

К ТЕОРИИ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОНА

В.И. МАЙОРОВ, *д-р технических наук, профессор.*
Российский Университет Дружбы Народов,
117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6; (495)955-09-39; [kuz-](mailto:kuz-minpk@mail.ru)
[minpk@mail.ru](mailto:kuz-minpk@mail.ru).

В статье изложены основы теории трещиностойкости железобетона. Предложены модели сопротивлению бетона сдвигу арматуры, как упруго-пластического материала с упрочнением, использующие деформационные критерии предельных состояний в точках перелома. Дается вывод расчетных формул определения расстояния между трещинами, ширины их раскрытия, с необходимым экспериментальным обоснованием.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: граничные точки, дислокации, коэффициент усиления, контактная зона, кривая регрессии, модуль поперечной упругости, околоарматурный слой, плечо сдвига.

А) Экспериментальные исследования

Не смотря на вековую историю железобетона, в настоящее время нет достаточно достоверных методов расчета трещиностойкости, которые находились

бы в согласии с экспериментом и не противоречили друг другу [1]. Среди существующих разногласий, наибольшие сосредоточены вокруг предельной характеристики сопротивления бетона сдвигу арматуры. В опытах разных авторов ее величина разнится на порядок. По определению, железобетон сложная функциональная система, состоящая из крупного заполнителя, арматуры и связующей цементно-песчаной матрицы межзернового пространства, различающихся физико-механическими свойствами, масштабами размеров и предельных деформаций. Разрушение или достижение предельного состояния в одном из элементов означает разрушение, или предельно состояние системы в целом. Разрушение связи между бетоном и арматурой происходит на суб- и микроскопическом уровне структуры цементно-песчаной матрицы.

Основная причина расхождений в оценке сопротивления сдвигу, - отсутствие единой методики испытаний и критериев оценки результатов. В большинстве случаев сцепление арматуры с бетоном определяется выдергиванием или продавливанием стержня, размещенного в центре бетонного образца в виде призмы или цилиндра. При этом напряженное состояние арматуры существенно отличается от напряженного состояния растянутой зоны при изгибе.

Методика настоящих исследований построена из условия сохранения схемы испытаний (на выдергивание) при методическом вычленении основных параметров, влияющих на результат. Опыты проводились на образцах, в которых арматура размещалась в бетоне внутри металлической тонкостенной обоймы,

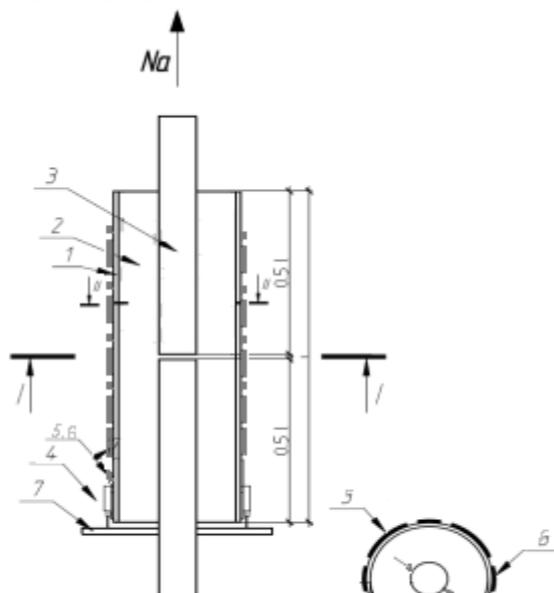


Рис. 1 Схема испытаний: 1- обойма, 2- бетон, 3- арматурный стержень, 4- мессура, 5, 6- тензорезисторы, 7- фиксаторы.

рис.1. Всего испытано 6 серий образцов с гладкой поверхностью (AI) и периодического профиля (AII, AIV). Расстояние между поверхностью стержней и обоймы изменялось в пределах $(0.5-2)d$.

Обойма не только предотвращала раскалывание образцов при испытании, но и служила прибором для измерения деформаций околоарматурной зоны цепочками тензорезисторов, наклеенных на поверхности продольном (5) и поперечном направлении(6).

Используя формулу:

$$q_r = \varepsilon_p \cdot E_{so} \cdot A_{so} / r_o$$

(E, A, r – модуль упругости, площадь сечения и радиус обоймы) и результаты измерений ε_n легко получить эпюру распределения радиального давления q_r и кривую коэффициента регрессии касательных напряжений K_r в зависимости от приведенного к диаметру расстояния r_a от поверхности арматуры, рис. 2, 3.

