

УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ УСИЛИВАЕМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

М. Н. СЕРАЗУТДИНОВ, д-р физ.-мат. наук, профессор
М.Н. УБАЙДУЛЛОЕВ, канд. техн. наук, доцент
Казанский национальный исследовательский технологический университет
420015, Казань, ул. К. Маркса, 68, office@kstu.ru

В статье излагается вариационный метод определения напряженно-деформированного состояния стержневых железобетонных конструкций, усиливаемых под нагрузкой. Представленный метод позволяет учитывать возникающие при усилении изменения размеров поперечного сечения конструкции, наличие ремонтных напряжений, наложение напряжений. Приводятся результаты расчетов, иллюстрирующие особенности напряженного состояния усиленной железобетонной конструкции.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: усиление конструкций, железобетонные конструкции, ремонтные напряжения, вариационный метод, упругопластические деформации.

В настоящее время вопросам определения несущей способности усиливаемых под нагрузкой железобетонных конструкций посвящены работы ряда авторов [1 – 7]. Теоретические разработки и практические методы по определению несущей способности усиливаемых статически определимых железобетонных конструкций рассмотрены в книге А.Я. Будина [1]. Способы расчета усиливаемых внецентренно сжатых железобетонных конструкций описаны в работе С.В. Бондаренко и Р.С. Санжаровского [2], где основное внимание уделено проблеме устойчивости сжатых элементов конструкций. Отдельные экспериментально-теоретические исследования по разработке методики проектирования усиления железобетонных конструкций с изменением статической схемы приведены в [3, 4]. Публикация [5] посвящена методу усиления конструкций предварительным напряжением. Различные вопросы усиления и деформирования нагруженных стальных конструкций рассмотрены в [6, 7]. Результаты конечно-элементного анализа нагруженной стальной балки, усиливаемой способом наращивания сечения, изложено в [6]. Методы усиления конструкции эксплуатируемых стальных железнодорожных мостов приведено в [7], где даны результаты расчетов 3D модели конструкции усиливаемого моста методом конечных элементов.

Как известно, часто стержневые железобетонные конструкции до и после усиления рассчитываются обычными методами строительной механики упругих систем, а затем производится поэлементный расчет конструкций. Такой способ расчета не учитывает предыстории нагружения, особенности несущей способности и деформативности элементов конструкций, усиленных под нагрузкой [2].

В данной статье излагается метод расчета усиливаемых стержневых железобетонных конструкций с учетом напряжений действующих в период усиления. Рассматриваются стержневые конструкции, усиливаемые способом увеличения сечения элементов. Полагается, что в период усиления конструкция находится в напряженном состоянии, которое вызывается упругими деформациями от ремонтных нагрузок.

Рассмотрим работу сжато – изогнутого железобетонного стержня усиленного под нагрузкой (рис. 1,а). В период усиления элемент конструкции 1 находится под воздействием ремонтных нагрузок и в его сечении действуют ремонтные напряжения σ_x^p (рис. 1,б). После усиления, при нагружении конструк-

ции дополнительными эксплуатационными силами, в сечениях усиленного элемента возникают дополнительные напряжения $\Delta\sigma_x$ (рис. 1,в). При возникновении упругих деформаций значения σ_x^p и $\Delta\sigma_x$ складываются, т.е.

$$\sigma_x^y = \sigma_x^p + \Delta\sigma_x \text{ (рис. 1,г).}$$

В случае возникновения упругопластических деформаций полагаем, что деформирование бетона описывается диаграммой Прандтля, а арматура элемента 1 и элемента усиления 2 деформируются в упругой стадии. При увеличении эксплуатационных нагрузок напряжения в крайнем сжатом волокне основного элемента 1 усиленного сечения достигнут величины расчетного сопротивления бетона сжатию $R_{пр}$, затем в сечении возникает зона текучести (рис. 1, д). В этом случае, как известно, нельзя применить принцип суперпозиции и при определении σ_x^y необходимо учитывать перераспределение напряжений по сечению.

