# Experimental researches

# ESTIMATION DES PLUIES EXCEPTIONNELLES JOURNALIERES EN ZONE TROPICALE: CAS DU BASSIN VERSANT DE L'OUEME AU BENIN PAR COMPARAISON DES LOIS DE JENKINSSON ET DE GUMBEL

Taofic BACHAROU<sup>a</sup>, Gossou HOUINOU<sup>a</sup>, Moudachirou ADJIBOICHA<sup>a</sup>, Edmond C. ADJOVI<sup>a</sup>, Elena A.ORLOVA<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Ecole Polytechnique d'Abomey-Calavi/Université d'Abomey-Calavi (Bénin) 01 BP 2009 Cotonou (Bénin)

e-mail: btaofic@yahoo.fr,houinougossou@yahoo.com, ingmoud@gmail.com.

The present work has for objective the survey of the features of the rainfall observed on the Ouémé's basin and the establishment of the the evaluation of the daily exceptional rains very used in the conception of the hydraulic works and Civil Engineering. The extreme annual daily rainfalls of 37 rainfall stations of Benin installed on the Ouémé's basin have been analyzed on the period 1971-2010. Then, they have been adjusted to an extreme value law selected among the laws of Jenkinson and Gumbel according to the Kolmogorov-Smirnov test. These tests permitted to regionalize the laws of adjustment in distinct two zones of application: the law of Jenkinson appears more adequate to the zone South while the law of Gumbel suits the North zone of Benin better; what makes notice the non consistency of the exclusive use of the law of Gumbel at the time of the studies of conception of hydraulic works on the whole territory. The evaluation of the quantiles relative of daily rain to the period's back 2, 5, 10, 20, 50 and 100 years revealed that the maximal heights of water of rare frequency are observed at the Cotonou-Airport station on the Coastline and the maximal heights of water weakest in Ina's region to the North of Benin.

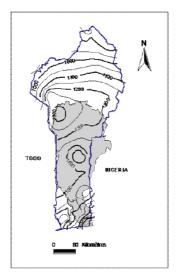
KEY WORDS: basin, rain, intensity, duration, frequency, curves.

#### 1. Introduction

Le bassin de l'Ouémé occupe le Sud et le Centre du Bénin. Le fleuve Ouémé, long de 510 km, est situé entre 10° et 6°30 de latitude nord ; il prend sa source dans la forêt classée des Tanéka dans la commune de Copargo et coule jusqu'au sud où il alimente le système lagunaire du lac Nokoué et la lagune de Porto-Novo. Son bassin versant s'étend depuis la zone côtière jusqu'à la latitude de Bembèrèkè. Sa superficie est de 51 630 km² dont 46 360 km² soit les 90 % sont situés sur le territoire du Bénin, plus de 9% au Nigéria et moins de 1% au Togo (fig. 1).







<u>Figure 2</u>: hauteurs annuelles de pluie sur le bassin de l'Ouémé

Le Bénin à l'image des pays de l'Afrique de l'Ouest est soumis à des climats qui font la transition entre les climats équatoriaux humides et les climats tropicaux secs et a connu une alternance de périodes sèches et humides depuis le début du XXème siècle [1]. L'analyse des composites sec et humide du signal pluviométrique montre que le déficit pluviométrique des années sèches est surtout marqué après le «saut de mousson». De même, les années sèches se caractérisent par un retrait précoce de la mousson qui semble avoir débuté à partir de 1970. Par ailleurs, les années après 1970 connaissent un décalage des pics de précipitations de 18 jours environs. Ces pics sont atteints précocement [2].

Le démarrage des pluies sur le continent Ouest Africain est caractérisé par un déplacement rapide vers le Nord de la Zone de Convergence Inter-Tropicale (ZCIT) à la fin de juin [3] et [4]. Ceci pourrait correspondre au moment de transition entre deux régimes en état d'équilibre : un régime d'équilibre radiatif-convectif et un régime de circulation conservant la quantité de mouvement [5].

