

## ВОЗДЕЙСТВИЕ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН ВЗРЫВА НА МАГИСТРАЛЬНЫЙ ТРУБОПРОВОД

Р.Г. ЯКУПОВ, *д-р техн. наук, профессор*,  
Д.М. ЗАРИПОВ, *канд. физ.-мат. наук*  
Учреждение Российской академии наук «Институт механики Уфимского  
научного центра РАН»,  
450054, Республика Башкортостан, Уфа, пр. Октября, 71.

*Рассматривается действие на магистральный трубопровод сейсмической волны, возникающей в результате взрыва в грунте заряда ВВ. Определяются напряжения деформации в трубе в зависимости от величины заряда, глубины взрыва. Приведены графики.*

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: трубопровод, взрыв заряда ВВ, сейсмическая волна.

Наблюдения движения земной поверхности при землетрясениях и взрывах показывают, что по кинематическим и динамическим признакам сейсмические волны, возникающие и в том и другом случаях, родственны, аналогичны и их действия на инженерные сооружения. Отличаются волны размерами источника. При взрыве вес, глубина заряда и расстояние взрыва известны. Это преимущество взрыва по сравнению с землетрясением позволяет определить расчетным путем предельные значения параметров волны, при которых возникают повреждения.

**1. Давление на поверхности взрывной полости.** В грунте на глубине  $h$  находится магистральный трубопровод диаметром  $D$ . Под трубопроводом на глубине  $l$  заложен заряд ВВ сферической формы весом  $C$ , кг. Вес заряда ВВ и радиус сферы связаны зависимостью

$$R_0 = 0.054C^{1/3}, \text{ м} \quad (1)$$

Принимаем модель мгновенной детонации и считаем, что в момент времени  $t = 0$  в результате взрыва заряд ВВ мгновенно без изменения объема превращается в газ высокого давления. Начальное давление в продуктах детонации определяется по формуле [1]

$$p_1 = \rho_1 D_1^2 / 2 (1 + \lambda), \quad (2)$$

где  $D_1$  – скорость детонации,  $\rho_1$  – плотность заряда ВВ,  $\lambda$  – показатель энтропии для продуктов детонации. Для тротила  $D_1 = 7 \cdot 10^3$  м/с,  $\rho_1 = 1,6$  т/м<sup>3</sup>,  $\lambda = 3$ ; давление  $p_1 = 10^{10}$  Н/м<sup>2</sup>. Взрыв производится в неводонасыщенном песчаном грунте нарушенной структуры влажностью  $w^0 = 15 - 17\%$  с объемным весом скелета  $\gamma_2 = 1,46 \cdot 10^4$  Н/м<sup>3</sup>. Опыты [2] показывают, что при больших давлениях уплотнение грунта достигает предельного значения и остается постоянным. Предельное значение деформаций для песчаных грунтов колеблется в пределах  $\varepsilon_* = 0,08 - 1$ . Принимаем  $\varepsilon_* = 0,08$ .

Условие равенства скоростей смещений на границе сферической полости в момент истечения продуктов детонации в среду имеет вид [3]

$$\frac{2D_1}{\lambda - 1} \sqrt{\frac{\lambda}{2(1 + \lambda)}} \left[ 1 - \left( \frac{\rho_0}{\rho_1} \right)^{\lambda - 1/2\lambda} \right] = \sqrt{\frac{\rho_0 \varepsilon_*}{\rho_2}} \quad (3)$$

Толщина зоны химической реакции мала. Поэтому на фронте сферической детонационной волны давление имеет ту же величину, что и на фронте плоской волны. С помощью соотношений (2) и (3) находим начальное давление в грунте  $\rho_0 = 65 \cdot 10^8$  Н/м<sup>2</sup>. Здесь  $\rho_2$  – плотность грунта. Приложение данной динамической нагрузки к поверхности сферической полости с радиусом  $R_0$  вызывает образование в грунте ударной волны, которая затем распространяется по среде.

## 2. Кинематические и динамические параметры сейсмической волны.

Поместим начало сферической системы координат  $R, t$  и прямоугольной системы координат  $x, z$  в центре сферической полости, направив ось  $z$  перпендикулярно к свободной поверхности земли, ось  $x$  – параллельно, рис. 1.

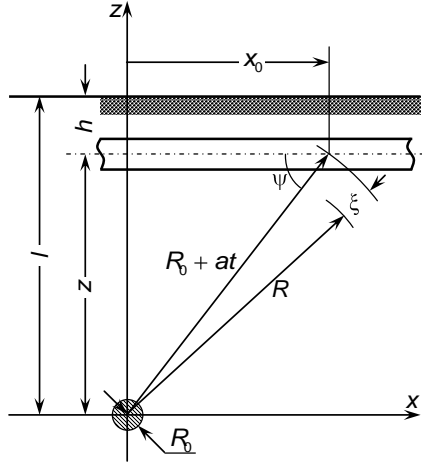


Рис. 1

Распространение сферической взрывной волны рассматривалось в ряде теоретических и экспериментальных работ, в которых грунт моделировался «пластическим газом», несжимаемой жидкостью, упругопластическим и упругим телами, подчиняющимися законам теории пластичности и упругости [4-9] и др. В то же время вопрос о модели грунта не является исчерпанным. Выбор модели сплошной среды связан с кругом решаемых задач. Модель грунта, пригодная для одних условий, может оказаться неприемлемой в других случаях. Параметры грунта мало изучены и нестабильны. Все это дает основание для применения простых моделей.