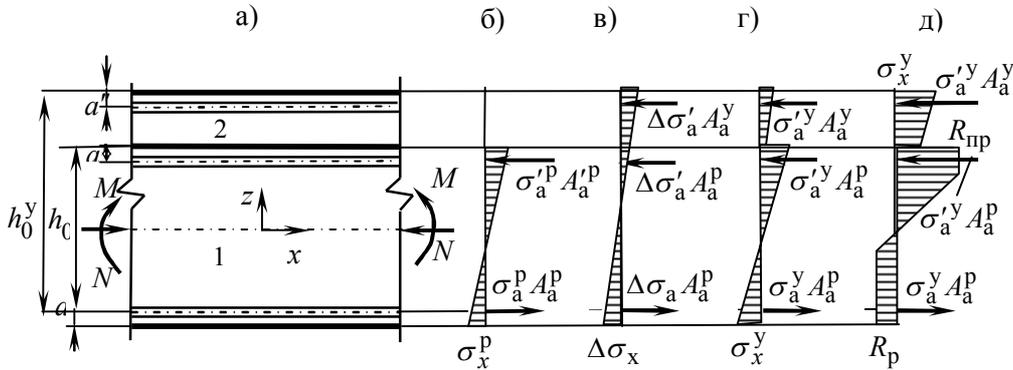


Рис. 1. Схема усиленного железобетонного элемента (а) и эпюры нормальных напряжений: б – при действии ремонтных нагрузок; в – при действии дополнительных нагрузок после усиления; г – эпюра результирующих напряжений при возникновении упругих деформаций; д – эпюра результирующих напряжений, при упругопластических деформациях.

Принимались основные допущения и соотношения теории стержней с учетом сдвигов [8].

Перемещения стержневой системы от воздействия ремонтных нагрузок определяется из следующего условия:

$$\delta U - \delta W = 0. \quad (1)$$

Здесь δU – вариация потенциальной энергии деформации стержневой системы; δW – вариация работы внешних сил.

При определении напряженно-деформированного состояния исходной упругой стержневой системы, в случае действия ремонтных нагрузок полагается

$$\begin{aligned} \delta U &= \int_{l_c} \left[\iint_{A^p} (E_6 \varepsilon_x \delta \varepsilon_x + G_6 \gamma_{xy} \delta \gamma_{xy} + G_6 \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA + \iint_{A_a^p} E_a \varepsilon_x \delta \varepsilon_x dA \right] dl, \\ \delta W &= \int_{l_q} (\tilde{q}_1^p \delta \tilde{u}_1 + \tilde{q}_2^p \delta \tilde{u}_2 + \tilde{q}_3^p \delta \tilde{u}_3) dl + \sum_n (\tilde{F}_{1n}^p \delta \tilde{u}_1(x_n) + \tilde{F}_{2n}^p \delta \tilde{u}_2(x_n) + \tilde{F}_{3n}^p \delta \tilde{u}_3(x_n)) + \\ &\quad + \sum_k (\tilde{M}_{1k}^p \tilde{\varphi}_{1k}(x_k) + \tilde{M}_{2k}^p \tilde{\varphi}_{2k}(x_k) + \tilde{M}_{3k}^p \tilde{\varphi}_{3k}(x_k)), \end{aligned} \quad (2)$$

где l_c – длина стержней усиливаемой системы; A^p – площадь поперечных сечений стержней до усиления; A_a^p – площади поперечных сечений арматуры

элементов конструкции до усиления; E_b и E_a – модули упругости соответственно, бетона и арматуры; G_b – модуль сдвига бетона; $\tilde{q}_1^p, \tilde{q}_2^p, \tilde{q}_3^p, \tilde{F}_{1n}^p, \tilde{F}_{2n}^p, \tilde{F}_{3n}^p, \tilde{M}_{1k}^p, \tilde{M}_{2k}^p, \tilde{M}_{3k}^p$ – распределенные нагрузки, сосредоточенные силы и моменты, действующие в период усиления (ремонта).

Перемещения $\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3$, углы поворота $\tilde{\varphi}_1, \tilde{\varphi}_2, \tilde{\varphi}_3$ и деформации вычисляются в локальной ортогональной системе координат $Oxyz$, с осью Ox , направленной по касательной к продольной оси стержня. При этом используется методика, изложенная в [9].