Le bassin de l'Ouémé subit, à l'instar de l'ensemble de la sous-région ouest-africaine, les effets du changement climatique qui se traduisent par la baisse de la pluviométrie et par la fréquence beaucoup plus accrue des pluies exceptionnelles. En effet, le bassin a connu ces dernières années de nombreuses inondations provoquées par les crues débordantes particulièrement celles de 2010 où les conséquences ont été désastreuses pour les populations riveraines. Ces crues sont souvent le résultat de la combinaison de plusieurs facteurs (pluviométrie, portrait du relief, imperméabilisation des surfaces, modification de la morphologie des cours d'eau liée parfois aux actions anthropiques) dont le plus important est la pluviométrie. Les hauteurs annuelles des précipitations sur le bassin de l'Ouémé varient entre 1000 mm de pluie par an dans l'extrême Nord et 1400 mm dans l'extrême Sud-est (fig.2).

De nombreux travaux y ont été consacrés à travers le monde [6].

En Afrique de l'Ouest, les relations Intensité Durée Fréquence (IDF) de précipitations ont fait l'objet de plusieurs études [7], [8]. Au Bénin, les seules études qui ont été menées sont celles d'ORSTOM [9] pour le CIEH. L'approche probabiliste utilisée est basée sur la loi de Gumbel et le modèle d'établissement des courbes IDF est celui de Montana. Cependant, des auteurs ont remis en cause la prédominance de la loi de Gumbel pour l'ajustement des séries de données et l'utilisation de la loi de Montana pour la construction des courbes IDF. [10] a montré que la loi GEV (General Extreme Value) est plus adaptée pour la modélisation des maxima annuels des précipitations dans les régions concernées par les études. [11] ont préconisé le rejet du modèle de Montana au profit de modèles avec des paramètres ayant chacun une dimension physique qui favorise le changement d'échelle pour une optimisation non linéaire éventuelle. En outre, le manque de moyens au niveau de la plupart des stations pluviométriques du bassin de l'Ouémé, pose des problèmes de fiabilité des résultats et des difficultés d'actualisation des données. Ainsi, la présente étude vise à mettre en valeur les relevés des trente-sept (37) stations pluviométriques de l'ASECNA installées sur le bassin de l'Ouémé, à délimiter les zones d'influence et leurs exposants climatiques de chaque station et enfin à estimer les pluies journalières maximales annuelles sur ce bassin.

#### 2. Données et méthodes

#### 2.1. Sources et traitement des données

La méthodologie consiste à l'ajustement d'une loi statistique aux maxima annuels, à la détermination des quantiles et à leur modélisation au moyen de formules empiriques d'Intensité-Durée-Fréquence via une régression non linéaire des quantiles. Les données proviennent de la basse de données du Service Météorologique de l'ASECNA-BENIN. Les séries des pluies maximales journalières annuelles ontétéconstituées à l'aide des enregistrements de 37 postes pluviométriques (fig. 3) (avec coordonnées géoréférencées, altitude, exposant climatique des stations synoptiques) répartis sur l'ensemble du bassin versant. Les séries chronologiques s'étendent globalement sur la période 1971–2010.

L'analyseséquentielledesdonnéesviseàdétecterleserreursévidentescommises dans le processus d'échantillonnage et au niveau de leur présentation. Aprèsle

traitementdesdonnées, la taille deséchantillonsses itueentre 28 et 40 ans. Laphase suivante a consisté à étudier les caractéristiques statistiques des séries et à vérifiers i elles possèdent les qualités requises pour la détermination de leur fonction de distribution. Ainsi, let est de stationnarité de Kendall [10] et celui d'indépendance de Wald-Wolfowitz [11] ontété utilisés.

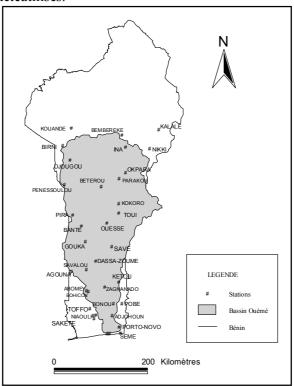


Figure 3 : Présentation des stations situées sur le bassin versant de l'Ouémé

Dans le cadre de la méthodologie des maxima annuels, deux distributions de probabilité des valeurs extrêmes sont très souvent utilisées. Il s'agit de la distribution générale des valeurs extrêmes (GEV) ou distribution de Jenkinsson et de son cas particulier, la distribution de Gumbel.