Ниже принимаем, что волна распространяется в упругом полупространстве и параметры волны определяем по работе [7]. Выражение для смещения  $U(R, t)$ , определяющего движение позади фронта сферической волны  $a_*t + R_0 - R = 0$  и удовлетворяющее нулевым начальным данным и граничному условию  $\sigma_R = -p(t)$  при  $R = R_0$ , имеет вид

$$U(R, t) = -\frac{f'(\xi)}{R} - \frac{f(\xi)}{R^2}, \quad (4)$$

где  $f(\xi) = -Ae^{-\alpha\xi} [J_1(\xi) \sin \beta_1 \xi - J_2(\xi) \cos \beta_1 \xi]$ ,  $J_1 = \int_0^\xi e^{\alpha\xi} p(\xi/a_*) \cos \beta_1 \xi d\xi$ ,

$$J_2 = \int_0^\xi e^{\alpha\xi} p(\xi/a_*) \sin \beta_1 \xi d\xi, \quad \alpha = 2k_1^2/R_0, \quad \beta_1 = 2k_1 \sqrt{1 - k_1^2}/R_0;$$

$$A = R_0 / \rho_2 a_*^2 \beta_1; \quad 1/k_1 = a_*/b = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\mu}; \quad \xi = a_*t + R_0 - R, \quad \lambda,$$

$\mu$  – параметры Ляме упругой среды,  $p(\xi/a_*)$  – давление на поверхности сферической полости, штрих означает производную функции.

Принимаем, что давление на поверхности сферической полости падает по линейному закону

$$p(t) = p_0 \left(1 - \frac{t}{t_0}\right); \quad p\left(\frac{\xi}{a_*}\right) = p_0 \left(1 - \frac{R - R_0}{a_* t_0} - \frac{\xi}{a_* t_0}\right),$$

где  $t_0$  – продолжительность действия давления. При известном  $U$  смещения в направлении осей  $x$  и  $z$  определяются по формулам

$$u = U \cos \psi, \quad v = U \sin \psi \quad (5)$$

где угол  $\psi$  – направление выхода сейсмического луча на поверхность земли (рис.1), нормальные и касательные напряжения равны [10]

$$\sigma_z = \lambda \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{u}{x} \right) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \tau_{xz} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} \right). \quad (6)$$

Подставляя (4) и (5) в (6), получаем

$$\sigma_z = \rho_2 a_*^2 \left[ 1 - 2k_1^2 \cos^2 \psi \frac{f'' \xi}{R} - 2k_1^2 \sin^2 \psi \left( \frac{f' \xi}{R^2} + \frac{f \xi}{R^3} \right) \right], \quad (7)$$

$$\tau_{xz} = k_1^2 \rho_2 a_*^2 \sin 2\psi \left[ \frac{f'' \xi}{R} + 3 \left( \frac{f' \xi}{R^2} + \frac{f \xi}{R^3} \right) \right].$$

Скорость и ускорение частиц за фронтом сферической волны находим дифференцированием (4)

$$\dot{U} = -a_* \left( \frac{f'' \xi}{R} + \frac{f' \xi}{R^2} \right), \quad \ddot{U} = -a_*^2 \left( \frac{f''' \xi}{R} + \frac{f'' \xi}{R^2} \right). \quad (8)$$

На рис. 2–4 приведены графики изменения смещения, напряжений и ускорения вдоль луча в фиксированные моменты времени  $t = 0.03$  с,  $0.04$  с,  $0.05$  с,  $0.06$  с и  $0.07$  с, которым соответствуют кривые 1-5. Из приведенного видно, что на малых расстояниях от  $R_0$  вокруг полости возникают большие смещения и напряжения. В реальных средах это зона разрушения породы и неупругих деформаций, которая излучает короткий импульс, аperiодическое быстро затухающее возмущение с резким фронтом. Движение импульса замедленное. По мере продвижения величина скачка на фронте волны уменьшается, форма волны сохраняется. Возмущение также внезапно заканчивается.

В момент времени  $t_1 = (z - R_0)/a_* \approx z/a_*$  вершина волны достигает оси трубопровода и по трубе распространяется волна давления. Угол  $\psi$  и границу области возмущения  $-x_0 \leq x \leq x_0$  определяем с помощью зависимостей

$$\sin \psi = \frac{z}{R_0 + a_* t} \approx \frac{z}{a_* t} = \frac{t_1}{t}, \quad \cos \psi = \frac{x_0}{R_0 + a_* t} \approx \frac{x_0}{a_* t}, \quad t \geq t_1. \quad (9)$$

Напряжения  $\sigma_z$  и ускорение  $\dot{U}$  не равны нулю только в узкой прифронтовой области, поэтому кинематические параметры движения среды и динамические параметры волны рассматриваем как сосредоточенные факторы, которые по мере распространения затухают. За напряжения, скорости и ускорения движения частиц среды принимаем их значения на фронте волны, принимая в выражении  $f(\xi)$  и его производных  $\xi = 0$ ,  $R = R_0 + a_* t$ . На фронте волны  $f(0) = f'(0) = 0$ ,

$$\dot{U} = -a_* \frac{f'' 0}{R}, \quad \ddot{U} = -a_*^2 \left( \frac{f''' 0}{R} + \frac{f'' 0}{R^2} \right),$$

$$\sigma_z = \rho_2 a_*^2 \left[ 1 - 2k_1^2 \cos^2 \psi \frac{f'' 0}{R} \right], \quad \tau_{xz} = k_1^2 \rho_2 a_*^2 \sin 2\psi \frac{f'' 0}{R}, \quad (10)$$

$$f'' 0 = -\frac{\rho_0 R_0}{\rho_2 a_*^2} \left( 1 - \frac{R - R_0}{R_0 + a_* t_0} \right); \quad f''' 0 = \frac{2\alpha \rho_0 R_0}{\rho_2 a_*^2} \left( 1 - \frac{R - R_0}{R_0 + a_* t_0} \right).$$

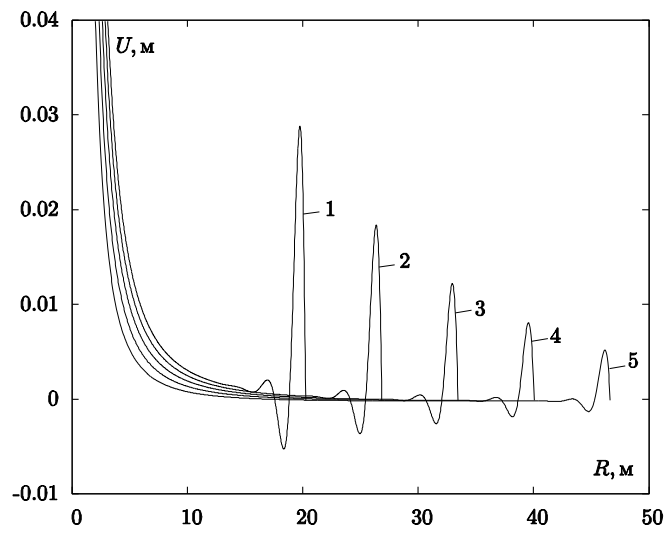


Рис. 2.

