

## Геометрия поверхностей и кривых

### **ПРИМЕНЕНИЕ КОМБИНАТОРНО-ВАРИАЦИОННОГО ПОДХОДА ДЛЯ КОМПЬЮТЕРНОГО ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ИНЖЕНЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ**

В.В. ВАНИН, *д-р техн. наук, профессор* \*

С.Л. ШАМБИНА, *канд. техн. наук, доцент* \*\*

В.Г. ВИРЧЕНКО, *аспирант* \*

\* *Национальный технический университет Украины  
«Киевский политехнический институт» (НТУУ «КПИ»)  
03056, Киев, пр. Победы, 37; E-mail: virchvad@gmail.com*

\*\* *Российский университет дружбы народов (РУДН)  
117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6; E-mail: shambina\_sl@mail.ru*

*В статье рассмотрены некоторые вопросы применения комбинаторно-вариационного компьютерного геометрического моделирования для автоматизированного формообразования инженерных конструкций и сооружений при их проектировании с помощью современных информационных технологий.*

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** инженерные конструкции и сооружения, комбинаторно-вариационный подход, геометрическое моделирование, системы автоматизированного проектирования (САПР).

В настоящее время прогрессивным направлением разработки инженерных конструкций и сооружений считается широкое применение компьютерных информационных технологий, которые существенно повышают качество проектирования, снижают затраты на создание и эксплуатацию технических объектов. Одна из ключевых составляющих САПР – это средства параметрического твердотельного геометрического моделирования, которые совместно с разнообразными методами прочностных, технологических, экономических и прочих расчетов, формируют необходимые условия для комплексной оптимизации инженерных конструкций и сооружений.

Примерами успешной практической реализации автоматизированного архитектурно-строительного проектирования и расчетов конструкций на прочность являются компьютерные программы САПФИР (система архитектурного проектирования, формообразования и расчетов) [1], APM Structure3D [2] и др. Эти прикладные пакеты позволяют эффективно разрабатывать жилые, производственные и общественные здания с помощью разнообразных приемов трехмерных компьютерных построений, проводить расчеты методом конечных элементов, осуществлять вариантный оптимизационный анализ, автоматизированным способом получать техническую документацию и т.д. Ознакомиться с проводимыми современными изысканиями в области геометрического моделирования зданий, конструкций и изделий можно в работах [3-10].

Из рис. 1 видно, что в современных архитектурно-строительных САПР широко применяется параметрический подход к геометрическому моделированию. Это относится к таким частям зданий как стены, колонны, окна, двери т. д. (рис. 1, а), разнообразным сечениям конструктивных элементов (рис. 1, б) и используемым материалам. Таким образом, с геометрической точки зрения, любую инженерную конструкцию или сооружение можно рассматривать как комбинаторно-вариационную трехмерную фигуру, состоящую из нужного количества взаимосвязанных элементов, имеющих необходимые параметры формы, размеров и положения.

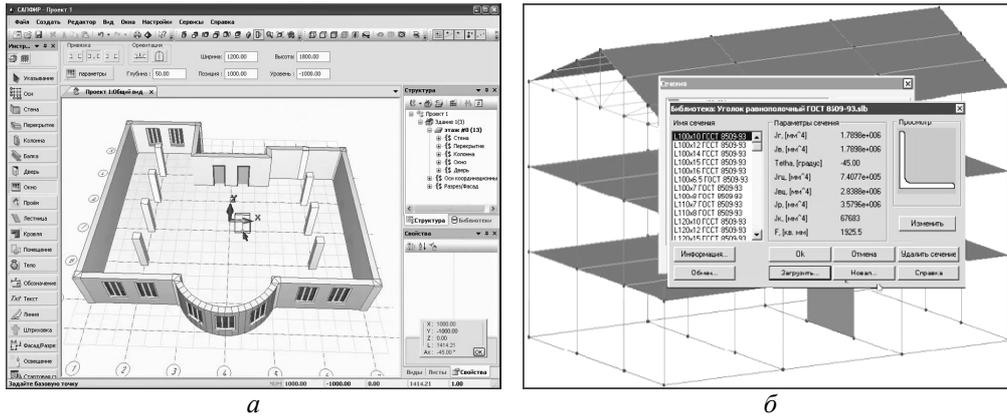


Рис. 1. Трехмерное параметрическое моделирование сооружений и строительных конструкций в САПР:  
 а – САПФИР; б – APM Structure 3D

