на некоторый шаг длины профиля проведем таких расчетов n раз (140 -200) . Результаты расчетов по нахождению редуцированных площадей и редуцированных моментов сопротивления показаны на графиках и рисунках 1 и 2. Полученные результаты для редуцированной площади при продольном сжатии консоли и момента сопротивления для сжатой полки при изгибе представим в виде статистических рядов и произведем их обработку. Количество интервалов статистических рядов примем равным 9. Для редуцированной площади результаты при сжатии консоли длиной менее 2 м игнорируем, как явно выбивающиеся из статистического распределения.

Исходя из предположения о нормальном распределении, проверим эту нулевую гипотезу для площади и момента сопротивления с помощью критерия согласия Пирсона χ^2 . Результаты статистической обработки и проверки гипотезы о гауссовском распределении редуцированных величин площади при сжатии и момента сопротивления для сжатого верхнего пояса представлены в табл.1–4.

Для решения задачи нахождения первоначальной надежности свода применим метод линеаризации [3]. Линеаризуем случайную функцию неразрушимости \tilde{Z} в окрестности ее математического ожидания. Тогда математическое ожидание функции запишется так:

$$\bar{Z} = \bar{\sigma}_T - \bar{N} \left(\frac{1}{\bar{A}} + \frac{e}{\bar{W}} \right). \quad (6)$$

редуцированная площадь ($A \text{ см}^2$),
расчетная схема консоль



Рис. 1. Графики изменения редуцированной площади сечения расчетной схемы консоли, редуцированный момент сопротивления

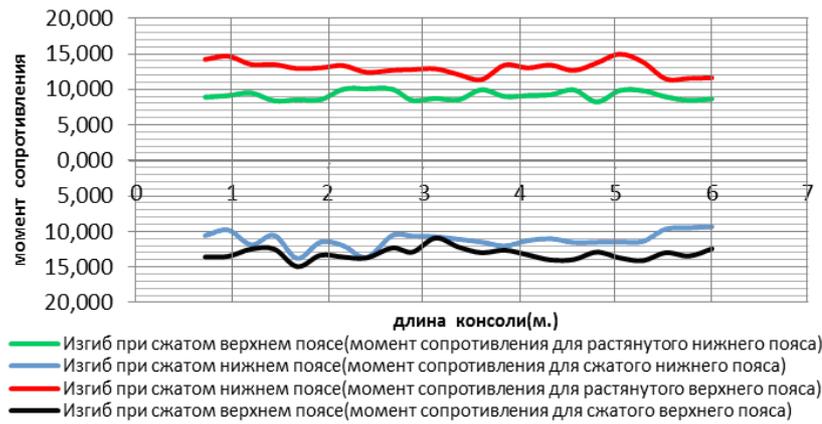


Рис. 2. Графики изменения редуцированных моментов сопротивления

Таблица 1

Определение числовых характеристик случайной величины редуцированной площади A , общее число случайных реализаций $n = 144$

Расчетная модель – консоль при продольном сжатии									
Интервалы	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$A_{i-1}, \text{см}^2$	2.301	2.321	2.341	2.360	2.380	2.400	2.420	2.439	2.459
$A_i, \text{см}^2$	2.321	2.341	2.360	2.380	2.400	2.420	2.439	2.459	2.479
$A_{i \text{ ср}}, \text{см}^2$	1.848	1.905	1.961	2.018	2.075	2.132	2.188	2.245	2.302
Количество в интервале m_i	3	6	12	18	30	40	22	11	2
$A_{i \text{ ср}} m_i$	6.933	13.986	28.212	42.66	71.7	96.4	53.46	26.939	4.938
$(A_{i \text{ ср}} - \bar{A})^2$	0.0074	0.0044	0.0021	0.0007	0	0.0002	0.0011	0.0027	0.0052
$m_i (A_{i \text{ ср}} - \bar{A})^2$	0.0222	0.0264	0.0252	0.0126	0	0.008	0.0242	0.0297	0.0104

Статистическая средняя величина площади $\bar{A} = \frac{1}{144} \sum_{i=1}^9 A_{i\text{cp}} m_i = 2,397 \text{ см}^2$.

Статистическая дисперсия $\sigma^2(A) = \frac{1}{143} \sum_{i=1}^9 m_i (A_{i\text{cp}} - \bar{A})^2 = 0,00111 \text{ см}^4$

Среднеквадратическое отклонение (стандарт) $\sigma(A) = 0,0333 \text{ см}^2$.

Коэффициент вариации $\nu(A) = 0,0333/2,397 = 0,014$.