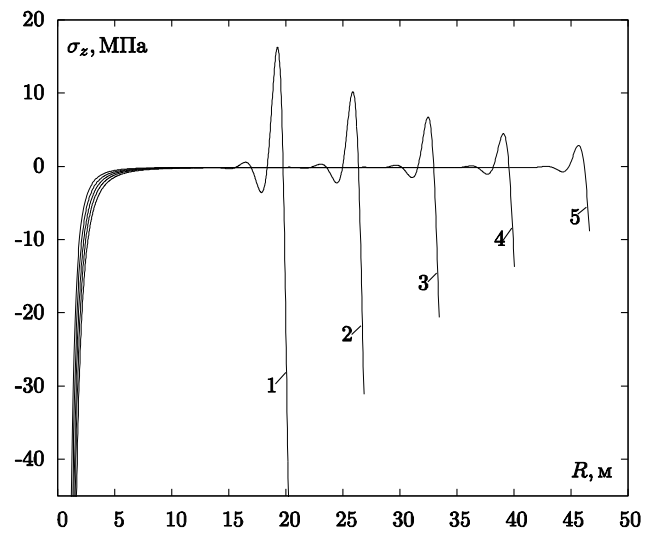


Рис. 3.

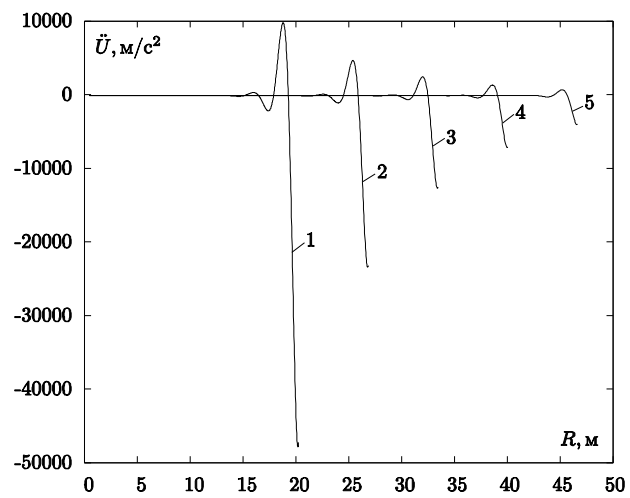


Рис. 4.

При  $t > t_1$  в выражениях (10) с большой точностью можно принять  $R = at$ ,  $R_0 + a_*t_0 \sim a_*t_0$ . В результате получим

$$\dot{U} = \frac{\rho_0 R_0}{\rho_2 a_*^2} \left( \frac{1}{t} - \frac{1}{t_0} \right); \quad \ddot{U} = \frac{\rho_0 R_0}{\rho_2 a_* t} \left[ \left( \frac{1}{a_* t} - 2\alpha \right) \left( 1 - \frac{t}{t_0} \right) - \frac{1}{a_* t_0} \right],$$

$$\sigma_z = -\frac{\rho_0 R_0}{a_*} \left[ 1 - 2k_1^2 \cos^2 \psi \left( \frac{1}{t} - \frac{1}{t_0} \right) \right].$$

В выражении для  $\dot{U}$  при  $t > t_1$  величина  $1/a_*t$  мала по сравнению с  $2\alpha$ , а величина  $1/a_*t_0$  мала по сравнению с первым слагаемым в квадратной скобке. Пренебрегая малыми величинами и используя соотношения (5) и (8), получим

$$\dot{v} = \dot{U} \sin \psi = \frac{\rho_0 R_0 t_1}{\rho_2 a_*^2} \left( \frac{1}{t^2} - \frac{1}{t t_0} \right); \quad \ddot{v} = \ddot{U} \sin \psi = -\frac{2\alpha \rho_0 R_0 t_1}{\rho_2 a_*} \left( \frac{1}{t^2} - \frac{1}{t t_0} \right),$$

$$\sigma_z = -\frac{\rho_0 R_0}{a_*} \left[ 1 - 2k_1^2 + 2k_1^2 \frac{t_1^2}{t^2} \right] \left( \frac{1}{t} - \frac{1}{t_0} \right). \quad (11)$$

Из (11) видно, что движение частиц среды – замедленное.

**3. Давление сейсмической волны на трубопровод.** При обтекании затупленных тел плоским потоком вязкопластической среды впереди тела образуется застойная зона, которая движется как твердое тело вместе с ним [11]. Предельное состояние грунта и сдвиг одной части относительно другой происходит при условии

$$\tau_{np} = c + \sigma \operatorname{tg} \varphi,$$

где  $\tau_{np}$  – предельное касательное напряжение на площадке скольжения,  $c$  – сцепление грунта,  $\varphi$  – угол внутреннего трения грунта,  $\sigma$  – нормальное напряжение на главной площадке. Для несвязных грунтов и грунтов нарушенной структуры  $c = 0$ . Площадки скольжения направлены относительно главных площадок под углом  $45^\circ \pm \varphi/2$ . При обтекании цилиндрического тела возникает сила сопротивления на единицу длины трубопровода [11]

$$\rho_1 = C_a D \rho_2 \dot{v}^2,$$

где  $C_a = K_1 S_e / R_e$  – коэффициент лобового сопротивления,  $S_e = \tau_{np} D / (\mu \dot{v})$  – параметр Сен-Венана,  $R_e = \rho_2 \dot{v} D / \mu$  – число Рейнольдса,  $\mu$  – динамическая вязкость,  $K_1 = 24,75$  – экспериментальный коэффициент, зависящий от формы затупленного тела,  $D$  – диаметр цилиндра. Подставляя значение  $C_a$ , можно получить выражение для  $\rho_1$  в другой форме

$$\rho_1 = K_1 D c + \sigma_z \operatorname{tg} \varphi.$$

В последующем принимаем  $c = 0$ . Если тело движется с ускорением, то возникает также инерционная сила  $\rho_2 = m_1 \ddot{v}$ , где

$$m_1 = \rho_2 S = \rho_2 D^2 \left[ \operatorname{tg} 45 + \varphi/2 - 45 + \varphi/2 \pi/180 \right] / 4,$$

