ВОПРОСЫ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

В. М. БОНДАРЕНКО, *д-р техн. наук, профессор, академик РААСН*
НИИ строительной физики, Москва

В статье формулируются посылки оценки потерь энергии при знакопеременном деформировании железобетона. Предложен способ учета этих потерь при проектировании конструкций; способ учитывает случаи влияния коррозионных повреждений на указанные потери и содержит предложения по оптимизации при проектировании железобетонных конструкций.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: железобетонные конструкции, энергетическая оптимизация, силовое деформирование

Установлено, что силовое нагружение конструктивных материалов сопровождается рассеиванием энергии – при разгружении работа восстановления деформаций меньше, чем работа, затрачиваемая на деформирование при нагружении, при многократно повторном знакопеременном силовом деформировании, характерным для несущих конструкций многих промышленных зданий и транспортных сооружений, такие потери составляют существенную часть технологического энергопотребления. Это обстоятельство обусловливает актуальность задачи энергетической оптимизации строительных решений [1].

Работа, затрачиваемая на деформирование единицы объема тела (так называемая удельная энергоёмкость) равна:

при осевом нагружении:
$$\overrightarrow{W} = \int_0^{\vec{\varepsilon}} \vec{\sigma} d\varepsilon, \tag{1}$$

при осевом разгружении:
$$\overleftarrow{W} = \int_0^{\overleftarrow{\varepsilon}} \overleftarrow{\sigma} d\varepsilon, \tag{2}$$

а потери энергии при силовом деформировании за один цикл:
$$\Delta W = \overrightarrow{W} - \overleftarrow{W}\ , \tag{3}$$
где ε - полная относительная деформация при силовом деформировании, σ - нормальные напряжения. Отметим, что здесь и далее значок → означает нагружение, значок ← разгружение. В интересах упрощения алгоритмии формулы (1) - (3) принимаются в записях Граффа [3]:

при нагружении в нелинейной постановке
$$\vec{\varepsilon} = \vec{a}\sigma^{\vec{b}};\ \ \sigma = \left(\frac{1}{\vec{a}}\right)^{\frac{1}{b}} \varepsilon^{\frac{1}{b}} \quad \text{при} \quad b \neq 1, \tag{4}$$
где $\vec{a} = \frac{(1+\bar{V})R^{1-\vec{b}}}{E_{\text{врл}}(t,t_0)}$; $\quad \vec{b} = 1 + \frac{1}{\ell n\gamma}\ell n\frac{1+\bar{V}\gamma^{\overline{m}}}{1+\bar{V}}$;

при разгружении в линейной постановке (признак Энгессера - Ясинского):
$$\overleftarrow{\varepsilon} = \overleftarrow{a}\,\overleftarrow{\sigma}\,; \qquad \overleftarrow{\sigma} = \left(\frac{1}{\overleftarrow{a}}\right)\varepsilon, \tag{5}$$
здесь R - нормативная призменная прочность бетона на сжатие; $E_{\text{врл}}$ - временный модуль деформации; $\gamma = \sigma/R \cong 0{,}7$ - уровень приравнивания значения ε, записанных в функциях напряжений уравнений силового сопротивления по П.И. Васильеву и Граффу [3],
$$E_{\text{врл}(t,t_0)} = \left[\frac{1}{E_{\text{мгн}}(t)} + C(t,t_0)\right]^{-1}, \tag{6}$$
$$\bar{V} = \frac{(1+V_{\text{мгн}})\frac{1}{E_{\text{мгн}}} + (1+V_{\text{пол}})C(t,t_0)}{E_{\text{врл}}(t,t_0)} - 1, \tag{7}$$

$$\bar{m} = \frac{1}{\ell n\,\gamma}\,\ell n\left\langle\left[\frac{1}{\gamma}\cdot\frac{(1+V_{\text{мгн}}\gamma^{m_{\text{мгн}}})\frac{1}{E_{\text{мгн}}(t)}+(1+V_{\text{пол}}\gamma^{m_{\text{пол}}})C(t,t_0)}{E_{\text{врл}}(t,t_0)}-1\right]\right\rangle, \qquad (8)$$

где $E_{\text{мгн}}(t)$ - модуль мгновенных деформаций; $C(t,t_0)$ - мера простой ползучести [5]; параметры нелинейности деформирования бетона [3] при сжатии:

$$V_{\text{мгн}} = \frac{37{,}5}{R},\;\; m_{\text{мгн}} = 5{,}7 - 0{,}005R,\quad V_{\text{пол}} = \frac{45{,}0}{R};\; m_{\text{пол}} = 5{,}0 - 0{,}007R, \qquad (9)$$