On détermine ensuite les quantiles de pluie journalière maximale correspondant à plusieurs périodes de retour spécifiées (2, 5, 10, 20, 50, 100 ans) en utilisant la distribution ajustée.

#### 2.2. Méthodes

Loisd'ajustementdessérieschronologiques: La loi de Gumbel a servi demodèle d'ajustement aux séries chronologiquesdevaleursextrêmesdanslecadre de nombreuses études dans le monde [6] et [7],enAfriquetropicale[8] et [10]. La facilitéàdéterminersesparamètresàl'aided'outilsrudimentaires(abaque,etc.) de mêmequelesrésultatsobtenus de parsonus ageàtravers plusieurs travaux [6] et [7], justifient en partie sa généralisation. Dans cette phase, les lois de Gumbel et Jenkinson quipeuvent êtreutilisées comme fonctions de distribution des valeurs extrêmes, ont été testées sur les séries chronologiques. Leurs fonctions de densité de probabilité et de répartition se présentent comme suit:

Loi de Gumbel : 
$$F(x) = e^{-\frac{(x-x_0)}{s}}$$
;  $k = 0$ . (1.1)  
Loi de Jenkinson :  $F(x) = e^{-\left[1 - \frac{k}{s}(x-x_0)\right]^{1/k}}$   $k \neq 0$ . (1.2)

Où x<sub>o</sub>, s, k sont respectivement les paramètres de position, d'échelle et de forme. Les paramètres des différentes lois sont estimés par la méthode des L-moments.

Les fréquences empiriques sont déterminées par la formule de Gringorten

$$F(x_r) = \frac{r - 0.44}{n + 0.12}.$$
 (1.3)

#### Critères de comparaison de slois :

Smirnovestutilisépourdésignerla

Kolmogorovloiquis'ajusteau

mieuxauxdonnéesd'unestationdemesure.

Le test de Kolmogorov-Smirnov est un test d'ajustement à une loi continue. Il consiste à mesurer la plus grande distance entre la distribution théorique  $F_0(x)$  et la distribution expérimentale F(x). On a donc

$$H_0: F(x) = F_0(x) \quad \forall x \\ H_1: F(x) \neq F_0(x) \forall x$$
 pour au moins une valeur de  $x$ . La distribution empirique, ou observée, se calcule

dans la théorie de Kolmogorov-Smirnov, par la relation classique:

$$F(x_i) = \frac{i}{n}, \ i = 1, 2, ..., n$$
 (1.5)

 $F(x_i)=\frac{i}{n},\ i=1,2,...,n\ .$  On mesure l'adéquation de la fonction de répartition empirique à la fonction  $F_0$  par la distance Kolmogorov-Smirnov, qui est la distance de la norme uniforme entre les fonctions de répartition. Pour calculer cette distance il suffit d'évaluer la différence entre (F) et  $(F_0)$  aux points  $x_i$ . La statistique (d) est définie comme suit:

entre (F) et (F<sub>0</sub>) aux points 
$$x_i$$
. La statistique (d) est définie comme suit:
$$d^+ = Max \left\{ \frac{i}{n} - F_0(x_i) \right\} , d^- = Max \left\{ F_0(x_i) - \frac{i-1}{n} \right\} \quad i = 1, 2, ..., n$$

$$d = Max \{ d^+, d^- \}$$
L'ajustementestd'autantplussatisfaisantque destfaible.

Avec :  $x_i$ : quantile théorique  $x_i^*$  = quantile estimé

### Estimation des quantiles correspondant aux différentes périodes de Retour

La loi de distribution retenue permet d'estimer pour diverses périodes de retour les quantiles et leurs intervalles de confiance. Les fonctions d'estimation des quantiles se présentent sous la forme:

pour 
$$k \neq 0$$
,  $x(F) = x_o + \frac{s}{k} \left\{ 1 - \left[ -ln(1 - \frac{1}{T}) \right]^k \right\}$ 
pour  $k = 0$ ,  $x(F) = x_o - sln\left[ -ln(1 - \frac{1}{T}) \right]$ .