$S$  – площадь сечения застойной зоны, равная разности площади треугольника  $ABC$  и площади сегмента  $ABD$  (заштрихована на рис. 5).

При вертикальном перемещении трубопровода вверх возникает равномерно распределенная сила на

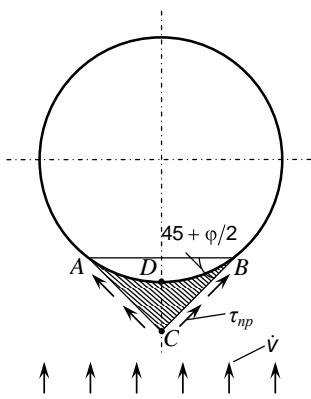


Рис. 5

единицу длины трубопровода. Для несвязных грунтов и грунтов нарушенной структуры [12]

$$\rho_3 = \gamma_2 [D(h - 0.39D) + h^2 \operatorname{tg}(0.7\varphi)].$$

где  $h$  – расстояние от верха засыпки трубы до ее осевой линии (рис. 1).

Сила  $\rho_3$  представляет вес грунта над трубой, который смещается вместе с трубой. Массу этого грунта

$$m_2 = \rho_2 [D(h - 0.39D) + h^2 \operatorname{tg}(0.7\varphi)]$$

рассматриваем как массу, дополнительную к массе трубы. Таким образом, после взрыва, начиная с момента времени  $t > t_1$ , на трубу действует сосредоточенная сила

$$P(x, t) = P_1 + P_2, \quad (12)$$

движущаяся влево и вправо от сечения  $x = 0$  со скоростью  $V(t) = a_* \cos \psi$ . Смещение сосредоточенной силы находим по формуле.

$$x_0 = a_* t \cos \psi = a_* \sqrt{t^2 - t_1^2} \quad (13)$$

После достижения вершиной волны поверхности земли в некоторой области, прилегающей к поверхности, возникает отраженная волна. Согласно элементарной теории распространения и отражения одномерных волн волна сжатия отражается от свободной границы в виде подобной ей волной растяжения и наоборот. Все разновидности рыхлых осадочных пород грунтов у поверхности земли в отличие от скальных пород не воспринимают напряжения растяжения, равны нулю и деформации растяжения. Поэтому за фронтом отраженной волны происходит разгрузка, напряжения приходят к нулю, плотность среды сохраняется, система материальных частиц с начальными скоростями и ускорениями продолжают перемещения вверх. Максимальная высота подъема определяется по формуле  $H_{\max} = (\dot{U}^2 / 2g) \sin^2 \psi$ .

Скоростной кино съемкой зафиксировано куполообразное выпучивание поверхности земли в эпицентре взрыва (подрыв заряда аммонита весом 120 кг на глубине  $l = 7.8$  и  $8.5$  м) [8].

**4. Дифференциальные уравнения движения трубопровода.** Трубопровод моделируем стержнем, и уравнения движения запишем с учетом деформации сдвига и инерции вращения [13]

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + (\rho F + m_2) \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = P(x, t), \quad (14)$$

$$\frac{\partial M}{\partial x} - Q = \rho I \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2},$$

$$Q = KGF \left( \theta - \frac{\partial W}{\partial x} \right), \quad M = EJ \frac{\partial \theta}{\partial x}. \quad (15)$$

Здесь  $Q$ ,  $M$  – поперечная сила и изгибающий момент;  $W$  – прогиб;  $\rho$ ,  $E$ ,  $G$  – плотность, модули упругости и сдвига,  $I$  – полярный момент инерции элемента стержня;  $F$ ,  $J$  – площадь поперечного сечения и осевой момент инерции,  $k$  – коэффициент формы сечения (для прямоугольного сечения  $k = 1.2$ ; для круглого сечения  $k = 1.1$ ). Полный угол поворота равен

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \theta + \beta_*, \quad (16)$$

где  $\theta$ ,  $\beta_*$  – углы поворота, обусловленные изгибающим моментом и поперечной

силой соответственно. Подставляя (15) и (16) в систему (14), получим уравнения, записанные в перемещениях

$$\begin{aligned} KGF \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) + \rho F + m_2 \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} &= \rho(x, t), \\ EJ \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - KGF \left( \theta - \frac{\partial W}{\partial x} \right) - \rho I \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} &= 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Используя безразмерные величины  $\xi = \frac{x}{r}$ ,  $\tau = \frac{c_1 t}{r}$ ,  $w = \frac{W}{r}$  и вводя обозначения  $c_1^2 = \frac{E}{\rho}$ ,  $c_2^2 = \frac{KG}{\rho}$ ,  $r^2 = \frac{J}{F}$ ,  $\gamma = \gamma_* \left( 1 + \frac{m_2}{\rho F} \right)$ ,  $\gamma_* = \frac{c_1^2}{c_2^2}$ , разделим уравнения (17) на  $KGF$ . В результате получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} - \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - \gamma \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} &= -\frac{r \rho(\xi, \tau)}{\rho F c_2^2}, \\ \frac{\partial w}{\partial \xi} - \theta + \gamma_* \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tau^2} \right) &= 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Здесь  $c_1, c_2$  – скорости распространения волн изгиба и сдвига в стержне,  $r$  – радиус инерции,  $\xi$  – безразмерная продольная координата,  $\tau$  – безразмерное время.

