

Расчет строительных конструкций

РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ТРУБОБЕТОННЫХ КОЛОНН

А.Л. КРИШАН, канд. техн. наук

А.И. ЗАЙКИН, канд. техн. наук

А.С. МЕЛЬНИЧУК, инж.

Магнитогорский государственный технический университет, Россия

В последнее время в мире стали в большем количестве возводить высотные здания, а также многоэтажные здания с укрупненной сеткой колонн. В связи с этим среди строителей и проектировщиков вырос интерес к трубобетонным колоннам (ТБК), что обусловлено конструктивной, технологической и экономической целесообразностью их применения в качестве вертикальных несущих элементов каркасов таких зданий. Расчет прочности нормальных сечений ТБК предлагается выполнять по нелинейной деформационной модели железобетона с учетом отмеченных особенностей их работы.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: трубобетонные колонны, объемное сжатие

Широкое применение трубобетонных колонн с круглым поперечным сечением сдерживается отсутствием методики расчета прочности ТБК, адекватно оценивающей их напряженно-деформированное состояние. Имеющиеся в работах [1]-[4] предложения по расчету ТБК не в полной мере учитывают особенности взаимодействия стальной оболочки и бетонного ядра, проявляющиеся в процессе их загрузки. В частности, данные предложения не позволяют объяснить или учесть наблюдаемый в опытах значительный рост прочности трубобетонных конструкций с предварительно обжатым бетонным ядром [5].

По результатам проведения многочисленных опытов можно отметить следующие основные особенности напряженно-деформированного состояния ТБК:

- бетонное ядро находится в условиях объемного сжатия (рис. 1, а);
- стальная оболочка работает в условиях сложного напряженного состояния «сжатие-растяжение-сжатие» (рис. 1, б);
- величина бокового давления бетонного ядра на стальную оболочку σ_{br} в значительной степени зависит от соотношения коэффициентов поперечных деформаций бетона и стали. С ростом уровня продольных напряжений значения коэффициентов поперечных деформаций (особенно у бетона) также растут, и величина σ_{br} существенно увеличивается;
- совместная работа бетонного ядра и стальной оболочки продолжается вплоть до стадии разрушения ТБК;
- направление геометрических осей симметрии сжатых трубобетонных элементов совпадает с направлениями нормалей главных площадок (угол наклона линий Чернова-Людерса на поверхности стальной оболочки составляет порядка 45° к вертикальной оси);
- распределение продольных деформаций по поперечному сечению ТБК при внецентренном сжатии свидетельствует о возможности использования гипотезы плоских сечений.

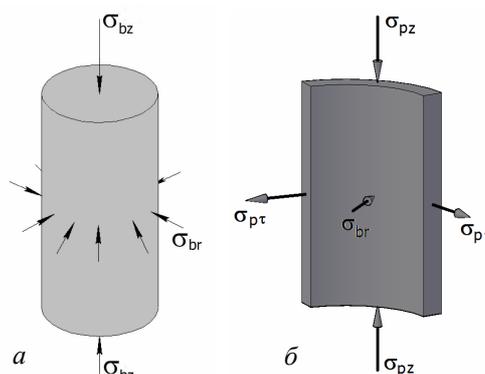


Рис. 1. Напряженное состояние бетонного ядра (а) и стальной оболочки (б) при осевом сжатии ТБК

Расчет прочности нормальных сечений ТБК предлагается выполнять по нелинейной деформационной модели железобетона с учетом отмеченных выше особенностей их работы.

Исходной базой для построения предлагаемой методики расчета являются:

- криволинейные диаграммы деформирования бетона и стали;
- система уравнений, описывающая связь между напряжениями и деформациями для любой точки трансверсально-изотропного бетонного ядра в форме обобщенного закона Гука, но с учетом физической нелинейности;
- условие прочности объемно-сжатого бетонного ядра;
- связь между деформациями и напряжениями для любой точки внешней стальной оболочки в упругой и упруго-пластической стадиях, принимаемая в форме обобщенного закона Гука с учетом физической нелинейности;
- условие Генки-Мизеса для стальной оболочки, находящейся в состоянии текучести;
- зависимости, устанавливающие изменение коэффициентов упругости бетона и стальной трубы ν_b и ν_p , а также коэффициентов поперечных деформаций бетона и трубы μ_{yr} , μ_{rr} и μ_p с ростом уровня нормальных напряжений.