Поиск наилучшего варианта создаваемого технического объекта подразумевает определение оптимальной его конструкции (в том числе подбор материалов), максимально удовлетворяющей заданным условиям производства и эксплуатации. При такой постановке задачи во многих случаях достаточно трудно осуществить полную формализацию процессов проектирования. Из-за этого на практике часто прибегают к вариантному моделированию, направленному на рассмотрение большого, но все же ограниченного числа наиболее перспективных модификаций создаваемого объекта. Указанные изменения нередко связаны с вариациями геометрических параметров инженерных конструкций и сооружений. Поэтому возникает потребность в соответствующих эффективных компьютерных моделях, основным требованием к которым является охват максимально широкого круга исследуемых проектных вариантов.

Согласно комбинаторно-вариационному подходу произвольный моделируемый объект  $O$  представляется как упорядоченное множество его элементов

$$O = (o_i)_1^{N_o}. \quad (1)$$

Возможные разновидности  $o_i$  отображаются кортежами вариантов

$$o_i = (o_{ij})_1^{N_i} \quad (2)$$

и векторами параметров

$$P_{ij} = (p_{ijk})_1^{Np_{ij}}, \quad (3)$$

где  $Np_{ij}$  – число параметров  $j$ -го варианта  $i$ -го элемента.

Структурную взаимосвязь между разновидностями  $n$ -й и  $m$ -й составляющих объекта  $O$  отображают матрицы смежности

$$C_{nm} = \|c_{nr} c_{ms}\|; \quad n \in N; \quad m \in N; \quad n \neq m; \quad r \in \{1, \dots, N_n\}; \quad s \in \{1, \dots, N_m\}, \quad (4)$$

где  $c_{nr} c_{ms} \neq 0$  при возможном взаимодействии вариантов  $o_{nr}$  и  $o_{ms}$ ,  $c_{nr} c_{ms} = 0$  – в противоположном случае.

В результате использования зависимостей (1) ... (4) моделируемый объект  $O$  представляется как множество его проектных вариантов

$$O = (O_k)_1^{N_o}. \quad (5)$$

Рассмотрим предлагаемые приемы формообразования на примерах ферм и тонкостенных пространственных конструкций [3].

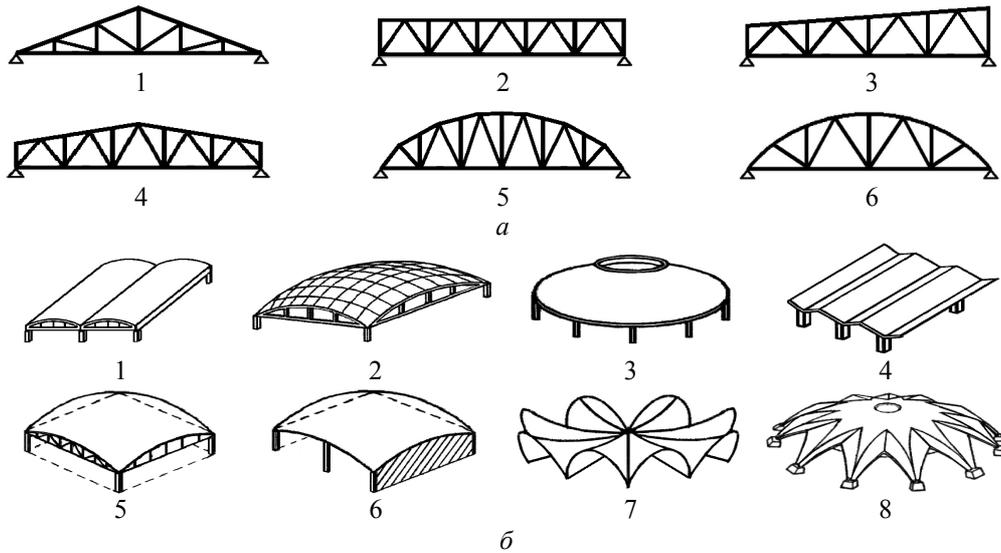


Рис. 2. Типовые геометрические схемы:

*а* – стропильных ферм (1 – треугольная; 2, 3 – четырехугольная с параллельными и непараллельными поясами; 4 – пятиугольная; 5 – многоугольная; 6 – сегментная кругового или параболического очертания);