Деформации $\varepsilon_x, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}$ определяются соотношениями

$$\varepsilon_x = \frac{du_1}{dx} - y \frac{d\varphi_3}{dx} + z \frac{d\varphi_2}{dx}, \gamma_{xy} = \frac{du_2}{dx} - \varphi_3 - z \frac{d\varphi_1}{dx}, \gamma_{xz} = \frac{du_3}{dx} + \varphi_2 + y \frac{d\varphi_1}{dx}, \quad (3)$$

С использованием выражений (2), определяются перемещения стержней, Затем, подсчитываются деформации $\varepsilon_x, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}$ и напряжения $\sigma_x^p, \tau_{xy}^p, \tau_{xz}^p$, возникающие в конструкции при ремонте.

После усиления при действии дополнительной эксплуатационной нагрузки допускается возникновение упругопластических деформаций в материале усиливаемой конструкции.

В тех точках стержня, где возникают упругие деформации, зависимость между напряжениями деформациями описывается законом Гука

$$\sigma_x^y = E\varepsilon_x; \quad \tau_{xy}^y = G\varepsilon_{xy}; \quad \tau_{xz}^y = G\varepsilon_{xz}.$$

В точках сечения, где возникают пластические деформации, если эта точка находится в растянутой зоне, то $\sigma_i^y = R_p$, где σ_i^y - интенсивность нормальных напряжений после усиления; R_p – расчетное сопротивление бетона растяжению. В случае если точка, в котором возникают пластические деформации, находится в сжатой зоне сечения, то считается $\sigma_i^y = R_{np}$. Интенсивность нормальных напряжений определяется по формуле

$$\sigma_i^y = \sqrt{\sigma_x^{y2} + 3\left(\tau_{xy}^{y2} + \tau_{xz}^{y2}\right)},$$

где τ_{xy}^y, τ_{xz}^y - касательные напряжения, действующие в сечении усиленного элемента. Для определения перемещений элементов стержневой системы после усиления используется вариационное уравнение Лагранжа в виде

$$\delta U_{упр} + \delta U_{пл} - \delta W = 0. \quad (4)$$

Здесь $\delta U_{упр}$ - вариация потенциальной энергии деформации стержневой системы в зоне упругих деформаций; $\delta U_{пл}$ - вариация потенциальной энергии в зоне пластических деформаций. Напряженно-деформированное состояние конструкции после усиления определяется с учетом действия эксплуатационных нагрузок и наличия ремонтных $\sigma_x^p, \tau_{xy}^p, \tau_{xz}^p$ напряжений.

Выражения $\delta U_{упр}, \delta U_{пл}$ в этом случае записывается в виде

$$\delta U_{упр} = \int_{I_{упр}} \left[\iint_{A^p} (E_b \varepsilon_x \delta \varepsilon_x + G_b \gamma_{xy} \delta \gamma_{xy} + G_b \gamma_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA \right]$$