при растяжении:

$$V_{t,\text{мгн}} = 0{,}3 + 0{,}037R,\qquad m_{t,\text{мгн}} = 0{,}2 + 0{,}29R,\;\; V_{t,\text{пол}} = 1{,}5,\qquad m_{t,\text{пол}} = 1.$$

Подчеркнем, что в линейной постановке (b = 1) параметры $V_{\text{мгн}} = 0$ и $V_{\text{пол}} = 0$ и, следовательно, $\bar{V} = 0$. Далее, используя (1) - (5) находим:

$$\overrightarrow{W} = \left(\frac{E_{\text{врл}}}{1+\bar{V}}\right)^{1/\bar{b}}\frac{R^{1/\bar{b}}}{1+1/\bar{b}}\,\varepsilon^{1+1/\bar{b}}, \qquad (10)$$

$$\overleftarrow{W} = E_{\text{врл}}\cdot\varepsilon^2/2, \qquad (11)$$

а потери энергии при однократном нагружении – разгружении единицы объема бетонного тела (петля гистерезиса):

$$\Delta W = \overrightarrow{W} - \overleftarrow{W}. \qquad (12)$$

Переходя к оценке потерь энергии при повторном нагружении - разгружении железобетонных конструкций [1], на примере железобетонной балки, используя уравнение ее кривизны

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M(V)}{D(V)} = \frac{\varepsilon}{Z},\;\; \varepsilon = \frac{M(V)}{D(V)}Z;\;\; \varepsilon_{\text{фр}} = \frac{M(V)}{D(V)}X, \qquad (13)$$

где ρ - радиус кривизны, V- абсцисса сечения балки, Z - ордината сечения, отсчитываемая от нулевой линии нормальных напряжений, X - высота сжатой зоны сечения, M - изгибающий момент, $\varepsilon_{\text{фр}}$- деформации фибры, $D(V)$ - жесткость сечения [4].

Находим значение нормальных напряжений фибрового слоя сжатой зоны:

$$\sigma_{\text{фр}}(V) = \left[\frac{M(V)}{M_{\text{пр}}(V)}\right]^{1/\bar{b}}R\;, \qquad (14)$$

аналогично для растянутой зоны [2]:

$$\sigma_{\text{фр}t}(V) = \left[\frac{M(V)}{M_{\text{тр}}}\right]^{1/b_t}R_t, \qquad (15)$$

здесь R_t - нормативная прочность бетона на растяжение, и далее, следуя [5], записываем функцию напряжений в сжатой части бетона:

$$\vec{\sigma}(V) = \sigma_{\text{фр}}(V)\left[\frac{Z}{X(V)}\right]^{\eta},\quad \text{где}\;\; \eta = 1 - \frac{M(V)}{M_{\text{пр}}(V)}\,, \qquad (16)$$

где $M_{\text{пр}}$ - предельных изгибающий момент, $M_{\text{тр}}$ - момент образования трещин, η - параметр изменения формы эпюры нормальных напряжений в сжатой зоне в зависимости от уровня напряженного состояния $M(V)/M_{\text{пр}}(V)$ (при $\eta \to 1$ очертание эпюры приближается к треугольной, т.е. линейной постановке задачи; при $\eta \to 0$ эпюра приближается к прямоугольной, нелинейной пластической постановке)[1].

В интересах упрощения дальнейших расчетов пролет балки разделяется на несколько участков в пределах каждого из которых соблюдается неизменность знака изгибающих моментов, что допускает усреднение их расчетной величины и, соответственно, устанавливает постоянные для каждого участка жесткости D_i.

Общие для балки величины $\overrightarrow{W}, \overleftarrow{W}$ и ΔW определяются суммированием частных значений $\overrightarrow{W_i}, \overleftarrow{W_i}$ и ΔW причем, перед этим небходимо вычислить для ка-

[1] Аналогично строится функция $\sigma_t(z)$ для растянутой зоны бетона.

ждого i - того участка раздельно энергетические величины для сжатой зоны и для растянутой зоны при нагружении и при разгружении.

Применяя для арматуры уравнение силового сопротивление в записи Гука:

$$\varepsilon_s = \sigma_s / E_s, \tag{17}$$

позволяет не учитывать потери энергии в арматуре.