а) радиального давления q_r и кривую коэффициента регрессии касательных напряжений K_r в зависимости от приведенного к диаметру расстояния r_a от поверхности арматуры, рис. 2, 3.

б) Диаграммы сдвига арматуры гладкого и периодического профиля при различных условиях испытания представлены на рис. 4. При внешней несхожести

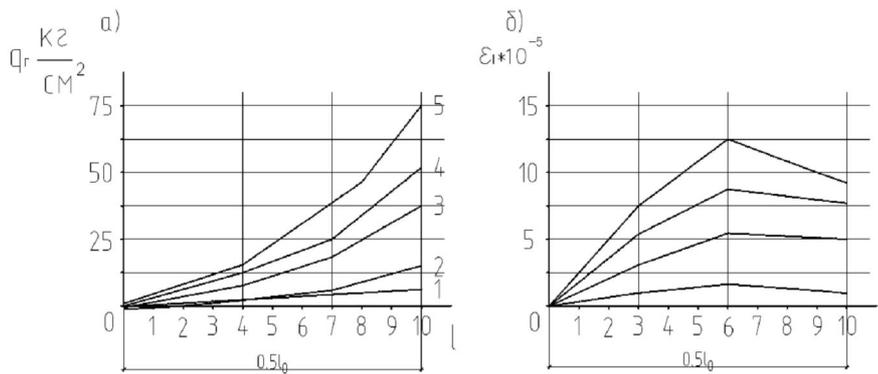


Рис.2. Эпюры распределения радиального давления $q_r(a)$ и продольных деформаций $\varepsilon_l(b)$

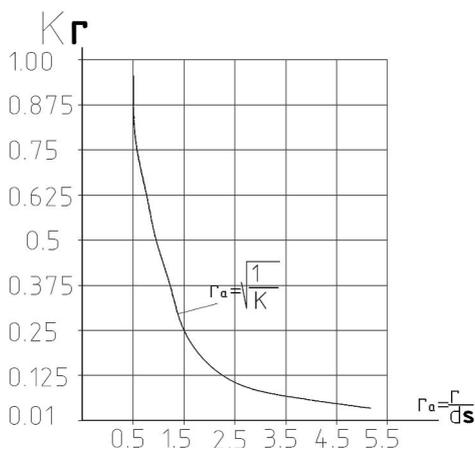


Рис.3. График коэффициента регрессии касательных напряжений

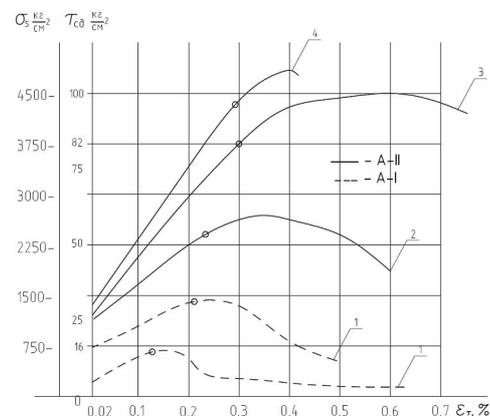


Рис.4. Диаграммы сдвига $\tau_{cd} - \varepsilon_{\tau}$

графики их объединяет общая закономерность - сохранение линейной зависимости « $\tau_{cd} - \varepsilon_{\tau}$ » за пределом упругости. Различие состоит в величине амплитуд предельных напряжений сдвига τ_{cd} в экстремальных точках графиков, зависящих от профиля арматуры, и, как следствие, - причины сдвига.

В случае гладкой поверхности происходит проскальзывание арматуры при превышении напряжений сдвига предельного сопротивления бетона скольжению арматуры $\tau_{ск}$. Применение периодического профиля практически исключает проскальзывание, благодаря дополнительной связи в виде выступающих ребер, препятствующих скольжению. Причиной сдвига становится срез околоарматурного слоя по поверхностям параллельным сдвигающему усилию.

В условии ограничения поперечных деформаций бетона контактной зоны, ее напряженное состояние близко к чистому сдвигу, о чем свидетельствует образование конуса отрыва под углом 45 градусов вокруг арматуры на свободной торцевой поверхности, фото рис.5.

Наряду с формой поверхности арматуры, существенное влияние на сопротивление сдвигу оказывает напряженное состояние околоарматурного слоя и, вызванное начальными напряжениями поперечной усадки бетона при твердении. Величина усадочного поперечного давления σ_y на поверхность арматуры зависит от ее положения в рабочем сечении конструкции: максимальное в центре и минимальное на периферии.

