

Динамика конструкций и сооружений

**АЭРОДИНАМИЧЕСКОЕ ДЕМПФИРОВАНИЕ ПРИ
КОЛЕБАНИЯХ ВАНТОВЫХ СИСТЕМ**

В.Б.ЗЫЛЕВ, *д-р техн. наук, профессор*

А.В.ШТЕЙН, *канд. техн. наук, доцент*

Н.А.ГРИГОРЬЕВ, *канд. техн. наук*

*ФГБОУ ВПО «Московский государственный университет путей сообщения»
ул. Образцова, 9 стр. 9, Москва, Россия, 127994*

В работе показываются, что равномерный ветровой поток оказывает существенное демпфирующее воздействие на колеблющуюся вантовую систему. Даются аналитическое и численное решения, демонстрирующие степень демпфирования. Показано, что гашение колебаний будет получаться естественным путем, если ветровое давление берется пропорциональным квадрату относительной скорости воздуха и точек колеблющейся конструкции.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: демпфирующие свойства ветрового потока, вантовая система, аналитическое решение, численное решение, аэродинамическое демпфирование.

При рассмотрении колебаний вантовой системы, ветровой поток рассматривается, прежде всего, как фактор, вызывающий нагрузку. В настоящей работе мы хотим обратить внимание на ту особенность, что при определенных параметрах системы ветровой поток еще и интенсивно гасит возникающие колебания, что соответствует термину аэродинамическое демпфирование. Поясним механическую сущность возникновения сил сопротивления в рассматриваемом случае.

В соответствии с законами гидродинамики с большой степенью точности можно считать, что сила ветрового давления пропорциональна квадрату *относительной* скорости ветрового потока и скорости точки конструкции в ее собственном движении. Пусть некоторая точка конструкции движется навстречу ветровому потоку. Тогда относительная скорость возрастает и возрастает сила ветрового давления. Появляется дополнительная сила, направленная против скорости движения. Она замедляет скорость движения и, следовательно, гасит колебания. Если скорость движения точки конструкции совпадает по направлению со скоростью ветрового потока, сила ветрового давления уменьшается, что опять же эквивалентно дополнительной силе сопротивления. Важно отметить, что чем больше величина скорости ветрового потока, тем соответствующие добавки к силам сопротивления становятся больше и гашение колебаний становится интенсивнее.

Отметим, что рассматриваемые силы аэродинамического демпфирования будут автоматически учитываться в решении, если ветровое давление в каждый момент динамического процесса будет вычисляться по относительной скорости, т.е. будет учитываться не только скорость ветрового потока, но и скорость точек конструкции. Появление аэродинамического демпфирования будет иметь место не только для строго постоянной скорости ветрового потока, но для случая, когда эта скорость меняется достаточно плавно. В проявлении сил аэродинамического демпфирования авторы статьи имели возможность убедиться, при выполнении расчета вантовых систем на воздействии торнадо [1 – 5]. При этих расчетах силы аэродинамического демпфирования интенсивно гасили собственные колебания конструкции.

Естественно, что рассматриваемый эффект демпфирования будет проявляться тем сильнее, чем больше плотность среды, в которой находится конструкция. Так, если конструкция колеблется в водной среде, соответствующие демпфирующие силы возрастут примерно в 800 раз по сравнению с воздухом, т.е. во столько раз, во сколько плотность воды больше плотности воздуха. Соответственно учет рассматриваемого вида демпфирования будет определяющим, например, в задачах подводной буксировки.

Перейдем к рассмотрению модельных примеров. Вначале продемонстрируем явление аэродинамического демпфирования на простейшей системе с одной степенью свободы. На рис. 1 изображен круглый стержень длиной $l = 1\text{ м}$, диаметр стержня, умноженный на коэффициент лобового сопротивления $D \cdot C_x = 0,0321\text{ м}$, погонная масса стержня $m = 2,5\text{ кг/м}$.

