

## Геометрия поверхностей и кривых

### **ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ОБРАЗОВАНИЯ ЗОНТИЧНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ И ПОВЕРХНОСТЕЙ ЗОНТИЧНОГО ТИПА С РАДИАЛЬНЫМИ ВОЛНАМИ, ЗАТУХАЮЩИМИ В ЦЕНТРАЛЬНОЙ ТОЧКЕ**

В.А. РОМАНОВА, доцент

Российский университет дружбы народов,

117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6, email: v.a.r-victoryna@mail.ru

*В статье рассматривается возможность визуализации процесса образования поверхностей с затухающими радиальными волнами в динамическом режиме путем создания мини-фильма, который может быть использован как преподавателем на лекциях или практических занятиях, так и учащимися при самостоятельном изучении курса «Компьютерная графика».*

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** поверхность, визуализация, образующая линия, направляющая линия, пользовательская функция, отсек поверхности.

Поверхности зонтичного типа – циклически симметричные поверхности, состоят из нескольких тождественных модулей. Полная поверхность и составляющие ее элементы описываются одним и тем же уравнением [1]. Зонтичным куполом (зонтичной поверхностью) называется циклически симметричная пространственная конструкция, образованная из нескольких тождественных элементов, в результате пересечения срединных поверхностей которых получаются кривые, являющиеся образующими некоторой куполообразной поверхности вращения. Особое место занимают поверхности с затухающими радиальными волнами в центральной точке. Эти поверхности сложные, поэтому создание мини-фильма, демонстрирующего процесс образования такой поверхности весьма полезно для обучающихся по специальностям «Строительство» и «Архитектура». Мини-фильм создается в Автокаде с использованием языка программирования Автолисп. На рис. 1 показана поверхность, состоящая из девяти модулей, каждый из которых может быть образован движением параболы по двум сторонам  $AB$  и  $AD$  угла  $\alpha$  (рис. 1).

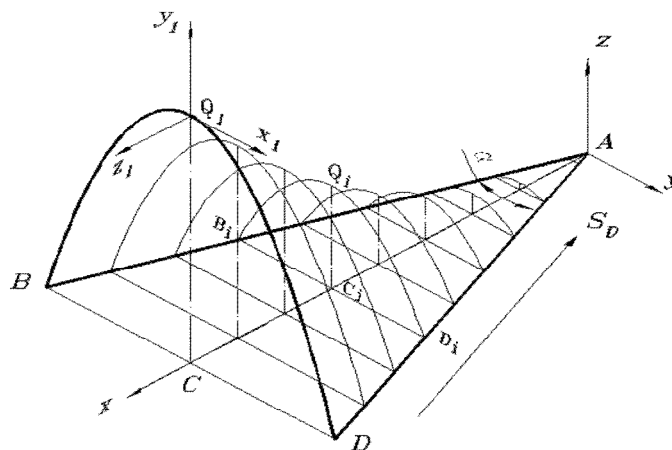


Рис. 1. Массив образующих одного модуля поверхности

Движение параболы идет к вершине угла, при этом параметр  $p$  параболы не изменяется. Считаем заданными угол  $\alpha$ , длины отрезков  $AB$ ,  $AD$  и высота  $h_1 = CQ_1$  первой параболы. Ось  $CQ_1$  первой параболы расположена на рас-

стоянии  $x = AC$  от начала координат  $xuz$  - точки  $A$ . Величины отрезков  $BC$  и  $CD$  равны:

$$BC = CD = AB \cdot \sin \frac{\alpha}{2}.$$

Параболы заданы уравнением  $y_i = \frac{x_i^2}{2p}$  и вычерчиваются в системах координат  $x_i y_i z_i$ , начало которых  $Q_i$  располагается в вершине парабол. При  $i = 1$   $x_1 = CD$ ,  $y_1 = -1 \cdot h_1$  определяется величина параметра  $p$  из выражения:

$$p = x_1^2 / (2y_1).$$

Остальные параболы строятся при изменении координаты  $x$  на величину  $\Delta x$ . Для каждого значения  $i$  вычисляются  $AC_i$ ,  $C_i D_i$ ,  $h_i$  и координаты точки  $Q_i$ . В точку  $Q_i$  переносится начало координат и вычерчивается парабола.

Для формирования образующей, состоящей из девяти парабол, создается пользовательская функция *Form – obraz*. В ней для вычерчивания девяти парабол систему координат девять раз поворачивают на угол  $\alpha$  вокруг оси  $z$  и повторяют операции, описанные для одной параболы. Девять парабол объединяют в одну кривую – образующую  $q$  (рис.2). Функция *Form – obraz* представлена ниже.