Наличие в опытах одновременно двух поверхностей сдвига позволяет экспериментально оценить величину σ_y как разность предельного сопротивления

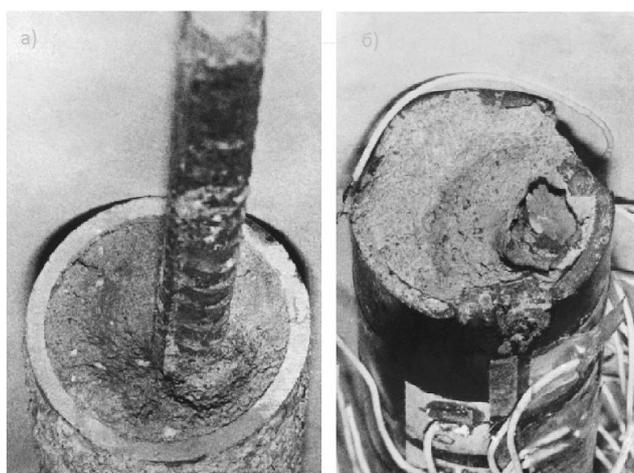


Рис. 5

а) сдвиг при разрушении околоарматурного слоя; б) разрыв арматуры при ограничении поперечных и продольных деформаций

сдвигу при наличии усадочных напряжений (в центре) и их отсутствии при сдвиге бетона по внутренней поверхности обоймы.

В опытах с гладкой арматурой предельные напряжения сцепления $\tau_{сц}$ в отсутствии усадочных напряжений, в зависимости от марки бетона, изменялись в пределах 15-19 кг/см², близко по величине к предельному осевому растяжению.

В условии поперечного обжатия при сдвиге стержня в центре сопротивление скольжению увеличивалось вдвое до 25-30 кг/см², становясь равным сопротивлению бетона растяжению при изгибе. В среднем величина усадочных напряжений поперечного обжатия гладкой арматуры составляла $\sigma_y = 18$ кг/см².

Сопротивление бетона сдвигу арматуры периодического профиля, размещенной в центре обоймы, изменялось в зависимости от приведенного расстояния r_a : от 45 до 70 кг/см².

При ограничении продольного смещения бетона опорным контуром на торцевой поверхности, сопротивление сдвигу возрастало до 100 и более кг/см².

В этом случае возникает эффект заклинивания арматуры. За счет разности коэффициентов поперечного расширения бетона ($\mu_b \leq 0.5$) и поперечного сужения арматуры $\mu_s = 0,28$, сопротивление растет вплоть до разрыва арматуры, фото рис. 5(а).

При широком диапазоне установленных предельных значений $\tau_{сд}$ возникает вопрос: «Какое значение принимать за расчетное?». Принимать такое, какое есть, в зависимости от расчетной схемы и условий работы, введением в расчетную формулу соответствующих поправочных коэффициентов. Так, эффект заклинивания был использован автором при разработке стыковых соединений арматуры и узлов конструкций без применения сварки [4].

Б) Аппроксимация диаграммы сопротивления бетона сдвигу арматуры кусочно-линейными соотношениями « $\tau - \epsilon_r$ »

Деформации бетона и арматуры по условию взаимодействия взаимосвязаны. Не трудно заметить (рис. 4), что предельному сопротивлению бетона сдвигу предшествует достижение напряжения в арматуре предела пропорциональности. По строению кристаллическая структура цементного камня (ЦК) и металла родственны. Различие состоит в уровне организации, размерах и плотности упаковки зерен кристаллов. Как и у металла, деформации цементно-песчаной матрицы (ЦПМ) на микроскопическом уровне развиваются по дислокационным

моделям скольжения по поверхностям блок-кристаллов ЦК. Применительно к структуре ЦПМ, к дислокациям относятся: микропоры, щели, концентраторы напряжений в контактных зонах заполнителя и микродефекты структуры. В процессе сдвига происходит сглаживание концентраторов деформаций с замещением дислокаций и, как следствие, совершенствование структуры с увеличением рабочей поверхности сопротивлению сдвигу.

Сохранение линейной зависимости за пределом упругости ($\varepsilon_\tau \geq 0.02\%$) сопровождается диссипацией упруго накопленной энергии, затрачиваемой на преодоление сил межмолекулярного притяжения, внутреннего трения и образование микроразрывов сплошности околораматурного слоя. При этом напряженно-деформированное состояние сечения околораматурного слоя в условии чистого сдвига в направлении силы сдвига сжато, в противоположном- растянуто.