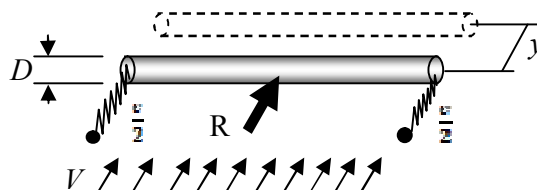


Рис.1. Упруго закрепленный стержень в ветровом потоке

Суммарная жесткость пружин $c = 1122,85 \text{ Н/м}$. Техническая частота собственных колебаний составит $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{ml}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1122,85}{2 \cdot 5 \cdot 1}} = 3,37 \text{ Гц}$. Отметим, что уменьшение жесткости пружин c (уменьшение частоты собственных колебаний) будет приводить к увеличению рассматриваемого нами демпфирования. Скорость ветрового потока примем постоянной и будем полагать, что она достаточно большая (конкретно рассмотрим три значения скорости $V = 25; 50; 100 \text{ м/с}$). Нас будут интересовать свободные затухающие колебания вокруг положения равновесия, в котором силы ветрового напора будут уравновешены силами упругости пружин. Используя общепринятую формулу для силы лобового сопротивления круглого стержня, можно записать:

$$R = \frac{\rho(V-\dot{y})^2}{2} C_x D l . \quad (1)$$

Здесь $\rho = 1,23 \text{ кг/м}^3$ - плотность воздуха. Вычитая из значения R , вычисленного при текущей скорости по (1), значение R при нулевой скорости стержня $\dot{y} = 0$, получим приращение ветровой нагрузки ΔR , которое возникает, когда стержень имеет скорость

$$\Delta R = \frac{\rho(-2\dot{y}V+\dot{y}^2)}{2} C_x D l . \quad (2)$$

Отбрасывая в формуле (2) величину \dot{y}^2 , как малую по сравнению с $2\dot{y}V$, получим, для ΔR формулу, пригодную для случая, когда скорость движения стержня существенно меньше скорости ветрового потока: $\Delta R = -\rho V C_x D l \dot{y}$. Таким образом, сила сопротивления оказывается пропорциональной скорости движения стержня (классическая модель демпфирования).

Составляя теперь обычным способом дифференциальное уравнение свободных колебаний, получим: $ml\ddot{y} + \rho V C_x D l \dot{y} + cy = 0$. Разделив все на ml , имеем:

$$\ddot{y} + 2n\dot{y} + \omega^2 y = 0 . \quad (3)$$

Здесь обозначено:

$$n = \frac{\rho V C_x D l}{2ml}, \quad \omega^2 = \frac{c}{ml} .$$

Как видно, полученное дифференциальное уравнение (3) является классическим уравнением свободных колебаний с учетом сил сопротивления, пропорциональных скорости движения. Не повторяя хорошо известных положений теории, запишем формулу для логарифмического декремента колебаний:

$$\delta = \ln \frac{A_n}{A_{n+1}} = nT = \frac{\rho V D C_x}{2m} 2\pi \sqrt{\frac{ml}{c}} = \rho V D C_x \pi \sqrt{\frac{l}{cm}} .$$

В данном случае существенным является то что, декремент колебаний пропорционален скорости ветрового потока.

Таблица 1. Характеристики затухания рассмотренного примера

Скорость ветра, м/с	Аналитическое решение		Численное решение
	$\delta = nT$	$e^{nT} = \frac{A_n}{A_{n+1}}$	$e^{nT} = \frac{A_n}{A_{n+1}}$
25	0,058	1,059	1,060
50	0,116	1,123	1,125
100	0,232	1,261	1,277

В левой части табл. 1 даны характеристики затухания, вычисленные по только что полученным формулам. В правом столбце табл. 1 приведены характеристики затухания колебаний, полученные в результате анализа рассматриваемого примера с использованием нашей компьютерной программы [4] для моделирования динамического поведения стержневых систем. На рис. 2 приведены гра-

фики изменения скорости точки стержня, полученные в результате численного решения. Как видно по приведенным в таблице данным и графикам на рис.2, результаты численного и аналитического решения практически совпадают. Здесь следует отметить, что численное решение в данном случае является более точным, т.к. допущение о малости скорости движения стержня по сравнению со скоростью ветрового потока в нем не делается.

