

Теория упругости

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВУХСЛОЙНОЙ АНИЗОТРОПНОЙ ПОЛОСЫ И ЖЕСТКОГО ОСНОВАНИЯ

С.Г. КУДРЯВЦЕВ, канд. техн. наук, доцент

Ю.М. БУЛДАКОВА, аспирант

ФГБОУ ВПО «Поволжский государственный технологический университет»

424000, Республика Марий Эл, г. Йошкар-Ола, пл. Ленина, дом 3

KudryavcevSG@volgatech.net

Представлены результаты исследования напряженного состояния двухслойной анизотропной полосы бесконечной длины, лежащей на жестком основании.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: двухслойная полоса, жесткое основание, анизотропия, напряжения.

В современной технике многослойные конструкции из композитных материалов находят широкое применение. Поэтому, с целью их рациональной работы, необходимо обеспечить оптимальное соотношение между физическими и геометрическими параметрами слоев. Для однородно-изотропных многослойных сред данный класс задач рассматривался в ряде работ, например [1].

Проведем, на основе уравнений плоской задачи теории упругости, анализ напряженно-деформированного состояния полосы бесконечной длины, составленной из двух различных однородных анизотропных плоскопараллельных слоев и скрепленной с жестким основанием. Высота полосы h по длине не меняется (рис. 1). Ось x направим вдоль нижней плоскости полосы, ось y - перпендикулярно границе основания. Направления осей анизотропии слоев совпадают с осями координат. Нумерацию слоев выберем снизу вверх. Для каждого слоя значения упругих характеристик материалов, высоту, напряжения и перемещения будем снабжать нижним индексом (k), где $k=1, 2$. Статическая поверхностная нагрузка: нормальная $q(x)$ и касательная $\tau(x)$, - прикладывается к верхней плоскости полосы.

При определении напряжений и перемещений в произвольной точке двухслойной полосы исходим из уравнений, полученных в [2]. Искомые функции напряжений и перемещений на нижней плоскости каждого слоя, при наличии сил сцепления между слоями, определим из условий: перемещения точек на нижней плоскости первого слоя: $u_{o(1)}(x, y=0) = v_{o(1)}(x, y=0) = 0$; на границе контакта слоев: $u_{o(2)}(x, y=h_1) = u_{(1)}(x, y=h_1)$, $v_{o(2)}(x, y=h_1) = v_{(1)}(x, y=h_1)$, $\sigma_{yo(2)}(x, y=h_1) = \sigma_{y(1)}(x, y=h_1)$, $\tau_{xyo(2)}(x, y=h_1) = \tau_{xy(1)}(x, y=h_1)$; на верхней плоскости полосы: $\sigma_{y(2)}(x, y=h) = q(x)$ и $\tau_{xy(2)}(x, y=h) = \tau(x)$. Индекс "о" относится к нижней плоскости каждого слоя. Используя интегральное преобразование Фурье [3] и граничные условия, найдем выражения функций напряжений и перемещений

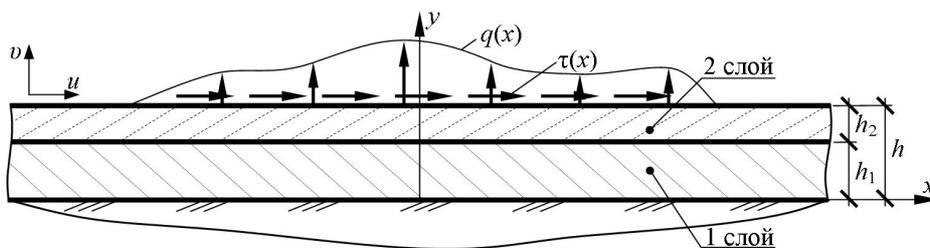


Рис. 1. Схема взаимодействия двухслойной полосы и жесткого основания

через поверхностную нагрузку отдельно для первого и второго слоя в виде несобственных интегралов, которые, ввиду их сложной структуры, не приводятся.