La première équation correspond à l'estimation du quantile pour la loi GEV et la seconde pour la loi de Gumbel.

#### Résultats et Discussion

#### 3.1. Tests d'hypothèses

Toutes les stations ont passé de façon positive les tests de stationnarité et d'indépendance avec un seuil de signification α=1%. Les échantillons recueillis peuvent donc faire objet d'un traitement minutieux. Néanmoins on remarque que l'hypothèse de stationnarité est rejetée à un niveau de signification de 5% pour les stations de : Abomey, Bohicon, Bonou, Savè et Zagnanado. La stationnarité est donc douteuse au niveau de ces stations qui doivent faire l'objet d'un suivi minutieux dans les prochaines années afin d'établir si elle est vérifiée, le type de tendance observé et son degré de signification.

#### 3.2. Paramètres des lois d'ajustement

Les valeurs minimales et maximales des paramètres de Gumbel (Figs 4(a) et (b)) sont respectivement de 61.54 mm (Allada) et 93.89 mm (Cotonou-Aéroport) pour  $x_o$ , et 11.22 mm (Ina) et 29.07 mm (Cotonou-Aéroport) pour s. Celles des paramètres de la loi GEV (Figs 4(c); (d) et (e)) sont respectivement de 59.82 mm (Allada) et 100.86 mm (Cotonou-Aéroport) pour  $x_o$ ; 10.86 mm (Nikki) et 30.27 mm (Sèmè) pour s et - 0.3529 (Nikki) et 0.2352 (Sèmè) pour k. Pour s (le gradex), qui est le paramètre d'échelle, ces deux limites (min et max) sont représentatives des zones respectivement la mieux arrosée (sud-ouest) et la plus sèche (nord) du Bénin.

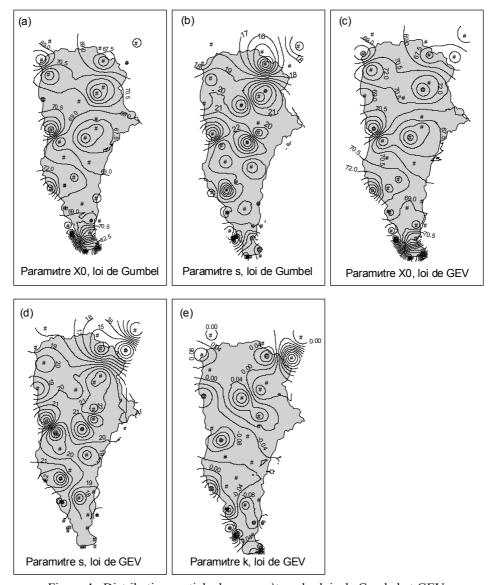
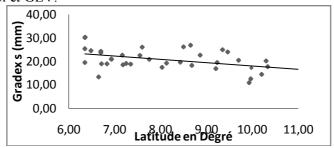


Figure 4 : Distribution spatiale des paramètres des lois de Gumbel et GEV

Globalement, le gradex s décroît du sud vers le nord avec un gradient plus élevé dans les zones les mieux arrosées (sud et ouest). En effet, sur la côte au sud, le gradex dépasse 30 mm et il s'ensuit une décroissance rapide dans le sens nord pour atteindre 10.86 mm à la latitude de Nikki. Dans les parties ouest et nord-ouest, les valeurs du gradex sont aussi élevées (25.57 mm dans la zone montagneuse de l'ouest (Pira) et 22.56 mm dans le nord-ouest à Parakou) mais pas dans la même proportion qu'au sud. Dans la partie Est et le reste du pays, le gradex varie très peu autour de la valeur moyenne de 20 mm. Le graphique  $N^{\circ}2$  montre le détachement des valeurs du gradex au niveau du littoral de celles des stations situées à l'intérieur des terres. Cette variation spatiale s'applique aussi au paramètre $x_o$ .