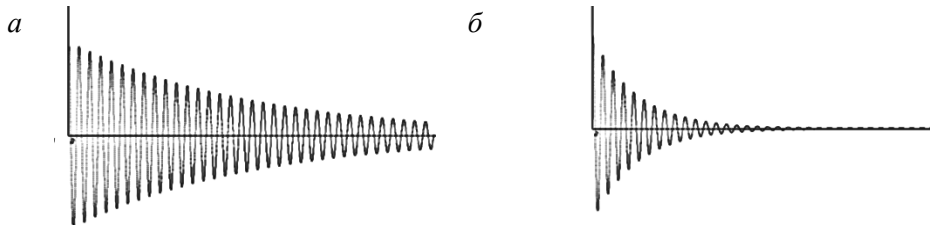


Рис. 2. Изменение скорости стержня во времени за 10 секунд: *a* - скорость ветрового потока 25 м/с; *б* - скорость ветрового потока 100 м/с.

Отметим, что другие виды демпфирования не вводились в расчетную модель при численном решении, таким образом, приведенные графики демонстрируют именно аэродинамическое демпфирование. Рассмотренный модельный пример полностью подтверждает вывод о том, что равномерный ветровой поток действует на колеблющуюся конструкцию еще и как демпфер.

Теперь рассмотрим более сложный пример, решенный численным методом по нашему алгоритму [6]. Имеется система из сетки тросов (рис. 3, *a*).

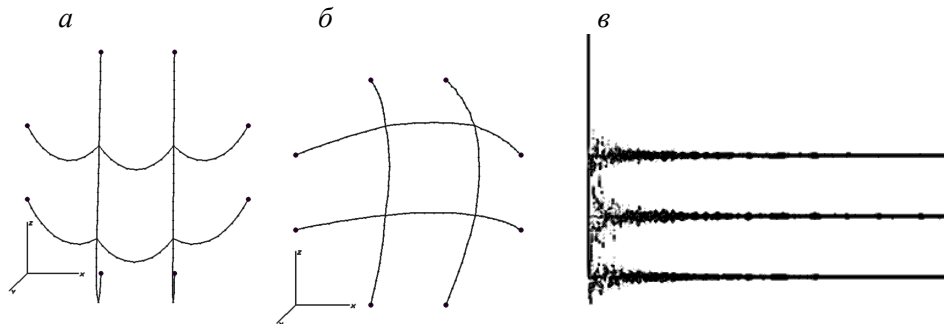


Рис. 3. Тросовая сеть: *a* – под действием собственного веса; *б* - через минуту после внезапного приложения ветра, направленного против оси *y*; *в* - графики изменения составляющих скоростей левого верхнего узла за отрезок времени в 60 секунд

Все тросы имеют одинаковые характеристики $EA = 56142$ кН, $DC_x = 0,0321$ м, $m = 2,5$ м. Неподвижные узлы закреплены в плоскости xOz с шагом 20 м. Нити имеют увеличенные длины заготовок 25 метров, в связи с чем, система под действием только собственного веса имеет провисший вид (рис. 3, *a*). В начальный момент времени скорости ветра внезапно дается значение 100 м/с, что приводит к интенсивным нелинейным колебаниям. Колебания тросовой системы, быстро затухают у положения равновесия (рис.3, *б*). На рис. 3, *в* приведены графики составляющих скоростей левого верхнего узла по трем осям координат.

Рассмотренная задача является пространственной и точки системы имеют составляющие скоростей по трем осям координат. Формулы для вычисления ветровой нагрузки – более сложные по сравнению с первым примером, они учитывают ориентацию отдельных участков нитей. Но существенным является то, что ветровое давление зависит от относительной скорости воздушного потока и точки конструкции и пропорционально квадрату этой скорости. Никакие

дополнительные силы сопротивления в этом примере специально не вводились, и гашение колебаний определяется исключительно аэродинамическим демпфированием.

Отметим, что степень проявления аэродинамического демпфирования, безусловно, зависит от параметров рассматриваемой динамической системы [5]. Учет аэродинамического демпфирования становится принципиальным для гибких тросовых систем. Для введения в расчетную схему аэродинамического демпфирования достаточно лишь вычислять ветровую нагрузку по относительной скорости ветра и точек системы, как это и выполнялось в данной работе*.