Численный анализ напряженного состояния проводится для частного случая, когда на верхней плоскости в сечении $x=0$ сила действует перпендикулярно границе двухслойной полосы. Сила равномерно распределена вдоль оси перпендикулярной плоскости рисунка, а ее интенсивность равна $(-F)$.

На рисунках 2-5 представлены графики изменения безразмерного параметра напряжения $\tilde{\sigma}_y$ от упругих характеристик материала слоев и значения \tilde{y} . Кривая 1 соответствует распределению напряжений в полосе, слою которой выполнены из одного изотропного материала (коэффициент Пуассона $\nu=0,25$). Кривые 2 и 3 построены при значениях упругих характеристик верхнего слоя $E_1=19,6$ ГПа, $E_2=30,5$ ГПа, $G_{12}=4,75$ ГПа, $\nu_{12}=0,14$, нижнего – $E_1=5,3$ ГПа, $E_2=28,06$ ГПа, $G_{12}=2,16$ ГПа, $\nu_{12}=0,33$, которые приведены в работе [4]. Цифрой 2 обозначены кривые, когда наибольшее значение модуля упругости обоих слоев направлено по оси y , цифрой 3 – по оси x . Высота первого и второго слоя одинакова. Результаты расчета получены для полосы в условиях обобщенного плоского напряженного состояния (ширина полосы $b=1$).

Из рис. 2 и 3 видно, что значения $\tilde{\sigma}_y$ в сечении $\tilde{x}=0$, когда наибольшее значение модуля упругости обоих слоев направлено по оси y больше, чем для

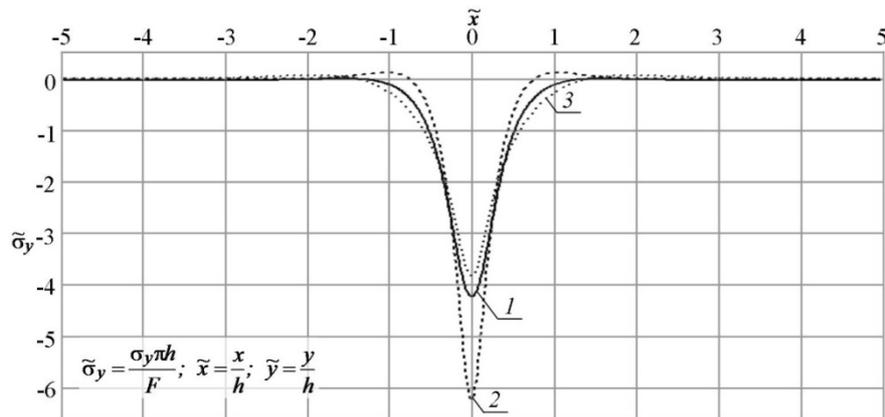


Рис. 2. Изменение параметра напряжения $\tilde{\sigma}_y$ на линии контакта слоев

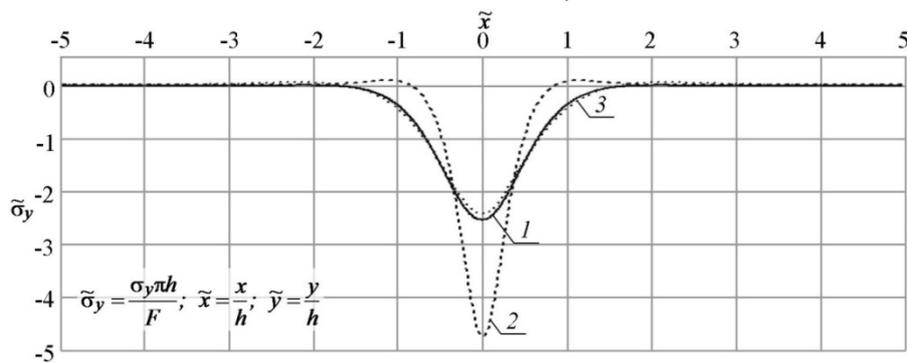


Рис. 3. Изменение параметра напряжения $\tilde{\sigma}_y$ на линии контакта полосы с жестким основанием

изотропного материала, и меньше, если наибольшее значение модуля упругости направлено по оси x . Во всех случаях с увеличением параметра \tilde{y} значение $\tilde{\sigma}_y$ возрастает, а область распространения по оси \tilde{x} уменьшается.