Таблица 2

Проверка гипотезы о нормальном распределении случайной редуцированной площади A , общее число случайных реализаций $n = 144$

i	$A_i - \bar{A}$	$U = \frac{A_i - \bar{A}}{\sigma(A)}$	$\Phi(U)$	P_i	m_i	nP_i	$(m_i - nP_i)^2$	$\frac{(m_i - nP_i)^2}{nP_i}$
0	-0.096	-2.883	-0.498					
1	-0.076	-2.282	-0.4888	0.0092	3	1.32	2.822	2.14
2	-0.056	-1.682	-0.4537	0.0351	6	5.05	0.903	0.18
3	-0.037	-1.111	-0.3667	0.087	12	12.53	0.281	0.02
4	-0.017	-0.511	-0.1954	0.1713	18	24.67	44.489	1.8
5	0.003	0.09	0.0359	0.2313	30	33.31	10.956	0.33
6	0.023	0.691	0.2552	0.2193	40	31.58	70.896	2.24
7	0.042	1.261	0.3964	0.1412	22	20.33	2.789	0.14
8	0.062	1.862	0.4687	0.0713	11	10.41	0.348	0.03
9	0.082	2.462	0.4931	0.0244	2	3.51	2.28	0.65

$\Sigma = 7,53$

При количестве степеней свободы $k = 9-2-1 = 6$ и уровне значимости $\alpha = 0,05$ критическое значение $\chi_{кр}^2 = 12,6 > 7,53$ – нулевая гипотеза проходит.

Таблица 3

Определение числовых характеристик случайной величины редуцированного момента сопротивления W , общее число случайных реализаций $n = 199$

Расчетная модель – консоль при чистом изгибе									
Интервалы	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$W_{i-1}, \text{см}^3$	10.309	10.908	11.508	12.107	12.706	13.306	13.906	14.505	15.105
$W_i, \text{см}^3$	10.908	11.508	12.107	12.706	13.306	13.906	14.505	15.105	15.704
$W_{i\text{cp}}, \text{см}^3$	10.609	11.208	11.808	12.407	13.006	13.606	14.206	14.805	15.405
Количество в интервале m_i	1	2	8	49	84	45	7	2	1
$W_{i\text{cp}} m_i$	10.609	22.416	94.464	607.943	1092.504	612.27	99.442	29.61	15.405
$(W_{i\text{cp}} - \bar{W})^2$	5.669	3.176	1.397	0.34	0	0.379	1.479	3.294	5.832
$m_i (W_{i\text{cp}} - \bar{W})^2$	5.669	6.352	11.176	16.66	0	17.06	10.353	6.588	5.832

Статистическая средняя величина $\bar{W} = \frac{1}{199} \sum_{i=1}^9 W_{i\text{cp}} m_i = 12,988 \text{ см}^3$.

Статистическая дисперсия $\sigma^2(W) = \frac{1}{198} \sum_{i=1}^9 m_i (W_{i\text{cp}} - \bar{W})^2 = 0,4025 \text{ см}^6$.

Среднеквадратическое отклонение (стандарт) $\sigma(W) = 0,634 \text{ см}^3$.

Коэффициент вариации $\nu(W) = 0,634/12,988 = 0,049$.

Подставляя числовые значения математических ожиданий случайных величин, входящих в функцию, получим

$$\bar{Z} = 35257,4 - 0,518 \cdot (1/(2,397 \cdot 10^{-4}) + 0,46/(12,988 \cdot 10^{-6})) = 14750,2 \text{ т/м}^2.$$

Таблица 4

Проверка гипотезы о нормальном распределении случайного редуцированного момента сопротивления W , общее число случайных реализаций $n = 199$ (интервалы 1 и 2, 8 и 9 объединим)

i	$W_i - \bar{W}$	$U = \frac{W_i - \bar{W}}{\sigma(W)}$	$\Phi(U)$	P_i	m_i	nP_i	$(m_i - nP_i)^2$	$\frac{(m_i - nP_i)^2}{nP_i}$
0	-2.679	-4.226	-0.49998					
2	-1.48	-2.334	-0.49022	0.0098	3	1.95	1.103	0.57
3	-0.881	-1.390	-0.4177	0.0725	8	14.43	41.345	2.87
4	-0.282	-0.445	-0.1718	0.2459	49	48.93	0.005	0.0001
5	0.318	0.502	0.1922	0.364	84	72.44	133.634	1.84
6	0.918	1.448	0.4262	0.234	45	45.57	2.465	0.05
7	1.517	2.393	0.49163	0.0654	7	13.01	36.12	2.78
9	2.716	4.284	0.49999	0.008	3	1.59	1.41	0.89

$$\Sigma = 9,00$$

При количестве степеней свободы $k = 7 - 2 - 1 = 4$ и уровне значимости $\alpha = 0,05$ критическое значение $\chi_{кр}^2 = 9,5 > 9,00$ – нулевая гипотеза проходит.