L'écart entre ces extrêmes montre bien l'instabilité des paramètres de ces lois, comme le confirment les travaux de [6] et [7] relatifs à la loi de Gumbel. Par ailleurs, il faut

relever sur l'ensemble du Bénin l'importance de la variabilité spatiale des paramètres des lois Gumbel et GEV.



Graphique N°2: Variation du Gradex en fonction de la Latitude

# 3.3. Choix des lois statistiques

L'application du test de Kolmogorov-Smirnov s'est révélée concluante pour toutes les séries de données et pour les deux lois avec un niveau de signification de 5%. Les valeurs des hauteurs de pluie estimées à partir de l'ajustement par la méthode des Lmoments des deux lois sont sensiblement proches des valeurs observées pour la plupart des stations (moins de 5% d'écart), sauf sept (07) stations dont six (06) donnent des hauteurs pour lesquelles les valeurs présentent des écarts compris entre 5 et 6% (Bonou, Cotonou-Aéroport, Porto-Novo, Ouèssè, Savalou et Toffo) ; ce qui est satisfaisant et le poste de Cotonou-Port dont l'écart est plus de 9%. Néanmoins cet écart ne signifie nullement que les distributions de Gumbel et GEV ne sont pas adéquates pour estimer les quantiles de pluie journalière maximale annuelle pour cette station. Ceci pourrait s'expliquer par la taille et la qualité de l'échantillon de la station où les mesures sont arrêtées depuis 2005. La plus forte hauteur de pluie de base destinée à l'évaluation des crues a été obtenue à la station de Cotonou - Aéroport et la plus faible à la station de Ina. A titre indicatif pour la période de retour de 10 ans la pluie journalière maximale annuelle est de 89,92 mm pour la station d'Ina et 165,70 mm pour la station de Cotonou - Aéroport. La figure N° 5 présente les quantiles de pluies journalières maximales annuelles pour les périodes de retour de 2, 5, 10, 20,

Les graphiques 3 et 4 présentent l'ajustement des hauteurs de pluies journalières maximales annuelles pour les stations de Cotonou-Aéroport et d'Ina.

## Détermination de la zone d'application des lois

L'analysespatialesurl'ensembleduterritoire permet de situer les zones devalidationdechacunedesloisetd'envisagerune perspectivederégionalisation.

Ainsi, au cours de cette phase, il a été montré que la loi de Gumbel ne peut pas être exclusivement utilisée sur l'ensemble du bassin de l'Ouémé. La confrontation de la loi Gumbel avec uniquement la loi GEV montre qu'une régionalisation est possible. Ainsi, la loi GEV convient mieux aux séries du sud et une partie du centre (la zone subéquatorial caractérisé par quatre (04) saisons) jusqu'à la latitude de savalou, tandis que celle de Gumbel paraît bien adaptée aux régimes de montagne, dans le nord (zone soudanienne) (fig. 6).

#### Conclusion

Cette étude a permis d'estimer les quantiles de pluies journalières maximales annuelles relatifs à différentes périodes de retour sur le bassin versant de l'Ouémé. Il a été montré, en appliquant différents tests statistiques, que les valeurs maximales annuelles des précipitations sur le bassin versant de l'Ouémé suivent les fonctions de distribution GEV et de distribution Gumbel, avec une légère prédominance de la distribution GEV. Ce résultat démontre que l'approche statistique basée uniquement sur la loi Gumbel et utilisée habituellement au Bénin, n'est pas adéquate aux maxima annuels des précipitations sur le bassin versant de l'Ouémé et montre qu'une régionalisation est possible. La loi GEV conviendrait mieux pour le Sud et la loi de

Gumbel paraît bien adapté aux régimes de montagne équatorial de transition et équatorial de transition atténué surtout dans sa partie nord et une petite partie de sa zone sud.