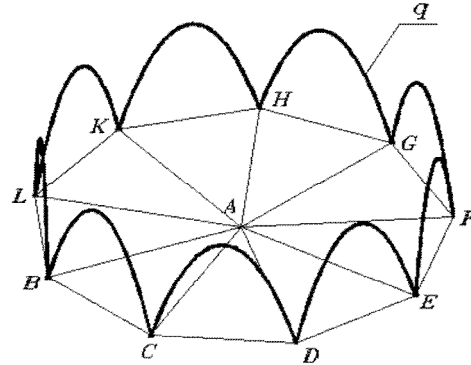


Рис. 2. Образующая линия  $q$  состоит из 9 соединенных между собой парабол

```
(defun form-obraz ()
;
; Формирование образующей из девяти парабол
(command "ucs" "x" 90)
(setq Q1 (list (* 1 (cos (/ alfa 2))) h1))
(command "ucs" "o" Q1); система координат в вершине первой параболы
(command "ucs" "y" 90)
;определение параметра парабол - p
(setq x (* cd -1))(setq p (/ (expt x 2) 2.0 h1))
(setq dx 1.0 i 1)
(setq n (fix (/ (* cd 2) dx)))
(lin-parabola); функция для вычерчивания парабол
(setq pa1 (entlast))
(command "change" pa1 "" "p" "lw" 0.5 "")
(while (< i 9)
(command "ucs" "na" "r" "sn1")
(command "ucs" "z" (* i alfa)); поворот системы координат xuz на угол alpha
(command "pline" A D "")
(setq e2 (entlast))
(command "pline" B D "")
(setq bd1 (entlast))
(setq Qi (list (* 1 (cos (/ alfa 2))) h1))
(command "ucs" "x" 90)
(command "ucs" "o" Qi); перенос системы координат в вершину i – той
параболы
(command "ucs" "y" 90)
(setq x (* cd -1))
(lin-parabola)
```

```
(setq pa2 (entlast))
(command "change" pa2 "" "p" "lw" 0.5 "")
(command "join" pa1 pa2 ""); объединение парабол в одну линию - образую-
щую
(setq i (1+ i))
))
```

Массив отсеков поверхности (рис. 3) формируется движением образующей линии  $q$ , состоящей из девяти парабол, по направляющим  $BA, CA, DA, EA, FA, GA, HA, KA, LA$  – сторонам многоугольника  $BCDEFGHKL$ . Каждый отсек должен вычерчиваться в специально для него созданном слое, поэтому перед созданием отсеков в чертеж загружается  $n$  слоев  $Vnt1, Vnt2, Vnt3, \dots, Vntn$ , число которых равно числу образующих линий.

Создание отсеков поверхности выполняется программным модулем *Nine – parabol – otceki*, в котором для вычерчивания образующих используется пользовательская функция *Form – obraz*, которая приведена ниже.

```
(defun form-obraz ()
(command "loft")
; разрыв команды для ввода сечений
(foreach ent sp
(command ent)
)
(command "" "")
)
```

Алгоритм образования отсеков включает создание цикла с параметром  $i$ , в котором выполняются следующие операции:

- установка текущим слоя  $Vnti$ ,
- вычисление параметров, необходимых для построения парабол на каждом шаге цикла:  $AC_i = AC - \Delta x$ ,  $C_iD_i$ ,  $C_iB_i$ ,  $h_i$ ,  $Q_i$ .
- формирование образующей  $q_i$ , включение ее в список образующих  $Sp$ ,
- формирование отсека поверхности с использованием функции *Loft*.

По окончании работы цикла создается блок, содержащий отсеки и образующие кривые.

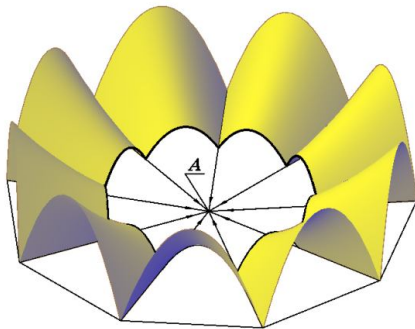


Рис. 3. Образование поверхности с затухающими радиальными волнами.

