

Расчет машиностроительных конструкций

РАСЧЕТ НАПРЯЖЕНИЙ НА РАБОЧЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ЗУБЬЕВ КОСОЗУБЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ

Ю.В. БЕЛОУСОВ, канд. техн. наук, доцент

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

В статье рассмотрены вопросы расчета зубьев косоугольных цилиндрических передач на контактную прочность. Проведен уточненный расчет максимальных контактных напряжений в зацеплении зубьев косоугольных передач. Предложены аналитические зависимости для расчета.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: линия контакта зубьев, площадка контакта, максимальное нормальное напряжение, нормальная сила в зацеплении.

При расчете цилиндрических передач на контактную прочность (как прямозубых, так и косоугольных) используют решение контактной задачи о сжатии гладких упругих цилиндров с начальным контактом вдоль прямой линии [2, 4].

Боковые поверхности зубьев колес образуются точками прямой, расположенной в плоскости зацепления Пз, которая катится без скольжения по основному цилиндру диаметром d_b (рис. 1) [1]. В прямозубом колесе она параллельна оси основного цилиндра (линия K_1K_1). В косоугольном колесе это линия K_2K_2 . Она расположена под углом β_b к линии K_1K_1 (β_b – основной угол наклона: $\beta_b = \arcsin(\sin \beta \cos 20^\circ)$).

Линия K_2K_2 не совпадает с линией зуба, расположенной под углом β – линией пересечения цилиндрической делительной поверхности с боковой поверхностью зуба. Линия K_2K_2 образует с осью зуба угол, величина которого может быть определена по формуле

$$\gamma = 2 \arcsin \left(\frac{l_n \cos \beta}{2b_w} \right).$$

где

$$l_n = \sqrt{h^2 + c^2}, \quad h = \frac{d}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{d^2 - 4(b_w t)}$$

$d = m_n z / \cos \beta$ – делительный диаметр колеса или шестерни,

b_w – ширина зубчатого венца, m_n – нормальный модуль передачи.

Угол γ у шестерни и колеса различный ($\gamma_{ш} \neq \gamma_k$). Поскольку зубья сцепляющихся колес направлены в противоположные стороны, то контакт зубьев косоугольной передачи по сути дела является контактом цилиндров с осями скрещивающимися под углом $\gamma = \gamma_{ш} + \gamma_k$. Площадка контакта зубьев косоугольной передачи имеет форму эллипса, а не полосы, длина которой равна длине зуба. Линия контакта перемещается у ведомого колеса от вершины зуба к основанию, у ведущего – в обратном направлении [1].

Максимальное давление в центре площадки контакта (максимальное нормальное напряжение) [3]:

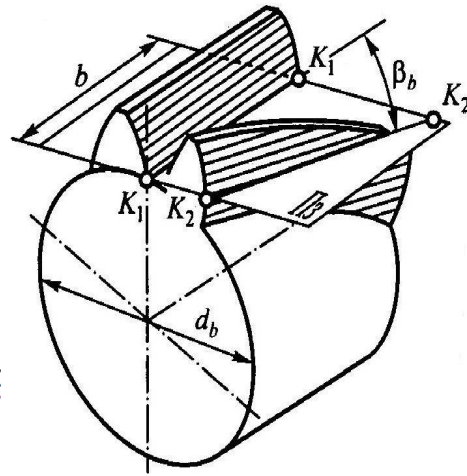


Рис. 1. Линии контакта зубьев прямозубых и косоугольных передач

$$p_0 = \frac{3 F}{2 \pi a b},$$

где F – нормальная сила в зацеплении зубьев передачи, a и b – полуоси эллиптической границы поверхности контакта.

Чтобы вычислить это давление, мы должны знать размеры полуосей a и b , которые определим по следующим формулам [3]:

$$a = m \sqrt{\frac{3 \pi F (k_1 + k_2)}{4 (A + B)}}; \quad b = n \sqrt{\frac{3 \pi F (k_1 + k_2)}{4 (A + B)}},$$

где

$$A + B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1'} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_2'} \right); \quad k_{1,2} = \frac{1 - \mu_{1,2}^2}{\pi E_{1,2}},$$

m, n – коэффициенты; R_1, R_1' и R_2, R_2' – главные радиусы кривизны в точке контакта одного и другого зуба соответственно; $E_{1,2}, \mu_{1,2}$ – модули продольной упругости и коэффициенты Пуассона материалов зубчатых колес.