Графики изменения параметра $\tilde{\sigma}_y$ в увеличенном масштабе, при значениях $\tilde{x} \geq 0$, показаны на рис. 4 и 5. Точками на кривых отмечены значения \tilde{x} , в которых параметр $\tilde{\sigma}_y = 0$, а далее сжатие сменяется растяжением.

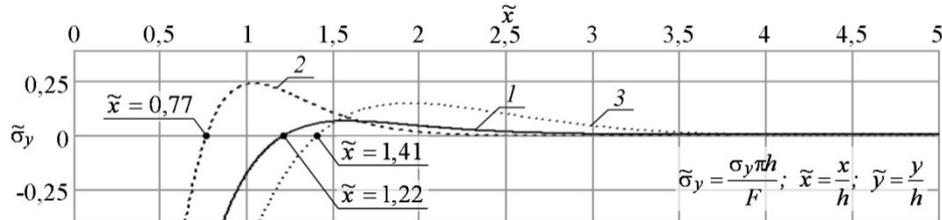


Рис. 4. Изменение параметра напряжения $\tilde{\sigma}_y$ на линии контакта слоев

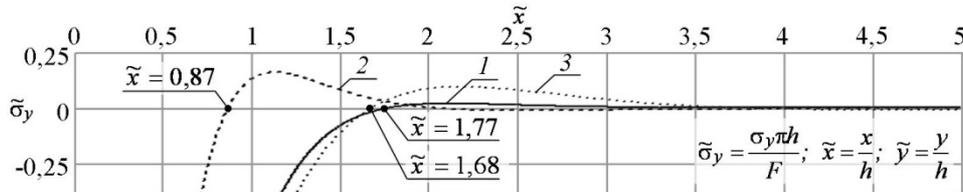


Рис. 5. Изменение параметра напряжения $\tilde{\sigma}_y$ на линии контакта полосы с жестким основанием

На рис. 6 приведены графики изменения параметра $\tilde{\sigma}_y$ при разных отношениях высоты слоев полосы. Кривые построены для варианта, когда наибольшее значение модуля упругости для обоих слоев направлено по оси x . Результаты сравнения показывают, что с увеличением высоты верхнего слоя значение параметра $\tilde{\sigma}_y$ в сечении $\tilde{x} = 0$ на линии контакта слоев уменьшается.

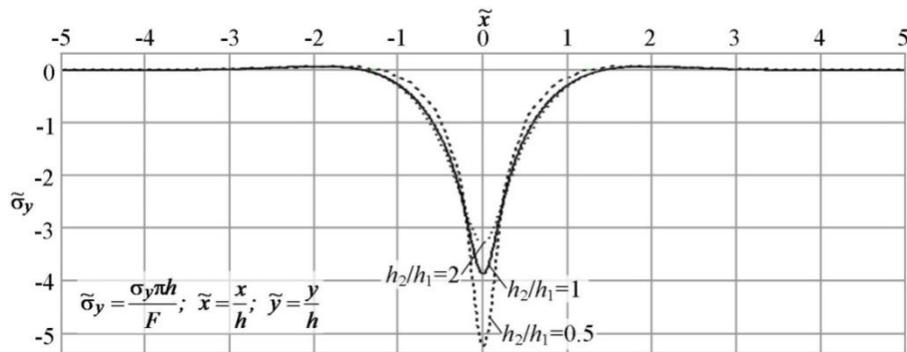


Рис. 6. Изменение параметра $\tilde{\sigma}_y$ на линии контакта слоев при разных отношениях высоты слоев

Характер изменения безразмерного параметра касательного напряжения $\tilde{\tau}_{xy}$ по длине полосы в зависимости от характеристик материала слоев и величины \tilde{y} показан на рис. 7 и 8. Нумерация кривых соответствует обозначениям на предыдущих графиках.