Развернутое выражение (12) имеет вид

$$\rho(\tau) = K_1 D \sigma_z(\tau) \operatorname{tg} \phi + m_1 \ddot{v}(\tau), \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_z(\tau) &= \frac{\rho_0 R_0 c_1}{a_* r} \left[ 1 - 2k_1^2 + 2k_1^2 \left( \frac{\tau_1}{\tau} \right)^2 \right] \left( \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_0} \right), \\ \ddot{v}(\tau) &= \frac{2\alpha \rho_0 R_0 c_1}{\rho_2 a_* r} \left( \frac{\tau_1}{\tau} \right) \left( \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_0} \right). \end{aligned}$$

Безразмерное смещение внешней силы и безразмерный изгибающий момент определяем по формулам

$$\xi_0 = \frac{a_*}{c_1} \sqrt{\tau^2 - \tau_1^2} = \frac{a_*}{c_1} \tau \cos \psi = \frac{\tau}{\beta}, \quad \beta = \frac{c_1}{a_* \cos \psi}, \quad m = \frac{Mr}{EJ} = \frac{\partial \theta}{\partial \xi}. \quad (20)$$

Для покоящегося стержня, когда внешняя сила только начинает двигаться, начальное условие имеет вид

$$\text{при } \tau_2 = \tau - \tau_1 = 0 \quad w(\xi, 0) = \theta(\xi, 0) = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial \tau} = \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = 0.$$

Как видно из (19) и (20), внешняя сила является неявной функцией  $\xi_0$ . Выражение  $\rho(\xi, \tau)$  задаем в виде

$$\rho(\xi, \tau) = \rho(\xi_0) \delta(\xi - \xi_0), \quad (21)$$

где  $\delta$  – дельта-функция Дирака, определяемая условием

$$\int_a^b f(\xi) \delta(\xi - x) d\xi = f(x), \quad a \leq x \leq b.$$

Используя соотношения  $\delta(-x) = \delta(x)$ ,  $\delta(ax) = (1/a) \delta(x)$  ( $a > 0$ ) и (20), формулу (21) приводим к виду  $\rho(\xi, \tau) = \rho(\xi_0) \delta(\xi_0 - \tau/\beta) = \beta \rho(\xi_0) \delta(\tau - \beta \xi)$ .

**5. Решение уравнений движения.** К системе (18) применяем преобразование Лапласа по времени

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \bar{w}}{d\xi^2} - \frac{d\bar{\theta}}{d\xi} - \gamma s^2 \bar{w} &= -\frac{\beta \rho(\xi_0)}{\rho F c_2^2} \int_0^\infty e^{-s\tau} \delta(\tau - \xi) \beta d\tau \\ \frac{d\bar{w}}{d\xi} + \gamma_* \frac{d^2 \bar{\theta}}{d\xi^2} - \gamma_* s^2 + 1 \bar{\theta} &= 0 \end{aligned} \quad (22)$$

где  $\bar{w}$  и  $\bar{\theta}$  – изображения функций  $w$  и  $\theta$ . После интегрирования правой части первого уравнения (22) получим

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \bar{w}}{d\xi^2} - \frac{d\bar{\theta}}{d\xi} - \gamma s^2 \bar{w} &= k \gamma_* e^{-\beta s \xi}, \\ \frac{d\bar{w}}{d\xi} + \gamma_* \frac{d^2 \bar{\theta}}{d\xi^2} - \gamma_* s^2 + 1 \bar{\theta} &= 0, \end{aligned} \quad (23)$$

где  $k = -r\beta\rho(\xi_0)/\rho F c_1^2$ . Исключив  $\bar{\theta}$  из системы (23), получим

$$\begin{aligned} \frac{d^4 \bar{w}}{d\xi^4} - \gamma + 1 s^2 \frac{d^2 \bar{w}}{d\xi^2} + \gamma s^2 \left( s^2 + \frac{1}{\gamma_*} \right) \bar{w} &= k f_2 e^{-\beta s \xi}, \\ \bar{\theta} &= \frac{\gamma_*}{\gamma_* s^2 + 1} \left[ \frac{d^3 \bar{w}}{d\xi^3} - \left( \gamma s^2 - \frac{1}{\gamma_*} \right) \frac{d\bar{w}}{d\xi} + k \gamma_* \beta s e^{-\beta s \xi} \right]; \\ f_2 &= \beta^2 - 1 \gamma_* s^2 - 1. \end{aligned} \quad (24)$$

Изгибающий момент определяем по формуле  $m = \frac{d^2 \bar{w}}{d\xi^2} - \gamma s^2 \bar{w} - k \gamma_* e^{-\beta s \xi}$ .

Решение системы (24) имеет вид

$$\begin{aligned} \bar{w} &= A_1 e^{-\lambda_1 \xi} + A_2 e^{-\lambda_2 \xi} + \frac{k f_2 e^{-\beta s \xi}}{b s^2 s^2 + a_1^2}, \\ \bar{\theta} &= \lambda_1^2 - \gamma s^2 \frac{A_1}{-\lambda_1} e^{-\lambda_1 \xi} + \lambda_2^2 - \gamma s^2 \frac{A_2}{-\lambda_2} e^{-\lambda_2 \xi} + \frac{k \beta e^{-\beta s \xi}}{b s s^2 + a_1^2}. \end{aligned}$$

Изгибающий момент равен

$$\bar{m} = \lambda_1^2 - \gamma s^2 A_1 e^{-\lambda_1 \xi} + \lambda_2^2 - \gamma s^2 A_2 e^{-\lambda_2 \xi} - \frac{k \beta^2 e^{-\beta s \xi}}{b s^2 + a_1^2}.$$

Здесь  $b = \beta^2 - \gamma \beta^2 - 1$ ,  $a_1^2 = \gamma / \gamma_* b$ .