Для аналитического описания напряженно-деформированного состояния стальной оболочки используется известная гипотеза единой кривой, предложенная А.А.Ильюшиным [6]. Согласно этой гипотезе, зависимость между напряжениями и деформациями « σ_s - ε_s », полученную при одноосном растяжении (сжатии), можно считать действительной для всех напряженных состояний при замене текущих напряжений σ_s и текущих деформаций ε_s на интенсивность текущих напряжений σ_{si} и интенсивность текущих деформаций ε_{si} соответственно.

В ТБК осевое и взаимно перпендикулярные к нему направления совпадают с направлениями главных площадок, т. е. касательные напряжения и сдвиговые деформации по данным направлениям равны нулю. Тогда выражения для определения интенсивности напряжений σ_{pi} и деформаций ε_{pi} в стальной трубе можно записать в следующем виде:

$$\sigma_{pi} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_{pz} - \sigma_{p\tau})^2 + (\sigma_{p\tau} - \sigma_{pr})^2 + (\sigma_{pr} - \sigma_{pz})^2}, \quad (1)$$

$$\varepsilon_{pi} = \frac{\sqrt{2}}{2(1-\mu_p)} \sqrt{(\varepsilon_{pz} - \varepsilon_{p\tau})^2 + \varepsilon_{pz}^2 + \varepsilon_{p\tau}^2}. \quad (2)$$

где σ_{pz} , $\sigma_{p\tau}$, σ_{pr} и ε_{pz} , $\varepsilon_{p\tau}$, ε_{pr} – соответственно напряжения и относительные деформации трубы в осевом, тангенциальном и радиальном направлениях.

Аналитическое описание диаграмм деформирования « σ_{pi} - ε_{pi} » сталей, имеющих и не имеющих площадки текучести, может быть выполнено по зависимостям, предложенным в работе [7] для случая одноосного растяжения.

Прочность нормального сечения считается достаточной, пока выполняются условия:

$$|\varepsilon_{bz,max}| \leq \varepsilon_{bz,u}; \quad (3)$$

$$|\varepsilon_{pi,max}| \leq \varepsilon_{pi,u}; \quad (4)$$

$$|\varepsilon_{pz,max}| \leq \varepsilon_{pz,u}, \quad (5)$$

где $\varepsilon_{bz,max}$ – максимальные относительные деформации в сжатом бетоне, возникающие по направлению действующей продольной силы («осевые» деформации); $\varepsilon_{pi,max}$ – максимальные величины интенсивности относительных деформаций во внешней стальной оболочке, определяемые для наиболее сжатых волокон; $\varepsilon_{pz,max}$ – максимальные относительные осевые деформации в растянутой зоне (при ее наличии) стальной оболочки; $\varepsilon_{bz,u}$ – предельные относительные де-

формации бетона в осевом направлении (принимаются равными величинам деформаций бетонного ядра центрально сжатых ТБК, соответствующим достижению нормальными напряжениями осевого направления прочности бетона при трехосном сжатии); $\varepsilon_{pi,u}$ – предельные значения интенсивности относительных деформации стальной оболочки, примерно соответствующие середине площадки текучести стали и принимаемые равными 0,0125; $\varepsilon_{pz,u}$ – предельные относительные осевые деформации в растянутой зоне стальной оболочки, принимаемые равными 0,002.

Ниже приводится предлагаемая методика расчета. Первоначально поперечное сечение трубобетонного элемента разбивается на отдельные достаточно малые участки (рис. 2). Для каждого участка вычисляются его площадь A_{bi} , A_{pj} и координата центра тяжести Y_{bi} и Y_{pj} . Знаки координат центров тяжести выделенных участков стали и бетона принимают в соответствии с назначенной системой координат, начало которой удобнее совмещать с геометрическим центром поперечного сечения стальной оболочки.

Пошагово наращивается величина относительных осевых деформаций крайнего сжатого волокна бетона $\varepsilon_{bz,max}$ и, тем самым, меняется наклон эпюры деформаций по высоте поперечного сечения. На каждом шаге для всех выделенных участков вычисляются осевые деформации ε_{bzi} , ε_{pzj} и кривизна $1/r$ элемента в плоскости действия момента, создаваемого продольной силой N . При этом используются известные геометрические соотношения

$$\varepsilon_{bzi} = \varepsilon_{oz} + \frac{1}{r} Y_{bi}, \quad (6)$$

$$\varepsilon_{pzj} = \varepsilon_{oz} + \frac{1}{r} Y_{pj}, \quad (7)$$

где ε_{oz} – относительная осевая деформация волокна, расположенного в центре тяжести сечения; Y_{bi} и Y_{pj} – координаты центров тяжести i -го элементарного участка бетона и j -го участка внешней стальной оболочки.

