ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ РАСЧЕТА НА УТОЙЧИВОСТЬ ЭПИТРОХОИДАЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК

ЖИЛЬ-УЛБЕ МАТЬЕ, *канд. техн. наук, доцент*
Российский университет дружбы народов, доцент

Возможные виды потери устойчивости в эпитрохоидальных оболочках могут быть разбиты на две категории: потеря устойчивости в сжато-изогнутых оболочках и потеря устойчивости в сжатых оболочках. Эти вопросы изучаются в статье

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: оболочка, устойчивость, ультрасферический полином.

Существующая тенденция непрерывного возрастания перекрываемых оболочками пролетов делает чрезвычайно актуальным решение проблемы их устойчивости, так как тонкостенные конструкции больших пролетов более опасны в отношении устойчивости, чем в отношении прочности.

Исследование устойчивости сжатой эпитрохоидальной оболочки производится путем рассмотрения бесконечно малого ее отклонения от первоначального положения, соответствующего деформации чистого сжатия. Напряженное состояние в каждой точке оболочки является двумерным – это состояние сжатия по двум взаимно перпендикулярным направлениям напряжениями $\sigma_\alpha, \sigma_\beta$. Для простоты рассуждений будем считать, что эпитрохоидальные оболочки изотропны. Применим к ним общий критерий устойчивости напряженного состояния, выраженного в форме уравнения энергии:

$$\delta^2 U = \delta^2(A+V) > 0, \tag{1}$$

где A – потенциал внешних сил, V – работа деформации. Работа деформации V, отнесённая к единице площади срединной поверхности, будет равна:

$$V = \frac{1}{2}T_\alpha\varepsilon_\alpha + \frac{1}{2}T_\beta\varepsilon_\beta + \frac{1}{2}S\theta, \tag{2}$$

где T_α, T_β– сжимающие усилия в данной точке в двух взаимно перпендикулярных направлениях; S – сдвигающие усилия; $\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta$ – относительные удлинения срединой поверхности оболочки. В работе [1] были получены формулы для определения этих усилий в рядах Фурье:

$$T_\alpha = qa\frac{\sigma(1+\gamma R^2\beta^2)^2}{4R^4}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}A_{mn}\phi_m(\alpha)F_n'(\beta);$$

$$T_\beta = -qa\left[\frac{\gamma(1-\beta^2)(1+\gamma R^2\beta^2)}{8R}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}A_{mn}\phi_m(\alpha)F_n'(\beta) - \frac{\gamma R^2\beta^2}{(1+\gamma R^2\beta^2)}\right]; \tag{3}$$

$$S = -qa\frac{\sigma(1+\gamma R^2\beta^2)^2}{4R^2}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}A_{mn}\,\phi_m'(\alpha)F_n(\beta) = \frac{1+2\mu^2+3\mu\cos\alpha}{(1+\mu\cos\alpha)^3},$$

где ν – коэффициент Пуассона, $\mu > 0$– параметр эпитрохоидальной оболочки, $F_n(\beta)$ – линейная комбинация ультрасферического полинома, A_{mn} - коэффициент Фурье, $R(\alpha)$ – радиус образующей окружности. Для эпитрохоидальной оболочки относительные удлинения $\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta$определяются следующими формулами:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{A}\frac{\partial U_\alpha}{\partial\alpha} + \frac{1}{AB}\frac{\partial A}{\partial\beta}U_\beta + \frac{U_z}{R_\alpha},\quad \varepsilon_\beta = \frac{1}{B}\frac{\partial U_\beta}{\partial\beta} + \frac{1}{AB}\frac{\partial B}{\partial\alpha}U_\alpha + \frac{U_z}{R_\beta}, \tag{4}$$

где U_α, U_β, U_z- компоненты перемещений срединой поверхности эпитрохоидальной оболочки. Их можно тоже разложить в ряд Фурье. Такое разложение сделано в работе [1].Для всей оболочки работу деформации получим, интегрируя (2) с учетом формул (3) и (4) по всей оболочке: $V_{\text{полн}} = \int VdF$.

Пусть вследствие потери устойчивости оболочка получила бесконечное отклонение от рассматриваемого состояния равновесия. При этом деформации $\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta, \theta$ изменяются в $\varepsilon_\alpha + \Delta\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta + \Delta\varepsilon_\beta, \theta + \Delta\theta$. Первоначальная кривизна в каждой точке χ_α, χ_β (кривизны в двух взаимно перпендикулярных плоскостях) получит также приращения $\Delta\chi_\alpha, \Delta\chi_\beta$. Разложим $\Delta\varepsilon_\alpha, \Delta\varepsilon_\beta, \Delta\theta. \Delta\chi_\alpha, \Delta\chi_\beta$ в ряд:

$$\Delta\varepsilon_\alpha = (\Delta\varepsilon_\alpha)_I + (\Delta\varepsilon_\alpha)_{II} + \cdots, \Delta\varepsilon_\beta = (\Delta\varepsilon_\beta)_I + (\Delta\varepsilon_\beta)_{II} + \cdots, \Delta\chi_\beta = (\Delta\chi_\beta)_I + (\Delta\chi_\beta)_{II} + \cdots.$$

Индекс I указывает приращение первого порядка малости; II – второго и т.д.

По приращениям $\Delta\varepsilon_\alpha, \Delta\varepsilon_\beta, \Delta\theta$ можно вычислить первую вариацию δV вторую - $\delta^2 V$ и т.д. Исследование устойчивости производится по второй вариации $\delta^2(\mathrm{A}+V)$.

Литература

1. *Жиль-улбе Матье*. Расчет эпитрохоидальных оболочек в усилиях и перемещениях: Дис. канд. тех. наук. – М.: РУДН, 1997.

ON PROBLEM OF STABILITY ANALYSIS OF AN EPITHROCHOIDAL SHELL

Gil-oulbé Mathieu