В силу анизотропности свойств ЦПМ начальные разрывы на микроскопическом уровне образуются по поверхностям, параллельным действующим сжимающим усилиям, при достижении поперечных деформаций растяжений предельного значения:

$$\varepsilon_p \approx \varepsilon_\tau = \mu \cdot \varepsilon_{0.2}; \quad \sigma_p = \tau_n = \mu \cdot \varepsilon_{0.2} \cdot E_\sigma, \quad (2)$$

где: ε_r - проекция главного вектора растяжения (ε_p) на ось сдвига; μ - коэффициент поперечных деформаций; $\varepsilon_{0.2}$ - предельная деформация сжатия в экстремальной точке графика $d\sigma/d\varepsilon = 0$; τ_n - начальные касательные напряжения на границе упругой области деформаций.

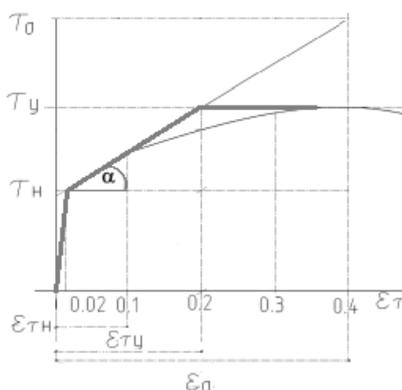


Рис.6. Схема аппроксимации диаграммы

Диаграммы работы бетона могут быть аппроксимированы кусочно-линейной функцией « $\tau - \varepsilon_r$ », выражающей закон деформирования упругопластического тела с линейным упрочнением и площадкой текучести, рис. 6. Обычно кусочно-линейная $\tau - \varepsilon_r$ аппроксимация требует соблюдения непрерывности деформаций и напряжений и их производных по времени в точках перелома.

Применительно к бетону и железобетону точки перелома отражают естественные процессы скачкообразного изменения основных параметров, характеризующих напряженно- деформированное состояние, прежде всего, модуля деформаций на границах перехода от упругой стадии ($\varepsilon_{\tau 0.02}$) к стадии упругопластического усиления ($\varepsilon_{\tau 0.2}$) и разрушения ($\varepsilon_w \geq 0.4\%$).

Аналитическое выражение диаграммы сопротивления сдвигу запишем в виде:

$$\tau_{cd} = G\varepsilon_{\tau 0.02} + B\varepsilon_\tau \lambda_\tau, \quad (3)$$

В (3): $G = E_b / 2(1 + \mu)$ - модуль поперечной упругости; $B = \text{tg } \alpha = 0.2G$ - модуль усиления; $\lambda_\tau = \varepsilon_{\tau y} / \varepsilon_w$ - коэффициент упругопластичности.

Проведя подстановки и сделав преобразования, формула (3) примет вид:

$$\tau_{cd} = \frac{E_\sigma \cdot \varepsilon_{\tau 0.02}}{2(1 + \mu)} \left(1 + K_y \frac{\varepsilon_{0.4}}{\varepsilon_{0.02}} \cdot \lambda_\tau \right), \quad (4)$$

K_y - коэффициент усиления, $K_y = B / G$.

В) Определение расстояния между трещинами и ширины их раскрытия

Задача расчета расстояний между трещинами не имеет точного решения в силу начальных микроразрывов сплошности на поверхности растянутой зоны. При наложении внешнего силового поля первые силовые микротрещины появляются в сечениях, где суммарная величина деформаций превышает предельную растяжимость бетона. Глубина проникания микротрещин не выходит за пределы защитного слоя бетона, а ширина их раскрытия за предел видимости.

При пресечении трещиной арматуры, с ростом величины изгибающего момента, происходит изменение внутренней статической схемы распределения усилий. Напряжения с поверхности разрыва частично перераспределяются на арматуру, часть концентрируется в вершине трещин. **Арматура становится внешней силой, приложенной к берегам разрыва на приведенном расстоянии r_a , рис 7.**

Равновесное состояние сечения с трещиной обеспечивается из условия равновесия внешней силы N_s , приложенной к арматуре, внутреннему сопротивлению сдвигу арматуры T_{cd} .