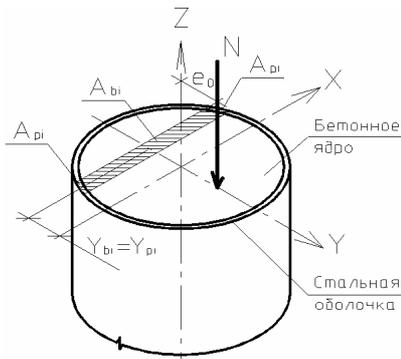


Рис. 2. Расчетная схема нормального сечения трубобетонного элемента

При армировании бетонного ядра стержневой арматурой ее осевые деформации находятся по аналогичной зависимости.

При заданных осевых деформациях определяются величины нормальных напряжений в бетоне и стали в местах контакта стальной трубы и бетонного ядра. Для этого по каждому участку совместно решаются системы уравнений

$$\begin{cases} \varepsilon_{bz} \\ \varepsilon_{br} \end{cases} = \frac{1}{v_b E_b} \times \begin{bmatrix} 1 & -2\mu_{zr} \\ -\mu_{zr} & (1-\mu_{rr}) \end{bmatrix} \times \begin{cases} \sigma_{bz} \\ \sigma_{br} \end{cases}; \quad (8)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{pz} \\ \varepsilon_{p\tau} \\ \varepsilon_{pr} \end{cases} = \frac{1}{v_p E_p} \times \begin{bmatrix} 1 & -\mu_p & -\mu_p \\ -\mu_p & 1 & -\mu_p \\ -\mu_p & -\mu_p & 1 \end{bmatrix} \times \begin{cases} \sigma_{pz} \\ \sigma_{p\tau} \\ \sigma_{pr} \end{cases}. \quad (9)$$

В системах (8) и (9) напряжения и деформации бетона и стали в осевом направлении содержат индекс z , в радиальном направлении - индекс r , а в тангенциальном направлении - индекс τ . Буквами E , v и μ обозначены соответственно начальные модули упругости, коэффициенты упругости и коэффициенты поперечных деформаций для бетонного ядра и стальной оболочки.

Для разрешения систем уравнений (8) и (9) дополнительно используются условие совместности деформаций бетонного ядра и стальной трубы в осевом

направлении $\varepsilon_{bz} = \varepsilon_{pz}$ и связь тангенциальных деформаций внешней оболочки с радиальными деформациями ядра.

Значения коэффициентов поперечных деформаций и коэффициентов упругости бетона и стальной оболочки для всех выделенных участков на каждой ступени загрузки определяются с использованием следующих зависимостей.

Коэффициент упругости бетона

$$v_b = v_{bu} \pm (v_0 - v_{bu}) \sqrt{1 - \omega_b \eta_b - \omega_{2b} \eta_b^2}, \quad (10)$$

где η_b – отношение осевых напряжений в бетонном ядре к его прочности при трехосном сжатии R_{b3} ($\eta_b = \sigma_{bz}/R_{b3}$); v_0, v_{bu} – значения коэффициента упругости в базовых точках диаграммы $\sigma_{bz}-\varepsilon_{bz}$; ω_{1b}, ω_{2b} – коэффициенты, характеризующие кривизну диаграммы, причем

$$\omega_{2b} = 1 - \omega_{1b}. \quad (11)$$

При расчете ТБК круглого сечения параметры зависимости (10) для вычисления коэффициента упругости определяют следующим образом:

- для восходящей ветви диаграммы $\sigma_{bz}-\varepsilon_{bz}$ в формуле (10) принимают знак «+», при этом

$$v_0 = 1; \quad \omega_{1b} = 2 - 2,05v_{bu}; \quad (12)$$

- для нисходящей ветви диаграммы в формуле (10) принимают знак «-», при этом

$$v_0 = 2,05v_{bu}; \quad \omega_{1b} = 1,95v_{bu} - 0,138; \quad (13)$$

- v_{bu} – значение v_b в вершине диаграммы $\sigma_{bz}-\varepsilon_{bz}$, вычисляемое из выражения

$$v_{bu} = \frac{R_{b3}}{\varepsilon_{b03} E_b}. \quad (14)$$

Прочность бетона при объемном напряженном состоянии вычисляют по формуле

$$R_{b,3} = R_b + k \sigma_{br,u}, \quad (15)$$

где k – коэффициент бокового давления для ТБК, определяемый по формуле

$$k = 5,3 - 0,8 \frac{R_p A_p}{R_b A_b}, \quad (16)$$

здесь A_b, R_b, A_p, R_p – площади поперечного сечения и расчетные сопротивления соответственно бетона и стальной трубы.