Л и т е р а т у р а

1. Зылев В.Б., Штейн А.В., Григорьев Н.А. Динамика и квазистатика в расчетах на воздействие торнадо // Сб. докладов Межд. конференции по проблемам теоретического анализа поведения зданий и сооружений при различных видах воздействий «Актуальные проблемы исследований по теории сооружений»: «Сборник научных статей в двух частях», Часть 1, ЦНИИСК им. Кучеренко. – М.: ОАО «ЦПП», 2009. – С.223-227.

2. Зылев В.Б., Штейн А.В., Григорьев Н.А. Воздействие торнадо на крупногабаритную тросовую систему // «Вестник отделения строительных наук», РААСН. – Вып. 14, том 1. – М.: 2010. – С.72-74.

3. Зылев В.Б., Штейн А.В., Григорьев Н.А. Расчет конструкций на воздействие торнадо с использованием вихря Ренкина // Строительная механика и расчет сооружений. – 2009. – № 6. – С. 27-30.

4. Hamada A., El Damatty A.A. Behaviour of guyed transmission line structures under tornado wind loading // Computers & Structures. – 2011. – Vol.89, Iss.11-12. – Pp. 986-1003.

5. Rajasekharan S.G., Matsui M., Tamuro Y. Characteristics of internal pressures and net local roof wind forces on a building exposed to a tornado-like vortex // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. – 2013. – Vol. 112. – Pp.52-57.

6. Зылев В.Б. Вычислительные методы в нелинейной механике конструкций. – М.: НИЦ «Инженер», 1999. – 144 с.

R e f e r e n c e s

1. Zylev, V.B., Shtein, A.V., Grigoriev, N.A. (2009). Dynamics and quasi-statics in analyses on the action of tornado, *Sb. dokl. Mezhd. Konfer. po problemam teoret. analiza povedeniya zdaniy i sooruzheniy pri razlichnyh vidah vozdeystviy* “Actual Problems of Investigations on Theory of Structures”, Part 1, TzNIISK im. Kucherenko, Moscow: “TzPP”, pp. 223-227.

2. Zylev, V.B., Shtein, A.V., Grigoriev, N.A. (2010). A tornado action on a large-scale cable system, *Vestnik otdeleniya stroit. nauk*, RAASN, Vol. 1, Iss. 14, pp. 72-74.

3. Zylev, V.B., Shtein, A.V., Grigoriev, N.A. (2009). An analysis of structures on the action of tornado with using of the Renkin’s whirlwind, *Structural Mechanics and Analysis of Buildings*, № 6, pp. 27-30.

4. Hamada, A., El Damatty, A.A. (2011). Behaviour of guyed transmission line structures under tornado wind loading, *Computers & Structures*, Vol.89, Iss.11-12, pp.986-1003.

5. Rajasekharan, S.G., Matsui, M., Tamuro, Y. (2013). Characteristics of internal pressures and net local roof wind forces on a building exposed to a tornado-like vortex, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol.112, pp. 52-57.

6. Zylev, V.B. (1999). *Numerical Methods in Non-linear Mechanics of Structures*, Moscow: NITZ “Ingener”, 144 p.

THE AERODYNAMIC DAMPING WHEN VIBRATION OF CABLE SYSTEMS

Zylev V.B., Shtein A.V., Grigoriev N.A.

Moscow State University of Railway Communications, Moscow

The work shows that wind flow exerts a dampening effect on the wavering guyed system and provides analytical and numerical solutions, demonstrating the degree of damping. It is shown that the damping of oscillations will be obtained in a natural way if wind pressure is taken to be proportional to the square of the relative velocity of the air and points of moving design.

KEY WORDS: damping properties of wind flow, guyed system, the analytical solution, numerical solution, aerodynamic damping.

* Данная работа выполнена в рамках гранта, полученного в фонде «ОСНОВАНИЕ». Учредителем фонда: ОАО «Институт Гипростроймост», Группа компаний «СК МОСТ».