В нашем случае $R_1 = R_2 \approx \infty$, а R_1' и R_2' – радиусы кривизны боковой поверхности зубьев вдоль линии контакта (радиусы кривизны эвольвент):

$$R_1' = \frac{m_n z_1 \sin \alpha_w}{2 \cos \beta}, \quad R_2' = \frac{m_n z_2 \sin \alpha_w}{2 \cos \beta},$$

Здесь α_w – угол зацепления ($\alpha_w = \alpha = 20^\circ$).

Коэффициенты m и n зависят от величины $\cos \theta = (B - A)/(B + A)$, где

$$B - A = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_1'} \right)^2 + \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_2'} \right)^2 + 2 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_1'} \right) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_2'} \right) \cos 2\psi \right]^{1/2},$$

а ψ – угол между нормальными плоскостями, содержащими радиусы кривизны R_1 и R_2 (в нашем случае $\psi = \gamma$). Коэффициенты m и n можно получить из таблицы в зависимости от величины $\cos \theta$ [3].

Рассмотрим конкретный пример. В учебнике [2] выполнен расчет цилиндрического двухступенчатого редуктора. Быстроходная ступень редуктора косозубая. В результате расчетов для нее получено: $m_n = 1,25$ мм; $z_1 = 33$; $z_2 = 198$; $d_1 = 42,857$ мм; $d_2 = 257,143$ мм; $\beta = 15,75^\circ$; $b_w = 37,5$ мм; $T_1 = 40,2$ Н·м. Для данного примера $\cos \theta = 0,9972$. Следовательно, $m = 12,21$; $n = 0,224$.

Нормальная сила в зацеплении двух зубьев:

$$F = \frac{F_t}{2 \cos \alpha_w \cos \beta} = \frac{T_1}{d_1 \cos \alpha_w \cos \beta},$$

так как в зацеплении всегда находится минимум две пары зубьев.

Принимая $E_1 = E_2 = 2 \cdot 10^5$ МПа и $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$, получим: $a \approx 5,5$ мм (почти седьмая часть рабочей длины зуба), $b \approx 0,1$ мм и $p_0 = 900,33$ МПа.

Для сравнения найдем максимальные нормальные напряжения в предположении линейного контакта зубьев по всей их длине. В этом случае, при $E_1 = E_2$ и $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$, наибольшее напряжение на контактной площадке [3]:

$$q_0 = 0,418 \sqrt{\frac{F' E (R_1' + R_2')}{R_1' R_2'}}.$$

Здесь F^1 – нагрузка на единицу длины контакта зубьев для двупарного зацепления ($F^1 = F \cos \beta / b_w$). Тогда при $E = 2 \cdot 10^5$ МПа $q_0 = 384,77$ МПа и $p_0/q_0 = 2,34$.

Рассмотрим другой пример: одноступенчатый редуктор с косозубыми цилиндрическими колесами [1]. Для него получено: $m_n = 4,5$ мм; $z_1 = 22$; $z_2 = 108$; $d_1 = 101,54$ мм; $d_2 = 498,46$ мм; $\beta = 12,84^\circ$; $b_w = 95$ мм; $T_1 = 650$ Н·м. В этом случае $\cos \theta = 0,9974$. Значит, также: $m = 12,21$; $n = 0,224$. При $E_1 = E_2 = 2 \cdot 10^5$ МПа и $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$, получим $a \approx 13,55$ мм, $b \approx 0,25$ мм, $p_0 = 980,3$ МПа, $q_0 = 415,87$ МПа и $p_0/q_0 = 2,36$.

Таким образом, действительные максимальные нормальные напряжения на площадке контакта зубьев косозубой передачи в два с лишним раза превышают те же напряжения, рассчитанные для линейного контакта зубьев. Поэтому для расчета косозубых цилиндрических передач на прочность следовало бы использовать другую зависимость для определения максимальных контактных напряжений. Здесь можно предложить следующую формулу:

$$\sigma_H = \frac{0,154 \varepsilon \sqrt{FE_{np}^2}}{nm \sqrt{\rho_{np}^2}},$$

$$E_{np} = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}, \quad \rho_{np} = \frac{R_1' R_2'}{R_1' + R_2'},$$

где F – также нормальная сила в зацеплении зубьев для двупарного зацепления; E_{np} , ρ_{np} – приведенные модуль упругости и радиус кривизны.