Характеристическое уравнение имеет вид

$$\lambda^4 - \gamma + 1 s^2 \lambda^2 + \gamma s^2 \left( s^2 + \frac{1}{\gamma_*} \right) = 0.$$

Корни характеристического уравнения (два из четырех), удовлетворяющие условию затухания  $\bar{w}$  и  $\bar{\theta}$  на бесконечности:

$$\lambda_{1,2} = \sqrt{\frac{\gamma + 1}{2} s} \left[ s \pm \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \sqrt{s^2 - a^2} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad \alpha \beta^2 = \frac{4\gamma}{\gamma_* (\gamma - 1)^2}. \quad (25)$$



Представим (25) в виде  $\lambda_{1,2}^2 = \frac{\gamma+1}{2} s^2 \pm \frac{\gamma-1}{2} s \sqrt{s^2 - a^2}$ . Функция  $\lambda_1^2(s)$  аналитическая в плоскости интегрирования и не равна нулю. Умножим и разделим  $\lambda_2^2$  на  $\lambda_1^2$ . После преобразований имеем

$$\frac{\lambda_2^2 \lambda_1^2}{\lambda_1^2} = \gamma s^2 \left( s^2 + \frac{1}{\gamma_*} \right) \quad (26)$$

Из (25) и (26) следует, что точками ветвления  $\lambda_1$  являются точки  $s=0$ ,  $s=\pm a$ ; точками ветвления  $\lambda_2$  являются точки  $s=0$ ,  $s=\pm a$  и  $s=\pm i/\gamma_*^{1/2} = \pm i a_2$ .

Сечение стержня  $\xi=0$  представляет подвижную заделку, углы поворота и сдвига равны нулю:  $\xi=0$ ;  $\bar{\theta}=0$ ,  $\frac{d\bar{w}}{d\xi} - \bar{\theta}=0$ .

Постоянные интегрирования, удовлетворяющие этим граничным условиям, равны

$$A_1 = \frac{k\beta\gamma_*\lambda_1}{\gamma s \beta^2 - \gamma} \frac{1}{s^2 + a_1^2} \frac{1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \left[ \lambda_2^2 - \gamma s^2 + \frac{\gamma}{\gamma_* \beta^2 - 1} \right];$$

$$A_2 = - \frac{k\beta\gamma_*\lambda_2}{\gamma s \beta^2 - \gamma} \frac{1}{s^2 + a_1^2} \frac{1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \left[ \lambda_1^2 - \gamma s^2 + \frac{\gamma}{\gamma_* \beta^2 - 1} \right].$$

**6. Расчет напряжений в трубопроводе.** Изображение изгибающего момента определяется по формуле

$$\bar{m} = A_1^* e^{-\lambda_1 \xi} + A_2^* e^{-\lambda_2 \xi} + A_3 e^{-\beta \xi}, \quad (27)$$

где

$$A_1^* = \lambda_1^2 - \gamma s^2 \quad A_1 = \frac{k\beta\lambda_1}{2b} \frac{1}{s^2 + a_1^2} \left( \frac{1}{s} + \frac{2\beta^2 - \gamma - 1}{\gamma - 1} \frac{1}{\sqrt{s^2 - a^2}} \right);$$

$$A_2^* = \lambda_2^2 - \gamma s^2 \quad A_2 = + \frac{k\beta\lambda_2}{2b} \frac{1}{s^2 + a_1^2} \left( \frac{1}{s} - \frac{2\beta^2 - \gamma - 1}{\gamma - 1} \frac{1}{\sqrt{s^2 - a^2}} \right);$$

$$A_3 = - \frac{k\beta^2}{b} \frac{1}{s^2 + a_1^2}.$$

Формула обращения имеет вид  $\frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} F(s) e^{\tau_2 s} ds = \begin{cases} f(\tau), & \tau_2 > 0, \\ 0, & \tau_2 < 0. \end{cases}$

В соответствии с (27) запишем

$$m_{\xi, \tau} = \frac{1}{2\pi i} (I_1 + I_2 + I_3). \quad (28)$$

Здесь  $I_1 = \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} A_2^* e^{\tau_2 s - \lambda_2 \xi} ds$ ,  $I_2 = \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} A_1^* e^{\tau_2 s - \lambda_1 \xi} ds$ ,  $I_3 = \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} A_3 e^{\tau_2 - \beta \xi} s ds$ , (29)

Подынтегральные выражения в (29) обладают следующим свойством:

$$s \rightarrow \infty: A_1^*(s) \rightarrow 0, A_2^*(s) \rightarrow 0, A_3(s) \rightarrow 0,$$

при этом  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  стремятся к постоянным значениям  $\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{\lambda_2}{s} = 1$ ;  $\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{\lambda_1}{s} = \sqrt{\gamma}$ .

В любой момент времени  $\tau_2$  интегралы  $I_1$  и  $I_2$  не равны нулю при  $\xi \leq \tau_2$  и  $\xi \leq \tau_2/\sqrt{\gamma}$  соответственно и равны нулю при  $\xi > \tau_2$  и  $\xi > \tau_2/\sqrt{\gamma}$  соответственно. Аналогично  $I_3 \neq 0$  в случае  $\xi < \tau_2/\beta$  и  $I_3 = 0$  в случае  $\xi > \tau_2/\beta$ .

Область распространения возмущения разбивается фронтами волн изгиба и сдвига и сосредоточенной силой  $\rho(\xi_0)$  на три части. Координаты фронтов волн равны  $\xi_1 = \tau_2$ ,  $\xi_2 = \tau_2/\sqrt{\gamma}$ , координата сосредоточенной силы  $\xi_3 = \xi_0 = \tau_2/\beta$ . Вся область  $0 \leq \xi \leq \xi_1$  охвачена волной изгиба, параметры волны изгиба определяются с помощью интеграла  $I_1$ , в интервале  $0 \leq \xi \leq \xi_2$  присутствуют волны изгиба и сдвига, параметры волны сдвига определяются интегралом  $I_2$ . В области  $0 \leq \xi \leq \xi_3$  в дополнение к деформациям изгиба и сдвига возникают деформации, обусловленные действием сосредоточенной силы, которые определяются интегралом  $I_3$ . В интервале  $0 \leq \xi \leq \xi_3$  присутствуют все виды деформации. На рис. 6 показано распределение возмущений вдоль стержня в фиксированный момент времени.