$$\begin{aligned}
& + \iint_{A^p} (\sigma_x^p \delta \varepsilon_x + \tau_{xy}^p \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz}^p \delta \gamma_{xz}) dA + \iint_{A_a^p} E_a \varepsilon_x \delta \varepsilon_x dA + \iint_{A_a^p} \sigma_x^p \delta \varepsilon_x dA \Big] dl + \\
& \quad + \iint_{A_{\text{упр}}^p} (\sigma_x^p \delta \varepsilon_x + \tau_{xy}^p \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz}^p \delta \gamma_{xz}) dA + \\
& + \int_{l_{\text{упр}}^{\text{yc}}} \left[\iint_{A^{\text{yc}}} (E_6 \varepsilon_x \delta \varepsilon_x + G_6 \gamma_{xy} \delta \gamma_{xy} + G_6 \gamma_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA + \iint_{A_a^{\text{yc}}} E_a \varepsilon_x \delta \varepsilon_x dA \right] dl \quad (5) \\
& \delta U_{\text{пл}} = \int_{l_{\text{пл}}} \left[\iint_{A_{\text{упр}}^p} (E_6 \varepsilon_x \delta \varepsilon_x + G_6 \gamma_{xy} \delta \gamma_{xy} + G_6 \gamma_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA + \right. \\
& \quad + \iint_{A_{\text{упр}}^p} (\sigma_x^p \delta \varepsilon_x + \tau_{xy}^p \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz}^p \delta \gamma_{xz}) dA + \\
& \quad + \iint_{A_{\text{пл}}^p} (\sigma_x^* \delta \varepsilon_x + \tau_{xy}^* \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz}^* \delta \gamma_{xz}) dA + \iint_{A_a^p} E_a \varepsilon_x \delta \varepsilon_x dA + \iint_{A_a^p} \sigma_x^p \delta \varepsilon_x dA \Big] dl \\
& \quad + \int_{l_{\text{пл}}} \left[\iint_{A_{\text{упр}}^{\text{yc}}} (E_6 \varepsilon_x \delta \varepsilon_x + G_6 \gamma_{xy} \delta \gamma_{xy} + G_6 \gamma_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA + \right. \\
& \quad + \iint_{A_{\text{пл}}^{\text{yc}}} (\sigma_x^* \delta \varepsilon_x + \tau_{xy}^* \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz}^* \delta \gamma_{xz}) dA + \iint_{A_a^{\text{yc}}} E_a \varepsilon_x \delta \varepsilon_x dA \Big] dl
\end{aligned}$$

где $\sigma_x^* = \sigma_x^y / K$; $\tau_{xy}^* = \tau_{xy}^y / K$; $\tau_{xz}^* = \tau_{xz}^y / K$; $K = \sigma_i^y / \sigma_T$; $l_{\text{упр}}$, $l_{\text{пл}}$ - длины зон упругих и упругопластических деформаций элементов стержневой системы; $A_{\text{упр}}^p$, $A_{\text{пл}}^p$ - площади областей упругих и пластических деформаций поперечных сечений в зоне основного материала стержней; $A_{\text{упр}}^{\text{yc}}$, $A_{\text{пл}}^{\text{yc}}$ - то же, в зоне ремонтного материала усиливаемых стержней; σ_x^* , τ_{xy}^* , τ_{xz}^* - нормальные и касательные напряжения, возникающие в зоне пластических деформаций.

Вариация работы внешних сил имеет вид

$$\begin{aligned}
\delta W = & \int_{l_q} (\tilde{q}_1^y \delta \tilde{u}_1 + \tilde{q}_2^y \delta \tilde{u}_2 + \tilde{q}_3^y \delta \tilde{u}_3) dl + \sum_i (\tilde{F}_{1i}^y \delta \tilde{u}_1(x_i) + \tilde{F}_{2i}^y \delta \tilde{u}_2(x_i) + \\
& + \tilde{F}_{3i}^y \delta \tilde{u}_3(x_i)) + \sum_k (\tilde{M}_{1k}^y \tilde{\varphi}_{1k}(x_k) + \tilde{M}_{2k}^y \tilde{\varphi}_{2k}(x_k) + \tilde{M}_{3k}^y \tilde{\varphi}_{3k}(x_k)).
\end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
q_1^y &= q_1^p + \Delta q_1, \quad q_2^y = q_2^p + \Delta q_2, \quad q_3^y = q_3^p + \Delta q_3; \\
F_{1i}^y &= F_{1i}^p + \Delta F_{1i}, \quad F_{2i}^y = F_{2i}^p + \Delta F_{2i}, \quad F_{3i}^y = F_{3i}^p + \Delta F_{3i}; \\
M_{1k}^y &= M_{1k}^p + \Delta M_{1k}, \quad M_{2k}^y = M_{2k}^p + \Delta M_{2k}, \quad M_{3k}^y = M_{3k}^p + \Delta M_{3k}.
\end{aligned}$$

где \tilde{q}_1^y , \tilde{q}_2^y , \tilde{q}_3^y - интенсивности внешних распределенных нагрузок, \tilde{F}_{1i}^y , \tilde{F}_{2i}^y , \tilde{F}_{3i}^y - проекции сосредоточенных сил, \tilde{M}_{1k}^y , \tilde{M}_{2k}^y , \tilde{M}_{3k}^y - внешние сосредоточенные моменты относительно осей координат.