Используя условие равновесия внутренних усилий:

$$\sum F_1 = 0, \tag{18}$$

и учитывая сопротивление растянутой зоны бетона, введением множителя $1/\psi_s$, определим высоту сжатой зоны сечения балки на каждом i - ом участке

$$X_i = \frac{\frac{M_i}{D_i} E_s [A'_s a'_s + \frac{1}{\psi_s} A_s (h - a_s)}{\frac{M_i}{D_i} E_s \left(A'_s + \frac{A_s}{\psi_s} \right) + \frac{b_o \sigma_{\text{фр}}}{(1+\eta)}}; \tag{19}$$

здесь b_o - ширина и h - высота сечения железобетонной балки A_s и A'_s - площадь растянутой арматуры и площадь сжатой арматуры, a_s и a'_s - толщины защитного слоя бетона для растянутой арматуры и для сжатой арматуры.

Таким образом, для каждого i - го участка находим

$$\overrightarrow{W_i} = \overrightarrow{W}_{ic} + \overrightarrow{W}_{it}; \ \overleftarrow{W_i} = \overleftarrow{W}_{ic} + \overleftarrow{W}_{it}, \tag{20}$$

где $\overrightarrow{W}_{ic}$ и $\overleftarrow{W}_{ic}$ - соответствует нагружению и разгружению сжатой зоны балки $\overrightarrow{W}_{it}$ и $\overleftarrow{W}_{it}$ - тоже для растянутой зоны.

При этом как это следует из (4) и (5) при нагружении применяется нелинейная постановка $0 \le \eta \le 1$, а при разгружении – линейная $\eta = 1$. Отсюда:

$$\overrightarrow{W}_{ic} = b_0 \ell_i \int_0^{X_i} R \left(\frac{M_i}{M_{i\text{пр}}} \right)^{1/b} \frac{M_i}{D_i} Z \left(\frac{Z}{X_i} \right)^{\eta_i} dZ = \frac{b_0 \ell_i M_i}{(2+\eta) D} R \left(\frac{M_i}{M_{i\text{пр}}} \right)^{1/b}$$

и аналогично

$$\overrightarrow{W}_{it} = \frac{b_0 \ell_i}{(2+\eta_t)} R_t \left(\frac{M_i}{M_{i\text{тр}}} \right)^{1/b_t} (h - X_i)^2, \tag{21}$$

$$\overleftarrow{W}_{ic} = \frac{b_0 \ell_i}{3 D_i} \frac{M_i}{D_i} R \left(\frac{M_i}{M_{i\text{тр}}} \right)^{1/b} X_i^2, \quad \overleftarrow{W}_{it} = \frac{b_0 \ell_i M_i R_t}{3 D_i} \left(\frac{M_i}{M_{i\text{тр}}} \right)^{1/b_t} (h - X_i)^2,$$

здесь ℓ_i - длина i - го участка.

Потеря энергии за одни цикл нагружения – разгружения:

$$\Delta W_i = \overrightarrow{W_i} - \overleftarrow{W_i} \tag{22}$$

и соответственно поглощения энергии для i-го участка балки:

$$\psi_i = \frac{\Delta W_i}{\overrightarrow{W_i}} = \frac{\overrightarrow{W_i} - \overleftarrow{W_0}}{\overrightarrow{W_i}} = 1 - \frac{\overleftarrow{W_i}}{\overrightarrow{W_i}} \tag{23}$$

или, сокращая числитель и знаменатель последнего слагаемого (23) на $\frac{b_0 \ell_i}{D_I}$ получим искомое выражения для расчета коэффициента поглощения энергии i - го участка:

$$\psi_i = 1 - \frac{\frac{R}{3} \left(\frac{M_i}{M_{i\text{пр}}} \right)^{1/b} X_i{}^2 + \frac{R_t}{3} \left(\frac{M_i}{M_{i\text{тр}}} \right)^{1/b_t} (h + X_i{}^2)}{\frac{R}{(2+\eta)} \left(\frac{M_i}{M_{i\text{пр}}} \right)^{1/b} X_i{}^2 + \frac{R_t}{(2+\eta_t)} \left(\frac{M_i}{M_{i\text{тр}}} \right)^{1/b_t} (h - X_i)^2}. \tag{24}$$