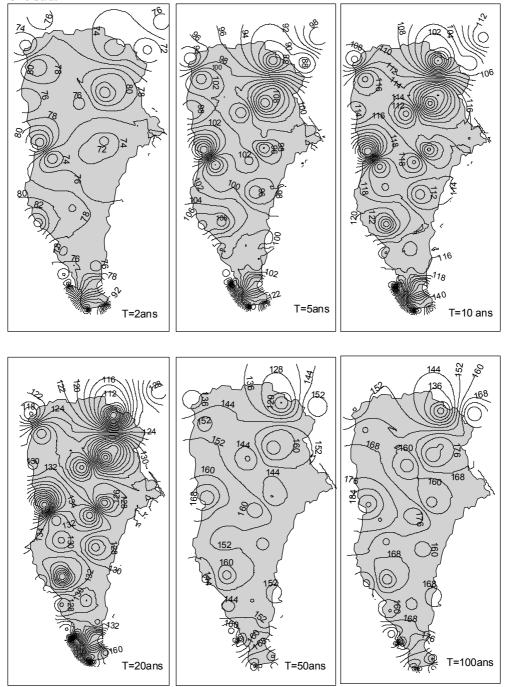
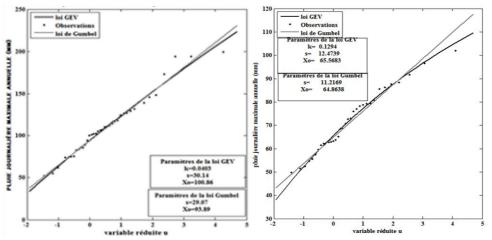


Figure  $N^{\circ}5$ : quantiles de pluie journalière maximalannuelle relatifs aux périodes de retour de 2, 5, 10, 20, 50 et 100 ans.

#### Références

1- PATUREL J. E., OUEDRAOGO M., SERVAT E., 2002. - Submitted. Climatic and anthropic impacts on the hydrological regime of the Nakambe River, Burkina Faso. FRIEND UNESCO quadriennal scientific meeting, Capetown.

- 2- LAWIN A. E., AFOUDA A., LEBEL T., 2011. Analyse de la variabilité du Régime pluviométrique dans la région agricole d'Ina au Bénin. European Journal of Scientific Research, ISSN 1450-216X, vol.50 No.3, pp.425-439
- 3- SULTAN B., JANICOT S., 2000. Abrupt shift of the ZCIT over West Africa and intraseasonal variability. Geophys. Res. Lett., 27, 3353-3356.
  4- LE BARBÉ L., LEBEL T., TAPSOBA, D., 2001. Rainfall variability in West Africa during
- the years 1950-1990. J. Climate, In print.



Graphique N°3: Ajustement des données pour les stations de Cotonou Aéroport (période 1971-2010)

Graphique N°4: Ajustement des données pour les stations d'Ina (période 1971-2010)

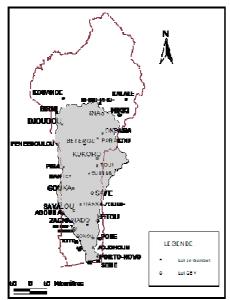


Figure 6: Régionalisation des lois d'ajustement

- ELTAHIR E.A.B., GONG C., 1996. Dynamics of wet and dry years in West Africa. J. Climate, 9, 1030-1042.
- 6- KOUTSOYIANNIS D., 2004. Statistics of extremes and estimation of extreme rainfall: I. Theoretical investigation. Hydrol. Sci. J. 49(4), 575-590. 7- BRUNET-

MORET, Y., 1967. Etudedes averses exceptionnelles en AfriqueOccidentale.Publications ORSTOM-CIEH,

- 8- MOUNIS H., MANSONGI M., 1974.Note provisoire sur les pluies exceptionnelles de faible durée en Afrique Occidentale et Centrale. CIEH, 8p. 9- PUECHC., CHABI-GONNI D., 1984. Cour-bes hauteur de pluie-durée-fréquence en Afrique de l'Ouest pour des pluies de durée 5 mn à 24 heures. Série hydrologique (CIEH) Janvier.
- 10- AKA A.A., SERVAT E., PATUREL J.E., KOUAME B., LUBES H., MASSON J. M., 1996.-Analysis of the temporal variability of runoff in Ivory Coast: statistical approach and phenomena characterization. Hydrol. Sci J. 41(6), 959–970.