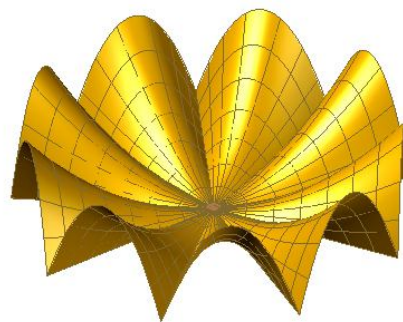


Рис. 4. Поверхность с затухающими радиальными волнами.

Для формирования поверхности существует отдельный программный модуль *Defrost – layers*, в котором используется способ образования поверхностей методом «размораживания» слоев, содержащих отсеки поверхности [2]. Процесс образования поверхности показан на рис. 3. На рис. 4 представлена полученная поверхность.

Точка *A* для нее является центральной и особой, в этой точке происходит затухание радиальных волн (рис. 4).

Формирование поверхности с затухающими радиальными волнами можно выполнить также посредством движения кубической параболы *q* по синусоидальной кривой *m*.

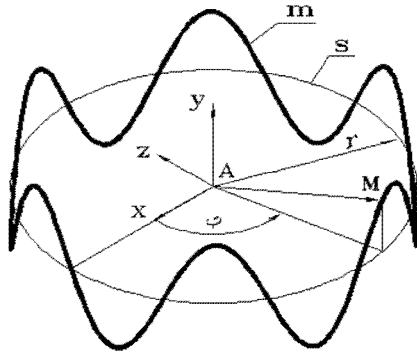


Рис.5. Круговая синусоида - направляющая *m*

Начальное положение системы координат показано на рис. 5. Направляющая линия – синусоидальная кривая *m* вычерчивается в трехмерной системе координат *xAy* с использованием функции *3DPoly*. Координаты точек кривой определяются из следующих выражений:

$$x = r \cdot \cos \varphi, \quad (1)$$

$$y = k \cdot \sin(n \cdot \varphi), \quad (2)$$

$$z = r \cdot \sin \varphi, \quad (3)$$

где *r* – радиус базовой окружности *s*; *n* – число волн синусоиды на базовой окружности *s*; *k* – коэффициент высоты направляющей *m*.

Конечные точки парабол лежат на синусоиде *m*, следовательно, при  $x = r$  координата  $y_{max}$  параболы равна координате  $y_M(\varphi)$  точки *M* синусоиды. Поскольку координата *y* точки *M* является функцией от  $\varphi$ , параметр параболы *p* есть также функция от  $\varphi$ , т.е.  $p = p(\varphi)$ . Величину параметра *p* для каждой параболы можно определить из соотношения:

$$p(\varphi) = \frac{y_M(\varphi)}{r^3}.$$

В чертеже создается *i* слоев. Отсеки формируются в цикле с параметром *i*. На каждом шаге цикла система координат поворачивается на угол  $\Delta f i$  и устанавливается в AutoCAD'е соответствующий параметру *i* слой. Кубические параболы  $y = px^3$  вычерчивается в плоскости *xAy*,  $0 \leq x \leq r$  (рис. 5) и помещается в список *sp*.

Начиная со второго шага, формируются отсеки поверхности с помощью функции *Loft*. По окончании цикла создается блок, содержащий отсеки поверхности. Образование поверхности выполняется посредством извлечения отсеков из блока с использованием функции *Defrost – layers*.

**Формирование двухслойной поверхности с затухающими радиальными волнами** можно выполнить посредством движения синусоиды *q* по синусоидальной кривой *m* (рис.7).

Алгоритм программы аналогичен алгоритму программы, формирующей поверхность движением параболы по круговой синусоиде.

Направляющая синусоида вычерчивается при изменении параметра  $\varphi$  от нуля до 720 градусов. Число волн круговой синусоиды в одном слое поверхности принято  $n = 4.5$ .

Направляющая синусоида строится по уравнениям (1,2,3).

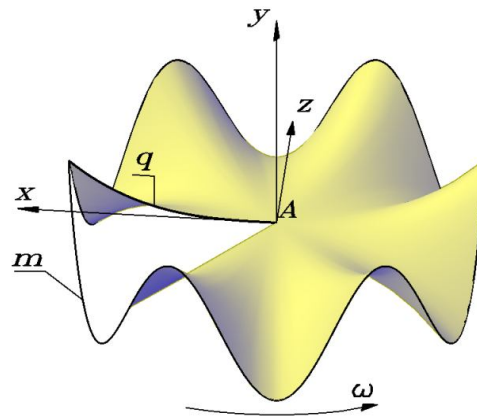


Рис. 6. Образование поверхности с синусоидальными волнами.