Величину N_s принимаем равной усилию, воспринимаемому приведенной к бетону площадью арматуры в момент образования трещины, [6]:

$$N_{сп} = \frac{n \cdot K_b \cdot A_s \cdot R_{bu} \cdot \lambda}{(1 - \zeta) \cdot v} \quad (5)$$

Внутреннее сопротивление сдвигу арматуры:

$$T_{cd} = U \cdot l_\tau \cdot \tau_n \cdot v_\tau \quad (6)$$

Здесь l_τ - длина участка сдвига, с условием на границе: $\tau = 0$, $\sigma_p = R_{pu}$, равна расстоянию до смежной трещины l_i .

Решая (5) и (6) относительно l_τ , получим:

$$l_\tau = l_i = \frac{n K_b A_s R_{pu} \lambda}{(1 - \zeta) v U \tau_n v_\tau} \quad (7)$$

Проведя преобразование с учетом, что отношения R_{pu} / τ_n ; $u \lambda / v_\tau$ близки к 1,

$$a \quad \frac{A_s}{U} = \frac{d}{4} = \frac{r_a}{4 n_a}, n_a = \frac{a}{d},$$

после подстановок, формула для определения расстояний между трещинами примет вид:

$$l_{III} = \frac{0,25 \cdot n \cdot K_b \cdot r_a}{(1 - \zeta) \cdot v \cdot n_a} \quad (8)$$

В (8) n - число Неймана,

$n = E_a / E_b$; K_b - коэффициент влияния арматуры на предельную растяжимость бетона, зависит от приведенного расстояния r_a . При $r_a = 2$, $K_b = 1,6$ [5], v - коэффициент полноты эпюры напряжения сдвига; n_a - количество стержней, суммарной площадью эквивалентной расчетной A_s при заданной величине a .

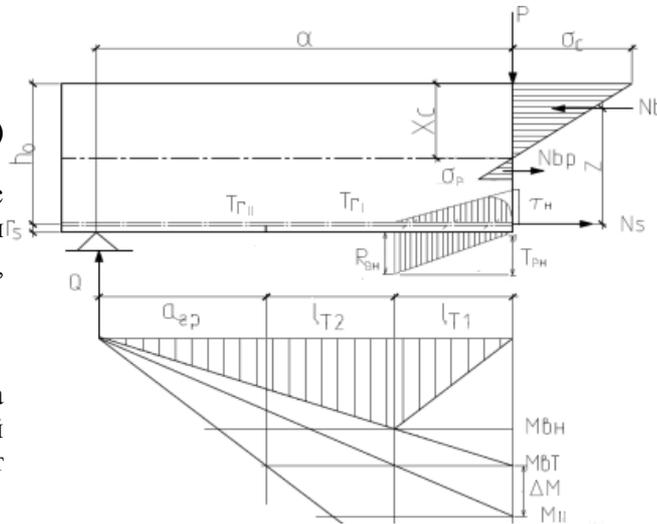


Рис. 7. Схема расчета расстояния между трещинами и ширины их раскрытия

Формула (8) устанавливает прямую зависимость l_i и, как следствие, ширину раскрытия трещины a_i от приведенного расстояния r_a , и обратную от периметра стержней при постоянной суммарной площади сечения арматуры.

Если предположить, что появление первых видимых трещин на участке с постоянной эпюрой M происходит последовательно через небольшие интервалы времени, то при всех факторах случайности средние расстояния между ними можно принять равными $l_{i1} = 0,5l_{i(i-1)}$, то есть, при появлении смежной трещины и каждой последующей, расстояние до нее уменьшается вдвое, рис.8 .

Известно, что ширина раскрытия трещины, в основном, зависит от величины деформации арматуры в сечении с трещиной ε_{ST} , расстояния между ними l_i и сопротивления бетона сдвигу на участках между трещинами. На этом построена формула Мурашева В.И. [7]:

$$a_T = \varepsilon_{ST} \cdot l_i \cdot \psi_T, \quad (9)$$

ψ_T - коэффициент, учитывающий работу бетона между трещинами.

При всей очевидности (9) обладает существенным недостатком, неопределенностью расчетных значений и функциональной взаимосвязи ее составляющих. В этой неопределенности кроется приоритет применения в практических расчетах эмпирических формул. Изложенные выше результаты исследований позволяют заполнить этот пробел. Вернемся к расчетной схеме рис.7.

Рис.8. Эпюры нормальных и касательных напряжений в растянутой зоне: а) при появлении первой трещины; б) после появления смежной трещины.