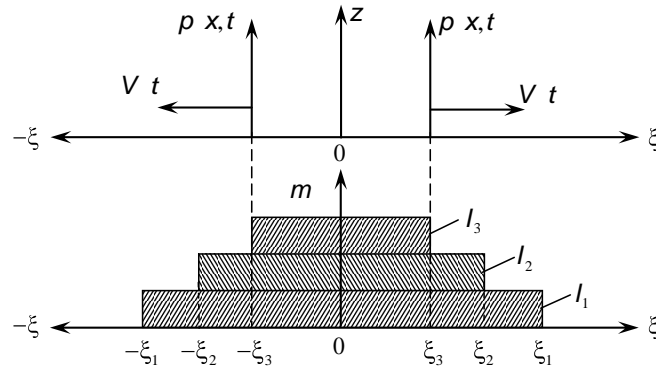


Рис. 6

Для удобства перехода к вещественным интегралам выражения для  $I_1$  и  $I_2$  представим в виде суммы

$$\frac{1}{2\pi i} I_1 = I'_1 + I''_1, \quad \frac{1}{2\pi i} I_2 = I'_2 + I''_2,$$

$$\text{где} \quad I'_1 = \frac{1}{2\pi i} \frac{k\beta}{2b} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{\lambda_2 e^{\tau_2 s - \lambda_2 \xi}}{s^2 + a_1^2} ds, \quad 0 \leq \xi \leq \tau_2,$$

$$I''_1 = -\frac{1}{2\pi i} \frac{k\beta}{2b} \frac{2\beta^2 - \gamma - 1}{\gamma - 1} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{\lambda_2 e^{\tau_2 s - \lambda_2 \xi}}{s^2 + a_1^2 \sqrt{s^2 - a^2}} ds, \quad 0 \leq \xi \leq \tau_2,$$

$$I'_2 = \frac{1}{2\pi i} \frac{k\beta}{2b} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{\lambda_1 e^{\tau_2 s - \lambda_1 \xi}}{s^2 + a_1^2} ds, \quad 0 \leq \xi \leq \frac{\tau_2}{\sqrt{\gamma}},$$

$$I''_2 = \frac{1}{2\pi i} \frac{k\beta}{2b} \frac{2\beta^2 - \gamma - 1}{\gamma - 1} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{\lambda_1 e^{\tau_2 s - \lambda_1 \xi}}{s^2 + a_1^2 \sqrt{s^2 - a^2}} ds, \quad 0 \leq \xi \leq \frac{\tau_2}{\sqrt{\gamma}},$$

$$\frac{1}{2\pi i} I_3 = \frac{1}{2\pi i} \frac{k\beta^2}{b} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{e^{\tau_2 - \beta \xi} s}{s^2 + a_1^2} ds, \quad 0 \leq \xi \leq \frac{\tau_2}{\beta}.$$

В интеграле  $I_1$  подынтегральные функции имеют точки ветвления  $s=0$ ,  $s=\pm a$  и  $s=\pm ia_2$ , в интеграле  $I_2$  – точки ветвления  $s=0$ ,  $s=\pm a$ . Помимо указанных точек ветвления все интегралы  $I_i$  ( $i=1,2,3$ ) имеют простые полюсы в точках  $s=\pm ia_1$ , а интегралы  $I'_1$  и  $I'_2$  – еще полюсы  $s=0$ .

Контурные интегралы преобразуем в вещественные. Контурны интегрирования представлены рис. 7, а – для  $I_1$  и б – для  $I_2$ : 1 – 5 и I – V – противоположные берега пути интегрирования. Комплексные выражения в подынтегральных функциях вычислены с учетом ограничений на их аргументы в зависимости от пути интегрирования и приведены в таблице.

Вычисления проводились по формуле 
$$I = \sum \text{res}(s) - \sum \int_{\gamma_i},$$

где  $\gamma_i$  – пути интегрирования по берегам разреза и дуге окружности бесконечно малого радиуса. При стремлении радиуса окружности к нулю интегралы равны нулю. Все интегралы берутся в положительном направлении.

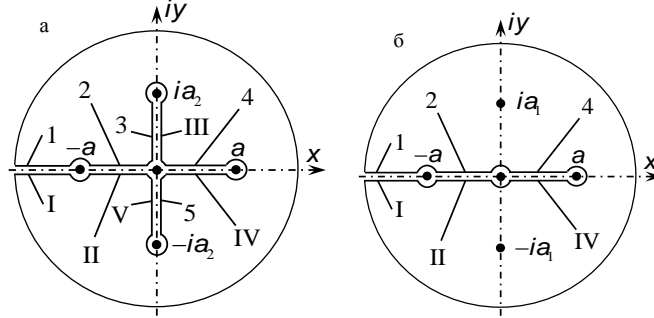


Рис. 7.

После вычислений находим

$$I'_1 = \text{res}(s)_1 - \frac{k\beta}{\pi b} \int_0^a \frac{e^{-\eta_1 \xi} \text{ch } \tau_2 x}{x \sqrt{x^2 + a_1^2}} \eta_2 \cos \eta_2 \xi - \eta_1 \sin \eta_2 \xi \, dx;$$

$$I''_1 = \text{res}(s)_2 - \frac{k\beta}{\pi b} \frac{2\beta^2 - \gamma - 1}{\gamma - 1} \int_0^a \frac{e^{-\eta_1 \xi} \text{ch } \tau_2 x}{x^2 + a_1^2 \sqrt{a^2 - x^2}} \eta_1 \cos \eta_2 \xi + \eta_2 \sin \eta_2 \xi \, dx;$$

$$I'_2 = \text{res}(s)_3 + \frac{k\beta}{\pi b} \int_0^a \frac{e^{-\eta_1 \xi} \text{ch } \tau_2 x}{x \sqrt{x^2 + a_1^2}} \eta_2 \cos \eta_2 \xi - \eta_1 \sin \eta_2 \xi \, dx;$$

$$I''_2 = \text{res}(s)_4 + \frac{k\beta}{\pi b} \frac{2\beta^2 - \gamma - 1}{\gamma - 1} \int_0^a \frac{e^{-\eta_1 \xi} \text{ch } \tau_2 x}{x^2 + a_1^2 \sqrt{a^2 - x^2}} \eta_1 \cos \eta_2 \xi + \eta_2 \sin \eta_2 \xi \, dx;$$