Боковое давление стальной трубы в предельном состоянии $\sigma_{br,u}$ можно вычислять по приближенной формуле

$$\sigma_{br,u} = 0,45 R_p A_p / A_b. \quad (17)$$

Значение относительной осевой деформации бетонного ядра ε_{b03} в вершине диаграммы $\sigma_{bz}-\varepsilon_{bz}$ находят в зависимости от величины относительной деформации бетона при однородном напряженном состоянии ε_{b0} , принимаемой по СНиП 52-01-03

$$\varepsilon_{b03} = k_0 \varepsilon_{b0}; \quad (18)$$

$$k_0 = 1 + 2 \frac{9 - \sqrt[3]{R_{b3} / \sigma_{br,u}}}{R_{b3} / \sigma_{br,u} - 1}. \quad (19)$$

При расчете прочности ТБК круглого поперечного сечения по нелинейной деформационной модели следует учитывать изменение коэффициентов поперечных деформаций бетона, используемых в системе уравнений (8).

Текущие значения коэффициентов поперечной деформации бетона осевого и радиального направлений μ_{jr} ($j = z, r$) находятся из зависимости

$$\mu_{jr} = \mu_{jr,u} + (\mu_i - \mu_{jr,u}) \sqrt{1 - \eta_b^2}, \quad (20)$$

в которой $\mu_0 = 0,2$ – коэффициент Пуассона для бетона; $\mu_{jr,u}$ – предельное значение коэффициента поперечной деформации μ_{jr}

$$\mu_{jr,u} = \mu_i + (1 + \sqrt[3]{v_{bu}}) \chi_{jr}. \quad (21)$$

Значение параметра χ_{jr} вычисляется по формуле

$$\chi_{jr} = \frac{|\sigma_{bj,u} - \sigma_{br,u}| \cdot \varphi_r^s + |\sigma_{br,u} - \sigma_{bz,u}| \cdot (1 - \varphi_r^s)}{\sigma_{br,u} - \sigma_{bz,u}}, \quad (22)$$

в которой $\varphi_r = 1/k_0$; $S = 1$ – для тяжелого бетона, $S = 2$ – для мелкозернистого бетона; $\sigma_{bz,u} = R_{b3}$.

Для стальной оболочки параметры, входящие в систему уравнений (9), определяются следующим образом. Коэффициент упругости стальной оболочки

$$v_p = v_{pu} + (1 - v_{pu}) \sqrt{1 - \omega_1 \eta_p - \omega_2 \eta_p^2}, \quad (23)$$

где η_p – уровень продольных напряжений в стальной оболочке и напряжения в арматуре

$$0 \leq \eta_p = \frac{\sigma_{pi} - \sigma_{p,el}}{R_p - \sigma_{p,el}}; \quad (24)$$

v_{su} – значение коэффициента упругости, соответствующее расчетному значению сопротивления арматуры при одноосном растяжении

$$v_{pu} = \frac{R_p}{E_p \varepsilon_{pu}}; \quad (25)$$

ω_{1s}, ω_{2s} – коэффициенты, характеризующие кривизну диаграммы $\sigma_{pi} - \varepsilon_{pi}$

$$\omega_{2p} = 1 - \omega_{1p}; \quad (26)$$

$$\omega_{1p} = \frac{(1 - v_{pu})^2 (\eta_{p,0.2}^2 - 1) + (v_{0.2} - v_{pu})^2}{(\eta_{p,0.2}^2 - \eta_{p,0.2}) (1 - v_{pu})}, \quad (27)$$

$$v_{0.2} = \frac{0,98 R_p}{0,98 R_p + 0,002 E_p}. \quad (28)$$

В формулах (24)-(28) для сталей с условной площадкой текучести

$$\sigma_{p,el} = 0,5 R_p; \quad \varepsilon_{pu} = 0,025; \quad \eta_{p,0.2} = 0,96;$$

для сталей с физической площадкой текучести $\varepsilon_{pu} = R_p / E_p + 0,015$; $\eta_{p,0.2} = 0,5$.