Для балки в целом аналогичные энергетические характеристики:

$$W_i = \sum_1^n \overrightarrow{W_i}, \quad \overleftarrow{W_i} = \sum_1^n \overleftarrow{W_i}, \quad (25) \qquad \Delta W = \sum_1^n \Delta W_i = \sum_1^n \left(\overrightarrow{W_i} - \overleftarrow{W_i} \right), \quad (26)$$

$$\psi = \frac{\Delta W}{\overrightarrow{W}} - 1 - \frac{\overleftarrow{W}}{\overrightarrow{W}} = 1 - \sum_1^n \overleftarrow{W_i} \Big/ \sum_1^n \overrightarrow{W_i}.$$

Заметим, что при необходимости уточнения $\overrightarrow{W}_{it}$, (21), связанного со структурными изменениями трещинообразованием бетона при растяжении, значение $\overrightarrow{W}_{it}$ может быть уточнено введением множителя $\varphi = 1 - f\psi_s$, где $0{,}1 \le f \le 0{,}3$.

Анализ полученных результатов, осуществляется рассмотрением условного i-го участка балки, для которого допустимо принять $\eta = \eta_t$; в этом случае выражение (24) приходит к виду

$$\psi_i = M_i/(3M_{i\text{пр}})\ ; \tag{27}$$

отсюда очевидно, что с ростом изгибающего момента энергетические потери увеличиваются и при $M_i = M_{\text{пр}}$ могут достичь 33% энергии, затрачиваемой на деформирование железобетонного элемента. Из этого следует, что уменьшение энергетических потерь ΔW может быть обеспечено изменением граничных условий и распределением внешней нагрузки, ведущих к снижению расчетных изгибающих моментов для каждого i - го участка.

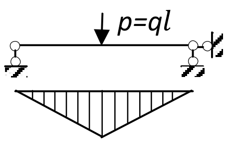
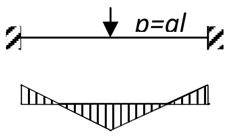
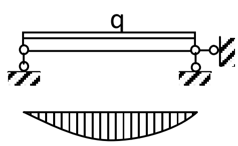
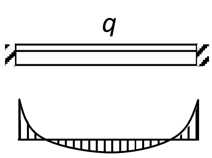
Значение расчетных изгибающих моментов находится по формуле:

$$M_i = \int_p^q M(V)dV \Big/ \ell_i\ , \tag{28}$$

где p и q - начало и конец i - того участка.

В табл. 1 приводятся примеры влияния граничных условий и расположения нагрузки в пролете балки на величины расчетных изгибающих моментов M_i;

Таблица 1

	Схемы нагрузки эпюры	Max M_i, Min M_i	Разделение на участки	Расчетные моменты M_i	Max прогибы балки f в линейной постановке
	1	2	3	4	5
1		$+\frac{q\ell^2}{4}$	$\ell/4$ $\ell/4$ $\ell/4$ $\ell/4$; 0 1 2 3 4; ℓ	$M_{1,4} = +0{,}0625q\ell^2$ $M_{2,3} = +0{,}188q\ell^2$	$\frac{8\ q\ell^4}{384\ D}$
2		$+\frac{q\ell^2}{8}$ $-\frac{q\ell^2}{8}$	$\ell/4$ $\ell/4$ $\ell/4$ $\ell/4$; 0 1 2 3 4; ℓ	$M_{1,4} = -0{,}0625q\ell^2$ $M_{2,3} = +0{,}0625q\ell^2$	$\frac{2\ q\ell^4}{384\ D}$
3		$+\frac{q\ell^2}{8}$	$\ell/4$ $\ell/4$ $\ell/4$ $\ell/4$; 0 1 2 3 4; ℓ	$M_{1,4} = +0{,}052q\ell^2$ $M_{2,3} = +0{,}112q\ell^2$	$\frac{5\ q\ell^4}{384\ D}$
4		$+\frac{q\ell^2}{24}$ $-\frac{q\ell^2}{12}$	$\ell/5$ $3/5\ell$ $\ell/5$; 0 1 2 3; ℓ	$M_{1,3} = -0{,}040q\ell^2$ $M_2 = +0{,}030q\ell^2$	$\frac{q\ell^4}{384\ D}$

Варианты граничных условий и распределение нагрузки для однопролетной балки отличаются расчетными моментами и прогибами. Наименее благоприятным вариантом оказывается балка 1 и наиболее благоприятной балка 4.