В момент образования первой видимой трещины ширина ее раскрытия находится на границе разрешающей способности человеческого глаза. При этом деформации в арматуре достигают предела упругости $\varepsilon_{s,0.02}$. Соответственно, при расположении арматуры в растянутой зоне начальные напряжения сдвига τ_n становится равными предельно допустимым. С увеличением момента происходит перераспределение и выравнивание максимальных напряжений на участке l_τ на уровне τ_n . Изменяется напряженное состояние бетона между трещинами от сложного- изгиба до простого осевого растяжения. При достижении в сечении смежной трещины величины M_{bt} начинается процесс разрушения связей.

Таким образом, задача определения ширины раскрытия трещины может быть сведена к определению величины дополнительного момента в начальном сечении, при котором трещина в смежном сечении станет видимой. Пользуясь схемой рис.7(б) и соотношениями условий геометрического подобия, определим величину момента при образовании смежной трещины второго уровня:

$$M_{II} = \Delta M \cdot a/l_T. \quad (10)$$

Приращение момента:
$$\Delta M = \frac{M_{bt}}{a/l_T - 1}. \quad (11)$$

После подстановки (11) в (10) и преобразования получим:

$$M_{II} = M_{bt} / (1 - l_T/a) \quad (12)$$

Соответственно, максимальная ширина раскрытия трещины на втором уровне трещинообразования будет:

$$a_{III} = \frac{M_{bt} \cdot \psi \cdot l_T}{Z \cdot E \cdot A_s (1 - l_T/a)} \quad (13)$$

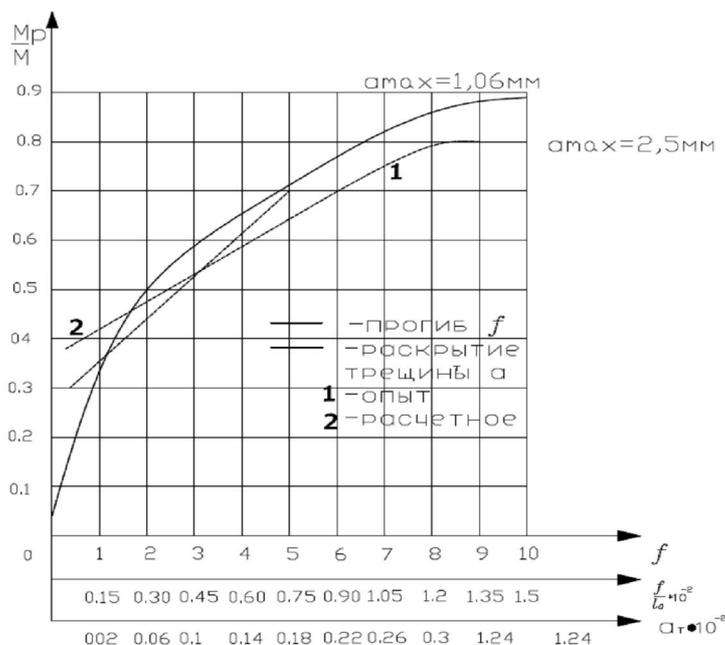


Рис.9. График прогибов f , и ширины раскрытия трещин a_t : 1- опыт; 2- расчет по (14)

Схема расчета распространяется на все уровни трещинообразования до достижения в арматуре условного предела текучести $\epsilon_{0.2}$. На рис.9 приведены опытные и расчетные графики ширины раскрытия трещин при испытании железобетонных образцов в виде балочных плит размером $5 \cdot 15 \cdot 70$ см, бетон М200; коэффициент армирования $\mu = 0,07$.

Л и т е р а т у р а

1. Бондаренко В.М., Колчунов В.И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона: М. Изд-во АСВ, 2004.
2. Майоров В.И., Сахаров В.Н. Исследование напряженно-деформированного состояния 3-х слойных изгибаемых элементов методом оптически активных покрытий// Труды, вып. 92 МО СССР, М., 1967.
3. Майоров В.И., Тихомиров С.А. Критерии оценки предельных состояний железобетонных балок при разрушении от поперечного изгиба// Труды, вып. 196 МО СССР, М, 1970.
4. Майоров В.И. Соединения железобетонных конструкций без применения сварки// Военно-строительный бюллетень. – №2. – 1987.
5. Майоров В.И. Экспериментальная основа и элементы теории прочности бетона// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2003. – №1. – С. 29-39.
6. Майоров В.И., Кузьмин П.К. От условной к точной модели расчета трещиностойкости железобетонных сечений// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2011. – № 2. – С.
7. Мурашев В.И. Трещиностойкость, жесткость и прочность железобетона. – М.: Из-во «Министерство строительства», 1950.