Коэффициент поперечных деформаций стальной оболочки μ_p для любой стадии ее работы следует определять по формуле

$$\mu_p = \frac{1}{2} \frac{1 - (1 - 2\mu_{op}) v_p}{\Psi + 0,325(1 - 2\mu_{op}) v_p}, \quad (29)$$

где μ_{op} – коэффициент Пуассона для стали, принимаемый равным 0,3; Ψ – переменный параметр, вычисляемый по формуле

$$\Psi = 0,87 + 0,13 \left(\frac{\mu_p - \mu_{op}}{\mu_p} \right)^{0,25}. \quad (30)$$

Нормальные напряжения, вычисленные из совместного решения систем уравнений (8) и (9), в пределах каждого участка принимают равномерно рас-

пределенными (усредненными). Переход от эпюр напряжений в бетонном ядре и стальной оболочке к обобщенным внутренним усилиям осуществляют с помощью процедуры численного интегрирования по всем участкам разбиения.

Напряжения в стержневой арматуре (при ее наличии) определяются в зависимости от места ее расположения в бетонном ядре по формуле

$$\sigma_{sk} = E_s \varepsilon_{sk} \leq R_s \quad (31)$$

Для каждого шага устанавливается распределение деформаций по высоте нормального сечения трубобетонного элемента, удовлетворяющее условиям равновесия

$$N \times e_0 = \sum_i \sigma_{bzi} A_{bi} Y_{bi} + \sum_j \sigma_{pzj} A_{pj} Y_{pj} + \sum_k \sigma_{sk} A_{sk} Y_{sk}; \quad (32)$$

$$N = \sum_i \sigma_{bzi} A_{bi} + \sum_j \sigma_{pzj} A_{pj} + \sum_k \sigma_{sk} A_{sk}. \quad (33)$$

В уравнениях (32) – (33) N и e_0 – продольная сила от внешней нагрузки и ее эксцентриситет относительно центра тяжести сечения.

Затем проверяется выполнение условий (3) - (5), ограничивающих значения краевых деформаций рассчитываемого элемента. При выполнении условия (5) и хотя бы одного из условий (1) или (2) значение базового параметра деформирования сечения $\varepsilon_{by,max}$ увеличивается и описанная выше процедура расчетов повторяется.

Момент достижения краевых деформаций бетона и стали предельных значений соответствует максимально допустимой величине продольной сжимающей силы N при заданном эксцентриситете e_0 .

Расчет прочности внецентренно сжатых ТБК по приведенной методике выполняются на ЭВМ с помощью специально разработанной программы. Сопоставление результатов расчета с опубликованными опытными данными [1] - [4] и данными собственных экспериментальных исследований свидетельствует об их хорошей сходимости.

Л и т е р а т у р а

1. Лукаша Л.К. Прочность трубобетона. – Минск, Высшая школа, 1977. – 96 с.
2. Людковский И. Г., Фонов В. М., Макаричева Н. В. Исследование сжатых трубобетонных элементов, армированных высокопрочной продольной арматурой// Бетон и железобетон. – 1980. – № 7. – С. 17-19.
3. Кикин А.И., Санжаровский Р.С., Труль В.А. Конструкции из стальных труб, заполненных бетоном. – М., Стройиздат, 1974. – 144 с.
4. Стороженко Л.И. Трубобетонные конструкции.–Киев, Будивельник,1978. – 80с.
5. Кришан А.Л. Трубобетонные колонны для многоэтажных зданий// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2009. – № 4. – С. 75-80.
6. Ильюшин А.А. Пластичность// М.-Л.: Гостехиздат, 1948. – 372 с.
7. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с.

THE CALCULATION OF THE STRENGTH OF CONCRETE-FILED STEEL TUBE COLUMNS

Krishan A.L., Zaikin A.I., Melnichuk A.S.

The calculation of the strength of normal sections of eccentrically loaded pipe-concrete elements should be used in the structures of high-rise buildings. Nonlinear deformation model of reinforced concrete for three-axis tensely – deformed conditions is accepted for the analytical description of joint work of concrete core and external steel holder.