Из сравнения кривых, представленных на рис. 7, видно, что значения параметра $\tilde{\tau}_{xy}$ на линии контакта слоев меньше для двухслойной анизотропной полосы, чем для полосы из изотропного материала. Параметр $\tilde{\tau}_{xy}$ в точках, показанных на графике, меняет знак. На линии контакта полосы с жестким основанием (рис. 8) знаку параметра $\tilde{\tau}_{xy}$ по длине не меняется, но максимальное зна-

чение $\tilde{\tau}_{xy}$ в полосе из изотропного материала меньше, чем в полосе, составленной из двух анизотропных материалов.

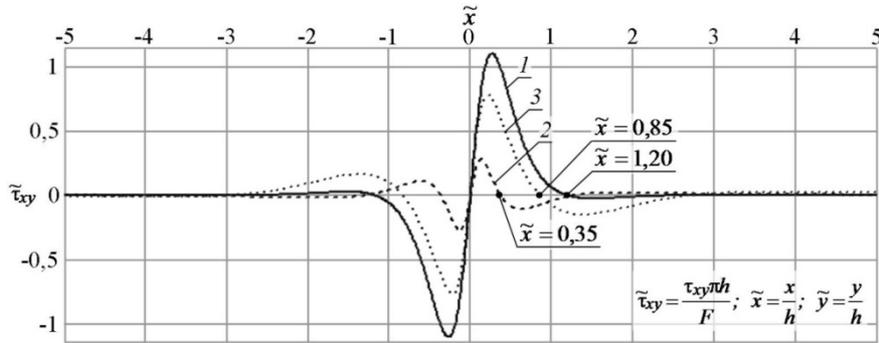


Рис. 7. Изменение параметра напряжения $\tilde{\tau}_{xy}$ на линии контакта слоев

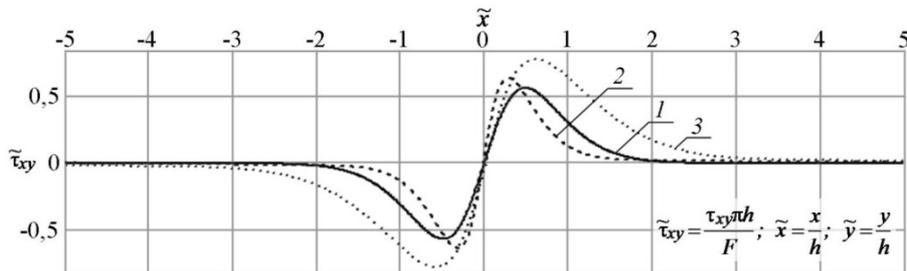


Рис. 8. Изменение параметра напряжения $\tilde{\tau}_{xy}$ на линии контакта полосы с жестким основанием

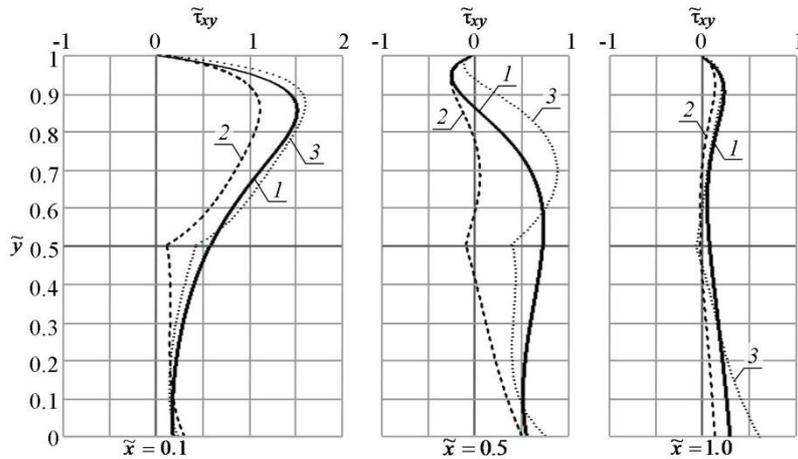


Рис. 9. Изменение параметра напряжения $\tilde{\tau}_{xy}$ по высоте полосы и разных значений параметра \tilde{x}