*б* – тонкостенных пространственных конструкций (1 – цилиндрическая многоволновая; 2 – двойкой кривизны на прямоугольном плане; 3 – купола; 4 – складки; 5, 6 – диафрагмы оболочек в виде ферм, арок и криволинейных балок, опирающихся на колонны и стены; 7 – зонтичная; 8 – купольно-складчатая)

Проведем в указанном аспекте анализ геометрии некоторых ферм и тонкостенных пространственных конструкций (рис. 2). Геометрические схемы стропильных ферм (рис. 2, *а*) определяются очертанием поясов и видом решетки, образующей совокупность треугольников. Основными типами решеток являются раскосная (с восходящими, нисходящими раскосами) и треугольная (со стойками, подвесками). Возможные поперечные сечения элементов этих строительных конструкций показаны на рис. 3. В них применяются уголки, двутавры, тавры, трубы (круглого и квадратного сечения), швеллеры и т.д. Располагая эти профили различным образом, можно получить рационально скомпонованные сечения. Каждая из рассмотренных схем имеет свои преимущества и недостатки (некоторые просты по форме и в изготовлении, другие более эффективны по расходу материалов и т.д.). Указанные факты обуславливают необходимость проведения вариантного моделирования ферм с целью их оптимизации.

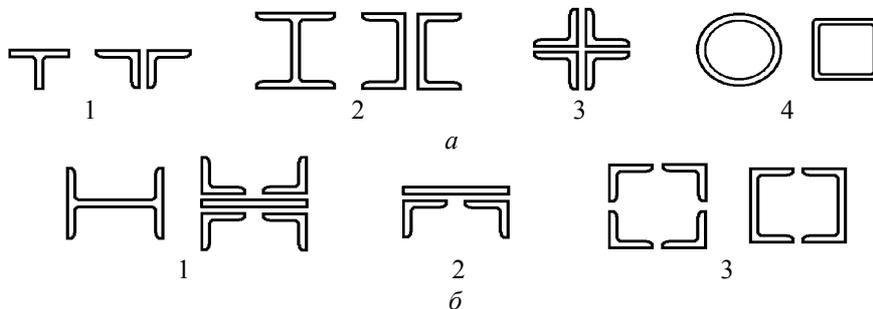


Рис. 3. Поперечные сечения металлических ферм:

*а* – легких (1 – тавровые; 2 – двутавровые; 3 – крестовые; 4 – трубчатые);

*б* – тяжелых (1 – Н-образные; 2 – П-образные; 3 – коробчатые)

Покажем возможность применения комбинаторно-вариационного подхода для компьютерного геометрического моделирования стропильных металлических ферм на примере дуг кривых второго порядка

$$\mathbf{r}(u_i) = \frac{(1-u_i)^2 \mathbf{r}_{0i} + w_i 2u_i(1-u_i) \mathbf{r}_{1i} + u_i^2 \mathbf{r}_{2i}}{(1-u_i)^2 + w_i 2u_i(1-u_i) + u_i^2}, \quad (6)$$

где  $i$  – номер дуги;  $\mathbf{r}_{0i}$ ,  $\mathbf{r}_{1i}$ ,  $\mathbf{r}_{2i}$  – радиусы-векторы опорных точек;  $w_i \geq 0$  – весовые коэффициенты;  $u_i \in [0, 1]$  – параметры.

Для построения с помощью формулы (6) отрезка прямой линии нужно принять  $w_i = 0$ ; дуги окружности (с угловой величиной  $0 < \theta < \pi$ ) использовать  $w_i = \cos(\theta/2)$ ; дуги эллипса, параболы и гиперболы – соответственно  $0 < w_i < 1$ ,  $w_i = 1$  и  $w_i > 1$ . При  $\mathbf{r}_{0i} = \mathbf{r}_{2i}$  получается точка.

Из рис. 3 видно, что формообразующие геометрические элементы ферм являются определенными комбинациями, состоящими из прямолинейных отрезков, дуг окружностей и парабол. Таким образом, математически они могут быть описаны выражениями (6).

Отобразим состав моделируемой фермы  $\Phi$  в виде множества

$$\Phi = (\phi_i)_1^4,$$

где  $\phi_1 = (\phi_{1j})_1^{N\phi_1}$ ,  $\phi_2 = (\phi_{2j})_1^{N\phi_2}$ ,  $\phi_3 = (\phi_{3j})_1^{N\phi_3}$ ,  $\phi_4 = (\phi_{4j})_1^{N\phi_4}$  – кортежи компьютерных параметрических твердотельных геометрических моделей соответственно верхних и нижних поясов, раскосов, стоек.