Переход от свободно шарнирной балки, напряженной сосредоточенной нагрузкой, к защемленной на опорах балке, нагруженной распределенной нагрузкой (при равенстве пролетов и суммарной нагрузки в пролете) уменьшает расчетные моменты в 6 раз и уменьшает расчетные прогибы в 8 раз.

Одновременно уменьшается величина энергетических потерь ΔW и коэффициент поглощения энергии ψ. Применительно, к примеру (27) эти уменьшения составляют примерно 3 - 6 раза.

Технологическое многоцикловое повторное динамическое нагружение - разгружение на промышленных предприятиях сопровождается потерями энергии на деформирование несущих конструкций, которое оценивается величиной

$$\Delta W_{\text{общ}} = h\Delta W. \tag{29}$$

Вместе с тем, эксперименты показали, что с ростом числа циклов и наблюдается уменьшение единичных потерь ΔW с постепенной стабилизацией их величины. В целом, включение в стоимостную оценку конструкций расходов, связанных с потерями энергии $\Delta W_{\text{общ}}$ при многократном динамическом деформировании конструкций, позволяет оптимизировать принимаемые конструктивные решения. С учетом возможного использования описанных способов уменьшения таких потерь энергии, суммарная экономия расходов оказывается соизмеримой со стоимостью самих конструкций или даже превышать их.

Л и т е р а т у р а

1. *Бондаренко В.М.* О назначении оптимальных поперечных сечений колеблющихся стержневых конструкций// Вестник Академии строительства и архитектуры. - Киев. - 1959.

2. *Бондаренко В.М.* Посылки энергетической оптимизации железобетонных конструкций; воспринимающих знакопеременные нагрузки// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2015. – № 4. – С. 24 – 31.

3. *Бондаренко В.М.* Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона. – Харьков: Изд. Харьк. ун-та, 1968. - 323 с.

4. *Царева А. Д., Байдин О.В., Бондаренко В.М.* Некоторые вопросы диссипации силового сопротивления деформированию эксплуатируемого железобетона// Строительная механика и расчет сооружений. – 2012. - № 6. – С. 31-38.

5. Рекомендации по учету ползучести и усадки бетона при расчете бетонных и железобетонных конструкций. М.: Стройиздат, 1988. - 119 с.

6. Mohammad J. Fadall and Donald E. Grierson. Design Optimization of 3D reinforced concrete structures having shear walls//Engineering with Computers. – 1998. - 14, p. 139-145.

R e f e r e n c e s

1. *Bondarenko, V.M.* (1959). O naznachenii optimal'nyh poperechnyh sechenij kolebljushhihsja sterzhnevyh konstrukcij, *Vestnik Akademii Stroitel'stva i Arhitektury*. Kiev.

2 *Bondarenko, V.M.* (2015). Posylki jenergeticheskoj optimizacii zhelezobetonnyh konstrukcij; vosprinimajushhih znakoperemennye nagruzki, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, № 4, p. 24 - 31

3. *Bondarenko, V.M.* (1968). *Nekotorye Voprosy Nelinejnoj Teorii Zhelezobetona*. Har'kov: Izd. Har'k. un-ta, 323 p.

4. *Careva, A. D., Bajdin, O.V., Bondarenko, V.M.* (2012). Nekotorye voprosy dissipacii silovogo soprotivlenija deformirovaniju jekspluatiruemogo zhelezobetona. *Stroitel'naja Mehanika i Raschet Sooruzhenij,* № 6, p. 31-38.

5. *Rekomendacii po Uchetu Polzuchesti i Usadki Betona pri Raschete Betonnyh i Zhelezobetonnyh Konstrukcij*. Moscow: Stroiizdat, 1988, 119 p.

6. *Mohammad J. Fadall and Donald E. Grierson* (1998). Design Optimization of 3D reinforced concrete structures having shear walls, *Engineering with Computers*, 14, p. 139-145.

THE PROBLEMS OF ENERGY OPTIMIZATION OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES UNDER DYNAMIC LOADING

V.M. Bondarenko, *NIISF, Moscow*

The article formulates the parcel assessment of energy losses in alternating deformation of reinforced concrete. A method of accounting for these losses when designing the structure; the method takes into account cases of the influence of corrosion damage on the loss and contains proposals on optimization in the design of reinforced concrete structures.

KEY WORDS: reinforced concrete design, energy optimization, power deformation.