На рис. 9 представлены эпюры распределения параметра $\tilde{\tau}_{xy}$ по высоте двухслойной полосы и разных значений \tilde{x} . Изменение безразмерного параметра нормального напряжения $\tilde{\sigma}_x$ по длине полосы на линии контакта слоев показано для верхнего слоя на рис. 10, нижнего – на рис. 11, на линии контакта полосы с жестким основанием на рис. 12. Видно, что значения $\tilde{\sigma}_x$ в сечении $\tilde{x} = 0$ для двухслойной полосы, составленной из разных анизотропных материалов, больше, чем у изотропного материала. Зона распределения по оси \tilde{x} параметра $\tilde{\sigma}_x$ больше для случая, представленного кривой 3. Точками на кривых обозначены значения \tilde{x} , где параметр $\tilde{\sigma}_x$ меняет знак.

Эпюры распределения параметра $\tilde{\sigma}_x$ по высоте двухслойной полосы и разных значений \tilde{x} представлены на рис.13. В области, примыкающей к линии действия сосредоточенной силы и $\tilde{y} = 1$, значения $\tilde{\sigma}_x$ - отрицательные, а при

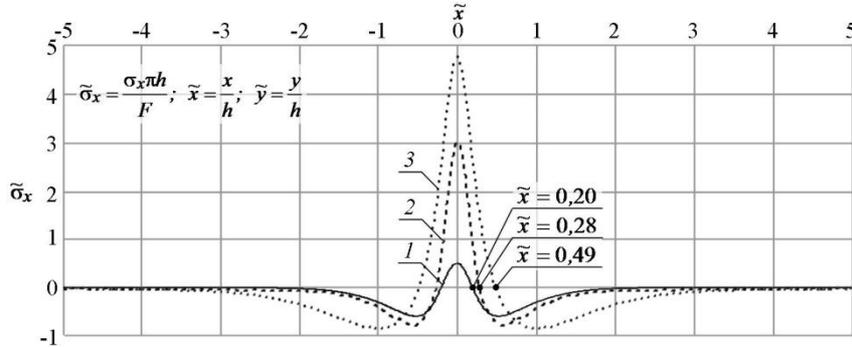


Рис. 10. Изменение параметра напряжения $\tilde{\sigma}_x$ в верхнем слое на линии контакта слоев

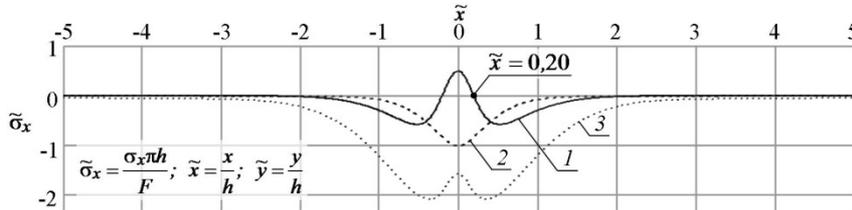


Рис. 11. Изменение параметра напряжения $\tilde{\sigma}_x$ в нижнем слое на линии контакта слоев

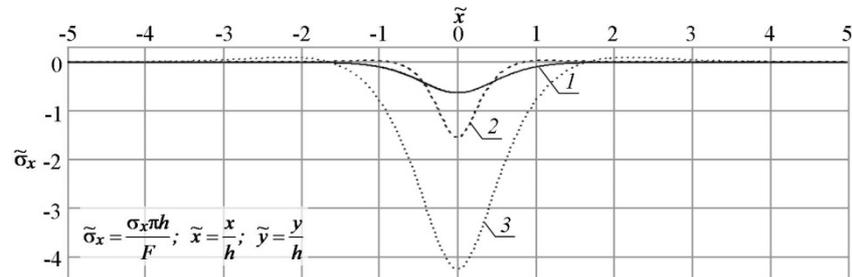


Рис. 12. Изменение параметра напряжения $\tilde{\sigma}_x$ на линии контакта полосы с жестким основанием