Функция синусоиды - образующей  $q$  -  $y_1 = k_1 \sin \alpha$ , где  $k_1$  – коэффициент высоты синусоиды. Область определения функции  $y_1 = k \sin \alpha - 0 \leq \alpha \leq \pi/2$ . При  $\alpha = \pi/2$   $y_1 = k_1$ .

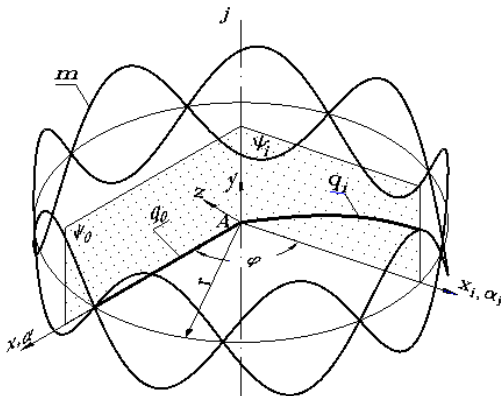


Рис. 7. К образованию поверхности с сотами

сформированными при  $\varphi < 2\pi$ .

Формирование поверхности выполняется последовательным «размораживанием» блока с отсеками (рис. 8).

#### Л и т е р а т у р а

1. *Кривошапко С.Н.* Новые примеры поверхностей зонтичного типа и их коэффициенты основных квадратичных форм// *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. – 2005. – № 2. – С. 6-14.

2. *Романова В.А.* Особенности изображения процесса образования поверхностей в системе САПР AutoCAD// *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. – 2012. – №4. – С. 3-5.

3. *Романова В.А.* Визуализация образования поверхностей зонтичного типа// *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. – 2014, № 3. – С. 19-22.

4. *Ch.A. Bock Hyeng, Krivoshapko S N.* Umbrella-Type Surfaces in Architecture of Spatial Structures. *IOSR Journal of Engineering (IOSRJEN)*. 2013; Vol. 3, Iss. 3, p. 43-53.

#### References

1. *Krivoshapko, S.N.* (2005). New examples of umbrella-type surfaces and their Gaussian quantities for the surface. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, No 2, p. 6-14.

2. *Romanova, V.A.* (2012). The Features of the image formation surfaces in the CAD system AutoCAD. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, No 4, p. 3-5.

3. *Romanova V.A.* (2014). Visualization of the formation of umbrella-type surfaces. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, No 3, p. 19-22.

4. *Ch.A. Bock Hyeng, Krivoshapko S.N.* (2013). Umbrella-Type Surfaces in Architecture of Spatial Structures. *IOSR Journal of Engineering (IOSRJEN)*, Vol. 3, Iss. 3, p. 43-53.

### VISUALIZATION OF FORMING OF UMBRELLA-TYPE AND UMBRELLA SURFACES WITH RADIAL DAMPING WAVES IN THE CENTRAL POINT

V.A. ROMANOVA

*Peoples' Friendship University of Russia, Moscow*

The article considers the possibility of visualization of the process of formation of surfaces with radial waves evanescent special point in the dynamic mode by creating a mini-film, which can be used as a lecturer at lectures or practical classes and students for self-study course «Computer Graphics».

KEY WORDS: umbrella surface, visualization, generatrix line, directrix line, user function.

Синусоида – образующая в процессе движения переходит из одной плоскости пучка в другую ( $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \dots \Psi_n$ ). При  $\alpha = \pi/2$  ее ордината совпадает с ординатой синусоиды – направляющей, т.е.  $y_1 = y$ . Следовательно,  $k_1 = k \cdot \sin(n\varphi)$ , и функция для построения образующей синусоиды принимает вид:

$$y_1 = k \cdot \sin \alpha \cdot \sin n\varphi.$$

Особенностью построения массива отсеков поверхности при  $\varphi \geq 2\pi$  является «замораживание» слоев с отсе-

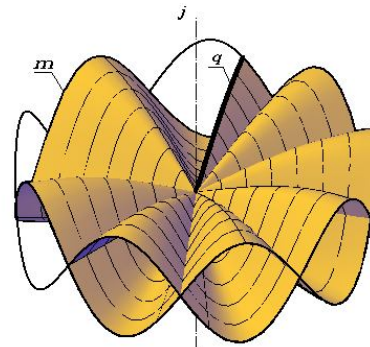


Рис. 8. Образование поверхности с сотами