Для вычисления интегралов, которые содержатся в уравнениях (1) и (6), используется численное интегрирование с использованием формулы Гаусса. Интегрирование проводится по длине стержней и по площади их поперечных сечений, согласно методике, описанное в [10].

При определении размера области пластических деформаций в стержнях используется итерационный метод. На первой итерации деформации считаются упругими ($A_{пл}^y = 0$), а на последующих итерациях, в каждой точке интегрирования (y_j, z_j) , находящихся в растянутой зоне сечения проверяется условие $\sigma_i^y < R_p$, а в точках расположенных в сжатой зоне проверяется условие $\sigma_i^y < R_{пр}$. При выполнении этих условий $A_{пл} = 0$, а если данные условия не выполняются, то нужно находить $A_{пл}$. Итерационный процесс заканчивается при выполнении условия

$$\left(\left| M^{(n)} - M^{(n+1)} \right| / M^{(n+1)} \right) \cdot 100\% \leq \varepsilon,$$

где ε - заданная величина погрешности, $M^{(n)}$ и $M^{(n+1)}$ - наибольшие изгибающие моменты в сечениях элементов стержневой системы после усиления на (n) и $(n+1)$ итерации.

Иллюстрацию расчетов по предлагаемой методике рассмотрим на примере расчета простой консольной железобетонной балки (рис. 2,а), поврежденной по всей длине. Балка имеет прямоугольную форму сечения с односторонним армированием (рис. 2, б). Размеры поперечного сечения балки до получения повреждения были следующими: $b = 30\text{ см}$; $h = 80\text{ см}$; $a = 7\text{ см}$; растянутая арматура класса А-111 ($R_a = 340\text{ МПа}$, $E_a = 2 \cdot 10^5\text{ МПа}$) с площадью поперечного сечения $A_a = 29,45\text{ см}^2$ (6Ф25); бетон класса В20 ($E_b = 29 \cdot 10^3\text{ МПа}$, $R_{пр} = 11,5\text{ МПа}$, $R_p = 0,85\text{ МПа}$). После получения повреждения, высота сечения балки уменьшилось до размера $h_{п} = 60\text{ см}$. В период усиления балка была восстановлена до первоначальных размеров. Восстановление балки проводилось при разных значениях уровня ремонтных нагрузок $\tilde{\nu} = F^p / F_{пр}^n$, где F^p - ремонтная нагрузка, $F_{пр}^n$ - предельная нагрузка для поврежденной балки ($F_{пр}^n = 192,5\text{ кН}$).

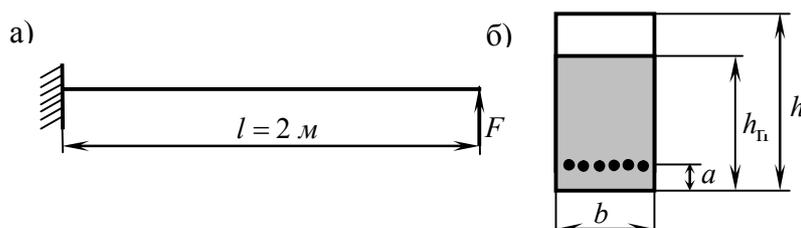


Рис. 2. Расчетная схема (а) и сечение балки: (б)

По результатам расчетов в таблице 1 приведены максимальные изгибающие моменты M^y , действующие в сечении элемента после усиления при разных значениях уровня ремонтных напряжений и площади области пластических деформаций. Для сравнения в данной таблице приведены изгибающие моменты \tilde{M}^y , полученные по методике [1]. Из сравнения этих результатов видно, что наибольшее расхождение составляет 2,4%.