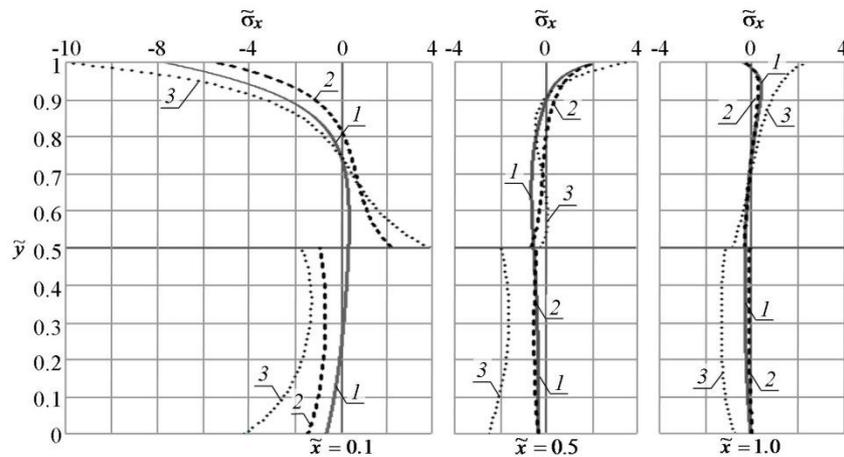


Рис. 13. Изменение параметра напряжения $\tilde{\sigma}_x$ по высоте полосы и разных значениях параметра \tilde{x}

возрастании \tilde{x} меняются на положительные. В сечении $\tilde{x} = 1$ для случаев пред-
ставленными кривыми 1 и 2, параметр $\tilde{\sigma}_x$ практически равен нулю.

Полученные формулы для определения напряжений и перемещений позво-
ляют проанализировать напряженно-деформированное состояние в двухслой-
ной анизотропной полосе при других вариантах поверхностной нагрузки, упру-
гих и геометрических характеристиках слоев. Используя данный подход, можно
провести анализ напряженно-деформированного состояния двухслойной поло-
сы при отсутствии сил сцепления между слоями и основанием.

Литература

1. Власов, В.З. Балки, плиты и оболочки на упругом основании / В.З.Власов, Н.Н.Леонтьев.- М.: Гос. изд-во физ.-мат. литературы, 1960. –492 с.
2. Кудрявцев, С.Г. Взаимодействие анизотропной полосы и жесткого основания / С. Г.Кудрявцев, Ю. М. Булдакова // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. –2012.– № 4. –С.29-35.
3. Уфлянд, Я.С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости / Я.С. Уфлянд. –М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1963. –368 с.
4. Васильев, В.В. Механика конструкций из композитных материалов / В. В.Васильев.–М.: Машиностроение, 1988. –272 с.

References

1. Vlasov, V.Z., Leontyev, N.N. (1960). *Beams, plates and envelopment on the elastic base*, M: State publishing house of physical and mathematical literature, 492 p.
2. Kudryavtsev, S.G., Buldakova J.M. (2012). Interaction of anisotropic band and rigid base, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, № 4, pp. 29-35.
3. Uflyand, Ya.S.(1963). *Integrated transformations in tasks of the theory of elasticity*, M.-L.: Publishing house of Academy of Sciences of the USSR, 368 p.
4. Vasilyev, V.V.(1988). *Mechanics of designs from composite materials*, M.: Mechanical engineering, 272 p.

INTERACTION OF THE TWO-LAYER ANISOTROPIC BAND AND RIGID BASE

Kudryavtsev S.G., Buldakova J.M.

Results of research of the stress state of a two-layer anisotropic band of the infinite length lying on the rigid base are presented.

KEY WORDS: two-layer band, rigid base, anisotropy, stresses.