Коэффициенты m и n также определяются в зависимости от величины $\cos \theta$. Однако, в большинстве случаев $\cos \theta = 0,997$. Тогда $m = 12,21$ и $n = 0,224$, а формулу для определения максимальных напряжений в зоне контакта можно представить в следующем виде:

$$\sigma_H = 0,056 \varepsilon \sqrt{\frac{FE_{np}^2}{\rho_{np}^2}}.$$

Поскольку контакт зубьев передачи происходит в пределах эллиптической площадки сравнительно небольших размеров, то силы взаимодействия для всех зубьев одинаковы. Это относится как к входящим в зацепление зубьям, так и к выходящим из зацепления, и к зубьям находящимся в зацеплении. Тогда сила сжатия каждой пары сопряженных зубьев передачи $F = F_n / \varepsilon_\gamma$, где F_n – нормальная сила в передаче, ε_γ – коэффициент перекрытия. Данное обстоятельство, очевидно, и является причиной поломки угла зуба шестерни (большая сила мгновенно приложена к углу зуба).

Кроме того, считается, что в прямозубом зацеплении нагрузка с двух зубьев на один или с одного на два передается мгновенно. Это явление сопровождается ударами и шумом. А в косозубых передачах зубья нагружаются постепенно по мере захода их в поле зацепления, а в зацеплении всегда находится минимум две пары зубьев. Однако, поскольку коэффициент перекрытия косозубой передачи целым числом обычно не бывает $\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta$ (ε_α – коэффициент торцового перекрытия, ε_β – коэффициент осевого перекрытия), то нечто подобное, только более плавно, происходит и в косозубой передаче. В зацеплении может находиться одновременно две или три пары зубьев. При этом при смене коэф-

фициента перекрытия нагрузка на каждую пару мгновенно изменяется. Это вызывает появление нежелательных дополнительных динамических нагрузок в зацеплении и также способствует поломке угла зуба шестерни.

Л и т е р а т у р а

1. Андриенко Л.А., Байков Б.А., Ганулич И.К. и др. Детали машин: Учебник для вузов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 544 с.
2. Иванов М.Н., Финогенов В.А. Детали машин: Учебник для машиностроительных спец. вузов. – 11-е изд., перераб. – М.: Высш. Школа, 2007 – 408 с.
3. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука, 1979. – 560 с.
4. Белоусов Ю.В. Расчет контактных давлений на рабочей поверхности зубьев цилиндрических передач// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2014, №2. – С. 63-67.
5. Hoffman N.P., Stolz U. Ontransient growth of wear pattern properties// Wear. 2010. Vol. 268. № 7-8. – p. 886-892.

R e f e r e n c e s

1. Andrienko, L.A., Bajkov, B.A., Ganulich, I.K. et al (2002) *Detali Mashin*: Uchebnic dlya vusov. Moscow: Izd-vo MGTU im. N. Bauman, 544 p.
2. Ivanov, M.N., Finogenov, V.A. (2007) *Detali Mashin*: Uchebnic dlya mashinostroitelnyh spetsialnostej vusov, 11-e izd., pererab., Moscow: Vyssh. shk., 408 p.
3. Timoshenko, S.P., Guder, Dzh. (1979) *Teoriya Uprugosti*. Moscow: Nauka, 560 p.
4. Belousov, Yu.V. (2014) Raschet kontaktnyh davlenij na rabochej poverhnosti zubev tsilindricheskih peredach, *Stroitel'naya Mehanika Inzhenernyh Konstruktsij i Sooruzhenij*. №2, p. 63-67.
5. Hoffman, N.P., Stolz, U. (2010). Ontransient growth of wear pattern properties. *Wear*, Vol. 268, №7-8, p. 886-892.

CALCULATION OF THE STRESSES ON THE WORKING SURFACE OF THE TEETHES OF OBLIQUE ANGLE SPUR GEARS

Yu.V. Belousov

Moscow State Technical University after N. Bauman

In the paper, the questions of analysis of the teethes of oblique angle spur gears are considered. Specify calculation of the contact tension on the working surface of the teethes of oblique angle spur gears are leaded. The analytical dependences for calculation are proposed

KEY WORDS: contact line of teethes, ground of the contact, maximum normal tension, normal force in the contact.