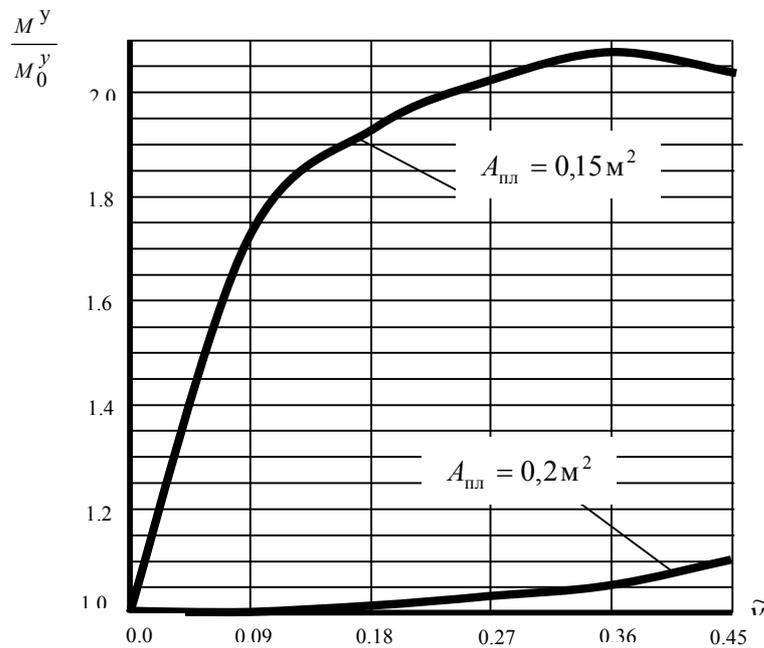
Также были выполнены расчеты по определению напряженно-деформированного состояния усиливаемой балки при разных фиксированных значений зоны пластических деформаций.

Таблица 1

$\tilde{\nu}$	0,0	0,2	0,4	0,6
$M^y, \text{кНм}$	571,5	537,0	502,0	464,0
$A_{\text{пл}}, \text{м}^2$	0,24	0,2144	0,1865	0,1684
$\tilde{M}^y, \text{кНм}$	585,0	545,0	505,0	465,0

По результатам расчетов приведены графики зависимости $M^y / M_0^y = f(\tilde{\nu})$ (рис. 3). Здесь M_0^y – изгибающий момент в сечении балки, в случае ее усиления при отсутствии ремонтных напряжений. Необходимо отметить, что в расчетах при определении $A_{\text{пл}}$ учитывался размер пластических деформаций как в сжатой, так и в растянутой областях сечения. Из приведенных графиков видно, что с возрастанием уровня ремонтных напряжений изгибающий момент в сечении усиленной балки возрастает. При значении $A_{\text{пл}} = 0,15 \text{ м}^2$ возрастание M^y выражено более значительно по сравнению со случаем, когда $A_{\text{пл}} = 0,2 \text{ м}^2$.

В заключении отметим, что предложенный вариационный метод расчета усиливаемых нагруженных конструкций является более универсальным, по сравнению с методикой, изложенной в [1]. Данный метод позволяет определять напряженно-деформированное состояние сложных стержневых систем, элементами которых могут быть как прямолинейные, так и криволинейные стержни, учитывать возникающие при усилении изменения размеров поперечного сечения конструкции, наличие ремонтных напряжений, наложение напряжений, обусловленных различными факторами.

Рис. 3. Графики зависимости $M^y / M_0^y = f(\tilde{\nu})$

Л и т е р а т у р а

1. Будин, А.Я. Усиление портовых сооружений [Текст] / А.Я. Будин, М.В. Чекренева. – М.: Транспорт, 1983. – 178 с.