Указанные модели имеют определенные параметры согласно (3) и взаимодействуют между собой по взаимосвязям типа (4). Это позволяет, на основании выражений (1) ... (5), создать показанную на рис. 4 комбинаторно-вариационную модель, с помощью которой формируется множество проектных вариантов фермы

$$\Phi = (\Phi_k)_1^{N\Phi}.$$

По аналогии с рассмотренным выше примером можно осуществлять проектирование арок и других подобных конструкций.

Проанализируем далее возможность применения комбинаторно-вариационного подхода для компьютерного геометрического моделирования тонкостенных пространственных конструкций (рис. 2, б).

В качестве исходных линий (образующих и направляющих) для кинематического формообразования рассматриваемых поверхностей также будем принимать дуги кривых второго порядка (6).

При этом основное внимание уделим возможности обобщения отдельными параметрическими геометрическими моделями разнообразных типов данных конструкций.

Тонкостенные пространственные покрытия образуются отсеками оболочек (в виде криволинейных или многогранных поверхностей) и контурными элементами (диафрагмами в виде балок, ферм, арок, опорных колец, пластинок и т. п.). В соответствии с геометрическими очертаниями и способами формирования поверхностей различают следующие типы тонкостенных пространственных конструкций: цилиндрические, двоякой кривизны на прямоугольном плане, купола, складки с различной формой поперечного сечения, составные оболочки из нескольких отсеков пересекающихся поверхностей и пр.

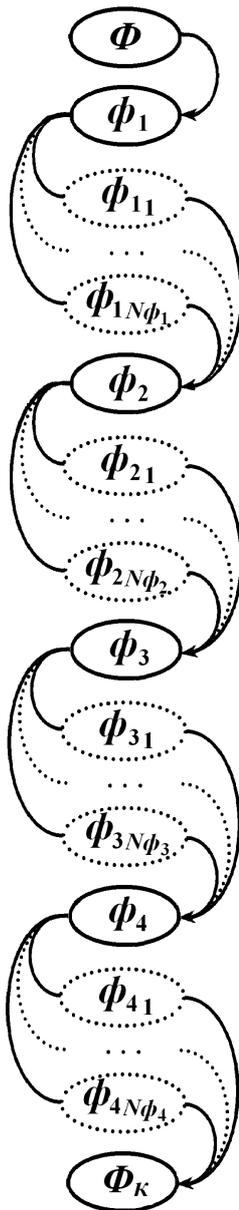


Рис. 4. Комбинаторно-вариационная геометрическая модель фермы  $\Phi$

Сравнительный анализ приведенных на рис. 2, б цилиндрических оболочек, поверхностей двойкой кривизны, куполов и складчатых оболочек показывает, что с точки зрения кинематического формообразования с использованием зависимости (6), они имеют много общего.

Изменением значений параметров в указанной зависимости легко получаются разнообразные *цилиндрические поверхности* (круговые, эллиптические, параболические, гиперболические), *складки* (с треугольными, трапециевидными, полигональными и пр. поперечными сечениями), *купола* (сферические, стрельчатые, эллиптические, параболические, конические и др.), *поверхности двойкой кривизны* и т. д.

Предлагаемый подход к моделированию может быть успешно применен для разработки составных пространственных тонкостенных оболочек, образующихся комбинированием отдельных фрагментов поверхностей, пересекающихся между собой (см., например, объекты 7 и 8 на рис. 2, б). Важным моментом вариантного проектирования является анализ применения различных материалов, в том числе анизотропных, которые характеризуются большим разбросом и вариативностью своих физико-механических свойств [6]. Отметим также, что для обеспечения комплексной оптимизации создаваемых сооружений (см. рис. 2, б) необходимо рассматривать их, как комбинаторно-вариационные объекты, в состав которых входят определенные взаимосвязанные между собой элементы, например, оболочки, фермы, арки, балки, колонны и т. д.

Поэтому для целых зданий, а не только для их отдельных конструкций, также рационально применять предложенный выше способ автоматизированного формообразования. Таким образом, разработанная методика моделирования расширяет имеющиеся возможности современных информационных технологий архитектурно-строительного проектирования.

В заключение отметим, что предложенные в данной статье приемы компьютерного комбинаторно-вариационного геометрического моделирования инженерных конструкций и сооружений составляют новое научное направление автоматизированного формообразования технических объектов, которое требует своего дальнейшего теоретического развития и внедрения полученных результатов в практику.