11- HOSKING J. R. M., WALLIS J. R., WOOD E.F., 1985. Estimation of the generalized extreme-

value distribution by the method of probability-weighted moments. Technometrics, 27:251-261, 1985.

### ОЦЕНКА ЕЖЕДНЕВНЫХ ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ ДОЖДЕВЫХ ОСАДКОВ В ТРОПИЧЕСКОЙ ЗОНЕ: СЛУЧАЙ ВОДОСБОРА В УЭМЕ БЕНИНА И СРАВНЕНИЕ С ЗАКОНАМИ ДЖЕКИНСОНА И ГЮМБЕЛА

Т. Башару, Г. Хуйну, М. Аджибойша, Эд.К. Аджови, Е.А. Орлова Политехническая школа Абомей-Калави / Университет Абомей-Калави (Бенин)

#### Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings, 2013, № 4

В работе приводятся результаты измерения осадков, наблюдаемых в водосборном бассейне Уеме и расчёт дневных максимальных дождевых осадков, которые очень нужныдля проектирования гидравлического оборудования и в гражданском строительстве. Ежегодные максимальные дневные дождевые осадки из 37 постов дождемеров Бенина, установленных в водосборном бассейне Уеме, были проанализированы за период 1971-2010. Затем, они были выверенны по закону предельного значения, отобранному среди законов Женкинссона и Гюмбеля следуя тесту Холмогорова-Смирнова. Эти тесты позволили распределить по регионам корректировочные законы на две различные зоны: закон Женкинссона оказался более соответствующим для Южной зоны, в то время как закон Гюмбеля подходит лучше для Северной зоны Бенина и к горному режиму. Приходится отметить несистемность исключительного использования закона Гюмбеля для проектирования гидравлических сооружений на всей территории страны. Оценки величин дневного дождя, относящиеся к повторяющимся периодам 2, 5, 10, 20, 50 и 100 лет показали, что максимальные высоты воды наблюдались на станции Котону-Аэропорт на Побережье,а наиболее слабые максимальные высоты воды – в регионе Ина на севере Бенина.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: водосборный бассейн, дождь, интенсивность, продолжительность, частота, кривые.



# МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОСТАВА КОМПОЗИТА ИЗ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПОРОШКОВ ПРИ ЗАДАННЫХ ФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ И ПЛОТНОСТИ

Л.С. КОХАН, д-р техн. наук, профессор

А.В. ШУЛЬГИН, канд. техн. наук, доцент

О.Ю. ЖИГУНОВА, аспирантка

Московский государственный вечерний металлургический институт 11250, Москва, Лефортовский вал, т. 8(495)361-14-80, shulgin00@mail.ru

В статье изложена методика определения состава композита из металлических порошков при заданных физических свойствах и плотности на примере материала «медь-цинк»

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: металлические порошки, относительная плотность, композиционные материалы.

Применение в промышленности композиционных материалов на основе металлических порошков получило достаточно большое распространение в электротехнике, автомобилестроении, авиастроении и других отраслях.

Большое значение при изготовлении заготовок и изделий из композиционных материалов является возможность подбора концентрации компонентов с целью получения заданных физико-механических свойств композита. Для этого разработана методика подбора компонентов композиционным методом отличающаяся более высокой степенью точности по сравнению с использующиеся до этого методикой смеси. Для примера ниже отработана методика определения состава электроконтакта из композитного материала «медь-цинк» для получения заданной величины удельного электросопротивления  $R_{\rm 3ag} = 0{,}035~{\rm CM}\cdot{\rm MM}^2/{\rm M}$  и заданной относительной плотности  $\overline{\rho}_{\rm 3ag} = 0{,}71$ .

Приступаем к подбору концентрации компонентов из заданного удельного электросопротивления и относительной плотности.

- 1. Выбираем технологический маршрут изготовления электроконтакта состоящий из шихтования, горячего компактирования, спекания и горячего прессования.
- 2. По справочникам устанавливается сопротивления пластической деформации при горячем процессе для меди  $\sigma_{T\,\text{M}} = 90\,\text{M}\Pi a$ , цинка  $\sigma_{T\,\text{H}} = 40\,\text{M}\Pi a$ ,