2. *Бондаренко С.В.* Усиление железобетонных конструкций при реконструкции зданий [Текст]/ С.В. Бондаренко, Р.С. Санжаровский. – М.: Стройиздат, 1990. – 352 с.
3. *Татаренков А.И.* Прочность и деформативность изгибаемых железобетонных конструкций, усиленных под нагрузкой. Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / А.И. Татаренков. – Орел, 2005. – 23 с.
4. *Меркулов С.И.* Исследования усиленных железобетонных конструкций [Текст] / С.И. Меркулов, В.М. Дворников, А.И. Татаренков, Д.С. Меркулов // Изв. вузов. Строительство, 2009. – № 9. – С. 123-129.
5. *Duarte M. V. Faria, Valter J. G. Lucio, A. Pinho Ramos.* (2011). Strengthening of flat slabs with post-tensioning using anchorages by bonding // Engineering Structures, Volume 33, Issue 6. 2011. Pp. 2025 – 2043.
6. *Yi Liu, Liam Gannon* (2009). Finite element study of steel beams reinforced while under load // Engineering Structures. Volume 31, Issue 11. 2009. Pp. 2630 – 2647.
7. *Joakim Wallin, John heander, Raid Karoum* (2011). Strengthening of a steel railway bridge and its impact on the dynamic response to passing trains // Engineering Structures. Volume 33, Issue 2. 2011. Pp. 635 – 646.
8. *Тимошенко С.П., Gere Д.Ж.* Механика материалов / С.П. Тимошенко, ДЖ Гере. – Мир, 1976. – 672 с.
9. *Серазутдинов М.Н.* Метод расчета криволинейных стержней [Текст] / М.Н. Серазутдинов, Ф.С. Хайруллин // Строительство и архитектура, 1991. – № 5. – С. 104-108.
10. *Серазутдинов М.Н.* Повышение несущей способности усиливаемых нагруженных конструкций [Текст] / М.Н. Серазутдинов, М.Н. Убайдуллоев, Х.А. Абрагим // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2011. – № 3. – С. 23-30.

References

1. *Budin A.Ya., Chekreneva M.V.* Usilenie portovih sooruzheniy. – М.: Transport, 1983. – 178 p.
2. *Bondarenko S.V., Sanzharovskiy R.S.* Usilenie zhelezobetonnih konstruksiy pri rekonstruktsii zdaniy// М.: Stroyizdat, 1990. – 352 p.
3. *Tatarenkov A.I.* Prochnost i deformativnost izgibaemih zhelezobetonnih konstruksiy, usilennih pod nagruzkoy. – Avtoreferat diss. k.t.n.: 05.23.01. – Orel, 2005. – 23 p.
4. *Merkulov S.I., Dvornikov V.M., Tatarenkov A.I., Merkulov D.S.* Issledovanie usilennih zhelezobetonnih konstruksiy// Izv. vuzov. Stroitelstvo, 2009. - № 9. – P. 123-129.
5. *Duarte M. V. Faria, Valter J. G. Lucio, A. Pinho Ramos.* (2011). Strengthening of flat slabs with post-tensioning using anchorages by bonding // Engineering Structures, Volume 33, Issue 6. 2011. Pp. 2025 – 2043.
6. *Yi Liu, Liam Gannon* (2009). Finite element study of steel beams reinforced while under load // Engineering Structures. Volume 31, Issue 11. 2009. Pp. 2630 – 2647.
7. *Joakim Wallin, John heander, Raid Karoum* (2011). Strengthening of a steel railway bridge and its impact on the dynamic response to passing trains // Engineering Structures. Volume 33, Issue 2. 2011. Pp. 635 – 646.
8. *Timoshenko S.P., Gere J.* *Mechanika materialov.* – Mir, 1976. – 672 p.
9. *Serazutdinov M.N., Hayrullin F.S.* Metod rascheta krivolineynih sterzhney// Stroitelstvo i arkhitektura. – 1991. - № 5. – P. 104-108.
10. *Serazutdinov M.N., Ubaydulloyev M.N., Abragim H.A.* Povishenie nesuschey sposobnosti usilivaemih nagruzhennih konstruksiy// Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings. – 2011. - № 3. – P. 23-30.

ELASTIC AND PLASTIC DEFORMATION OF STRENGTHENED FERRO-CONCRETE CONSTRUCTIONS

M.N. Serazutdinov, M.N. Ubaydulloyev

Kazanskiy natsionalniy issledovatel'skiy tehnologicheskiiy universitet, Kazan

The article presents the variational method for stress-strain state evaluation of ferro-concrete beam structures strengthening under load. The presented method allows us to consider the changes of cross sectional sizes, existence of repair stresses, tension imposing, resulting from the reinforcement of a structure. The calculation results illustrating features of tension of the strengthened ferro-concrete construction were given.

KEY WORDS: strengthening of constructions, ferro-concrete constructions, repair stress, variational method, elastic-plastic deformations.