#### Л и т е р а т у р а

1. Барабаш М.С., Бойченко В.В., Палиенко О.И. Информационные технологии интеграции на основе программного комплекса САПФИР. – К.: Сталь, 2012. – 485 с.
2. Замрий А.А. Проектирование и расчет методом конечных элементов в среде APM Structure3D. – М.: АПМ, 2010. – 376 с.

3. Лебедева Н.В. Фермы, арки, тонкостенные пространственные конструкции. – М.: Архитектура-С, 2006. – 120 с.
4. Кривошапко С.Н., Иванов В.Н. Энциклопедия аналитических поверхностей. – М.: Книжный дом «Либроком», 2010. – 560 с.
5. Кривошапко С.Н., Мамиева И.А. Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий. – М.: ЛИБРОКОМ, 2012. – 328 с.
6. Шамбина С.Л. Анизотропные материалы и особенности расчета конструкций из них // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2005. – №1. – М.: РУДН, 2005. – С. 113-118.
7. Иванов В.Н. Некоторые проблемы геометрии поверхностей с системой плоских координатных линий // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2010. – № 3. – М.: РУДН, 2010. – С. 6-15.
8. Иванов В.Н., Кривошапко С.Н. Конструирование зонтичных оболочек из отсеков циклических оболочек переноса // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2011. – № 1. – М.: РУДН, 2011. – С. 3-12.
9. Rong J.H., Liu X.H., Yi J.J., Yi J.H. An efficient structural topological optimization method for continuum structures with multiple displacement constraints // Finite Elements in Analysis and Design. – August 2011. – Vol. 47. – Issue 8. – P. 913-921.
10. Tong L., Lin J. Structural topology optimization with implicit design variable-optimality and algorithm // Finite Elements in Analysis and Design. – August 2011. – Vol. 47. – Issue 8. – P. 922-932.

#### References

1. Barabash, M.S., Bojchenko, V.V., Palienco, O.I.(2012). *Informatcionnye tekhnologii integracii na osnove programmogo kompleksa SAPFIR*, Kiev: Stal, 485 p.
2. Zamrij, A.A. (2010). *Proektirovanie i raschet metodom konechnyh elementov v srede APM Structure3D*, M.: APM, 376 p.
3. Lebedeva, N.V. (2006). *Fermy, arki, tonkostennye prostranstvennye konstrukcii*, Moscow: Arhitektura-C, 120 p.
4. Krivoshapko, S.N., Ivanov, V.N. (2010). *Encyclopedia of Analytical Surfaces*, Moscow: LIBROKOM, 560 p.
5. Krivoshapko, S.N., Mamieva, I.A. (2012). *Analiticheskie poverhnosti v arhitekture zdaniy, konstrukcij i izdeliy*, Moscow: LIBROKOM, 328 p.
6. Shambina, S.L. (2005). Anizotropnye materialy i osobennosti rascheta konstrukcii iz nikh, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, No. 1, 113-118.
7. Ivanov, V.N. (2010). Nekotorye problemy geometrii poverkhnostei s sistemoy ploskikh koordinatnykh linii, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, No. 3, 6-15.
8. Ivanov, V.N., Krivoshapko, S.N. (2011). Konstruirovaniye zontichnykh obolochek iz otsekov teiklicheskikh obolochek perenosa, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, No. 1, 3-12.
9. Rong, J.H., Liu, X.H., Yi, J.J., Yi, J.H. (2011). An efficient structural topological optimization method for continuum structures with multiple displacement constraints, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 47, Issue 8, 913-921.
10. Tong, L., Lin, J. (2011). Structural topology optimization with implicit design variable-optimality and algorithm, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 47, Issue 8, 922-932.

#### THE APPLICATION OF COMBINATORIAL-VARIATIONAL APPROACH TO COMPUTER GEOMETRICAL MODELING OF ENGINEERING CONSTRUCTIONS AND BUILDINGS

V.V. Vanin\*, S.L. Shambina\*\*, V.G. Virchenko\*

\*National Technical University of Ukraine «Kiev Polytechnic Institute» (NTUU «KPI»)

\*\*Peoples' Friendship University of Russia (PFUR)

The paper considers some issues of combinatorial-variational geometric modeling for computer-aided formation of engineering constructions and buildings in their design using modern computer-aided approach.

KEYWORDS: combinatorial-variational approach, geometric modeling, computer-aided design (CAD), engineering constructions and buildings.