Для того, чтобы вычислить дисперсию и затем стандарт функции Z , сначала найдем частные производные по случайным аргументам функции и подставим в их выражения математические ожидания аргументов функции.

$$a_1 = \frac{\partial Z}{\partial \sigma_T} = 1; \quad a_2 = \frac{\partial Z}{\partial N} = -\left(\frac{1}{A} + \frac{e}{W}\right) = -\left(\frac{1}{2,397 \cdot 10^{-4}} + \frac{0,46}{12,988 \cdot 10^{-6}}\right) = -39589,2 \text{ м}^{-2};$$

$$a_3 = \frac{\partial Z}{\partial A} = \frac{N}{A^2} = \frac{0,518}{(2,397 \cdot 10^{-4})^2} = 9222168,8 \text{ т/м}^2;$$

$$a_4 = \frac{\partial Z}{\partial W} = \frac{Ne}{W^2} = \frac{0,518 \cdot 0,46}{(12,988 \cdot 10^{-6})^2} = 1412547404,6 \text{ т/м}^5.$$

$$\begin{aligned} \text{Дисперсия } Z: \quad \sigma^2(Z) &= a_1^2 \sigma^2(\sigma_T) + a_2^2 \sigma^2(N) + a_3^2 \sigma^2(A) + a_4^2 \sigma^2(W) = \\ &= 1^2 \cdot 2820,6^2 + (-39589,2)^2 \cdot 0,034^2 + 9222168,8^2 \cdot (0,0333 \cdot 10^{-4})^2 + \\ &+ 1412547404,6^2 \cdot (0,634 \cdot 10^{-6})^2 = 189939176,2 \text{ (т/м}^2)^2. \end{aligned}$$

Среднеквадратическое отклонение (стандарт) Z :

$$\sigma(Z) = \sqrt{\sigma^2(Z)} = \sqrt{189939176,2} = 13781,8 \text{ т/м}^2.$$

Первоначальная надежность свода

$$P(Z \geq 0) = 0,5 + \Phi\left(\frac{\bar{Z}}{\sigma(Z)}\right) = 0,5 + \Phi\left(\frac{14750,2}{13781,8}\right) = 0,8577,$$

а вероятность потери прочности свода, соответственно,

$$P(Z < 0) = 1 - 0,8577 = 0,1423.$$

Оценивая величину надежности, следует признать, что она недостаточна для несущей конструкции, поэтому, как следствие, для рассматриваемых сводов необходимо введение понижающего коэффициента условий работы для расчетного сопротивления. Это является предметом дополнительных исследований.

Л и т е р а т у р а

1. ТУ 5262-144-02494680-2004. ЦНИИПСК им. Мельникова.
2. Веселев Ю.А., Карабутов М.С. Численное определение редуцированных геометрических характеристик тонкостенных металлических вальцованных профилей// Сб. конкурсных работ Всерос. смотря-конкурса научно-техн. творчества студентов вузов

«Эврика-2009», г. Новочеркасск, декабрь 2009 г., Юж.-Рос. гос. техн. ун-т (НПИ). – Новочеркасск: Лик, 2010. – 578 с.

3. *Ржаницын А.Р.* Теория расчета строительных конструкций на надежность. – М.: Стройиздат, 1978. – 239 с.

References

1. TU 5262-144-02494680-2004. TsNIIPSK im Melnikova (Moscow).

2. *Veselev Yu.A., Karabutov M.S.* Chislennoe opredelenie redutsirovannih geometricheskikh harakteristik tonkostennih metallicheskih valtsovsannih profiley// Sb. konkursnih rabot Bseros. smotra-konkursa NTT studentov vuzov “Evrika-2009”, Novoherkassk, December 2009, YuzhRGTU (NPI). – Novoherkassk: Lik, 2010. – 578 p.

3. *Rzhanitsin A.R.* Teoriya rascheta stroitelnih konstruksiy na nadezhnost. – Moscow: Stroyizdat, 1978. – 239 p.

THE DETERMINATION OF POSSIBILITY OF LOSS OF STRENGTH OF ARCH MADE OF U-SHAPE PROFILES WITH REDUCED GEOMETRICAL CHARACTERISTICS

Veselev Yu.A., Karabutov M.S.

Rostovskiy gosudarstvenniy stroitelniy universitet, Rostov-na-Donu

In the scope of the paper, there were carried out calculations of highest possible load and probability of fail-safe functioning of thin sheet rolled-on profiles vault. The actuality of the research is caused by comprehensive study’ insufficiency of thin sheet rolled-on U-form profiles vault’s functioning reliability. The theoretical and methodological bases of the research are the theories of highest normal tensions and maximum strained conditions as well. In the course of the probability of the construction strength’s failure’s research there were applied modern software tools’ means as Lira and SolidWorks. The results are the values of the highest possible thin sheet rolled-on profiles vault with reduced geometry features load and initial construction reliability. Results earned enabled to make a conclusion of insufficient vault’s reliability.

KEY WORDS: reliability, rolled-on metal thin-sheet profiles, reduced geometry features load, highest possible load, mathematical expectation, standard deviation, computer modeling.