где 
$$\text{res}(s)_1 = -\frac{k\beta}{4\sqrt{2a_1 b}} [\alpha_1 \sin \varepsilon_1 + \alpha_2 f(\xi, \tau)];$$

$$\text{res}(s)_2 = -\frac{k\beta}{4\sqrt{2} b} \frac{2\beta^2 - \gamma - 1}{\gamma - 1} \frac{1}{\sqrt{a_1^2 + a^2}} [\alpha_1 \sin \varepsilon_1 - \alpha_2 f(\xi, \tau)];$$

$$\text{res}(s)_3 = \frac{k\beta}{4\sqrt{2a_1 b}} [\alpha_1 \sin \varepsilon_2 - \alpha_2 f(\xi, \tau)];$$

$$\begin{aligned} \operatorname{res}(\mathbf{s})_4 &= \frac{k\beta}{4\sqrt{2}b} \frac{2\beta^2 - \gamma - 1}{\gamma - 1} \frac{1}{\sqrt{a_1^2 + a^2}} \left[ \alpha_1 \sin \varepsilon_2 + \alpha_2 f_{\xi, \tau} \right]; \\ \alpha_{1,2} &= \sqrt{(\gamma - 1) \sqrt{1 + \frac{a^2}{a_1^2}} \pm \gamma + 1}; \quad \eta_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{2} R \pm R_1}; \quad R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2}; \\ R_1 &= \frac{\gamma + 1}{2} x^2; \quad R_2 = \frac{\gamma - 1}{2} x \sqrt{x^2 - a^2}; \quad \varepsilon_{1,2} = a_1 \left( \tau_2 \pm \frac{\alpha_1 \xi}{\sqrt{2}} \right); \\ f_{\xi, \tau} &= e^{-\frac{\alpha_1 \alpha_2 \xi}{\sqrt{2}}} \cos \alpha_1 \tau_2. \end{aligned}$$

Между интегралами  $I_1$  и  $I_2$  имеют место соотношения

$$I'_1 - \operatorname{res}(\mathbf{s})_1 = -I'_2 - \operatorname{res}(\mathbf{s})_3; \quad \mathcal{J}'_1 - \operatorname{res}(\mathbf{s})_2 = -I''_2 - \operatorname{res}(\mathbf{s})_4.$$

Интеграл  $I_3$  имеет простые полюсы в точках  $\mathbf{s} = \pm i\mathbf{a}$  и равен сумме вычетов в полюсах:

$$\frac{1}{2\pi i} I_3 = \operatorname{res}(\mathbf{s})_5 = -\frac{k\beta^2}{a_1 b} \sin \left[ a_1 \tau_2 - \beta \xi \right], \quad \beta \xi < \tau_2.$$

Заметим, что при составлении таблицы использованы обозначения

$$\bar{R}_1 = \frac{\gamma + 1}{2} y^2; \quad \bar{R}_2 = \frac{\gamma - 1}{2} y \sqrt{a^2 + y^2}.$$

Интегралы по отрезкам контура интегрирования, обозначенным цифрами 1 и I и по всем берегам разреза вдоль мнимой оси взаимно уничтожаются.

В любой заданный момент времени  $\tau_2$  изгибающий момент определяется по формулам

$$\begin{aligned} m_{\xi, \tau} &= \sum_{i=1}^2 \operatorname{res}(\mathbf{s})_i - \mu_1 - \mu_2, \quad \xi_2 \leq \xi \leq \xi_1 = \tau_2; \\ m_{\xi, \tau} &= \sum_{i=1}^4 \operatorname{res}(\mathbf{s})_i, \quad \xi_3 \leq \xi \leq \xi_2 = \tau_2 / \sqrt{\gamma}; \\ m_{\xi, \tau} &= \sum_{i=1}^5 \operatorname{res}(\mathbf{s})_i, \quad 0 \leq \xi \leq \xi_3 = \tau_2 / \beta; \end{aligned} \quad (30)$$

где

$$\mu_1 = \frac{k\beta}{\pi b} \int_0^a \frac{e^{-\eta_1 \xi} \operatorname{ch} \tau_2 x}{x \sqrt{x^2 + a_1^2}} \eta_2 \cos \eta_2 \xi - \eta_1 \sin \eta_2 \xi \, dx;$$

$$\mu_2 = \frac{k\beta}{\pi b} \frac{2\beta^2 - \gamma - 1}{\gamma - 1} \int_0^a \frac{e^{-\eta_1 \xi} \operatorname{ch} \tau_2 x}{x^2 + a_1^2} \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} \eta_1 \cos \eta_2 \xi + \eta_2 \sin \eta_2 \xi \, dx.$$

**7. Определение прогиба трубопровода.** Аналогично (28) выражение прогиба запишем в форме

$$w_{\xi, \tau} = I_4 + I_5 + I_6, \quad (31)$$

где

$$\begin{aligned} I_4 &= \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \mathcal{S}_4 \lambda_2 e^{\tau_2 s - \lambda_2 \xi} ds, \quad I_5 = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \mathcal{S}_3 \lambda_1 e^{\tau_2 s - \lambda_1 \xi} ds, \\ I_6 &= -\frac{k}{2\pi i b} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{f_2 e^{\tau_2 s - \beta \xi s}}{s^2 (s^2 + a_1^2)} ds, \end{aligned}$$

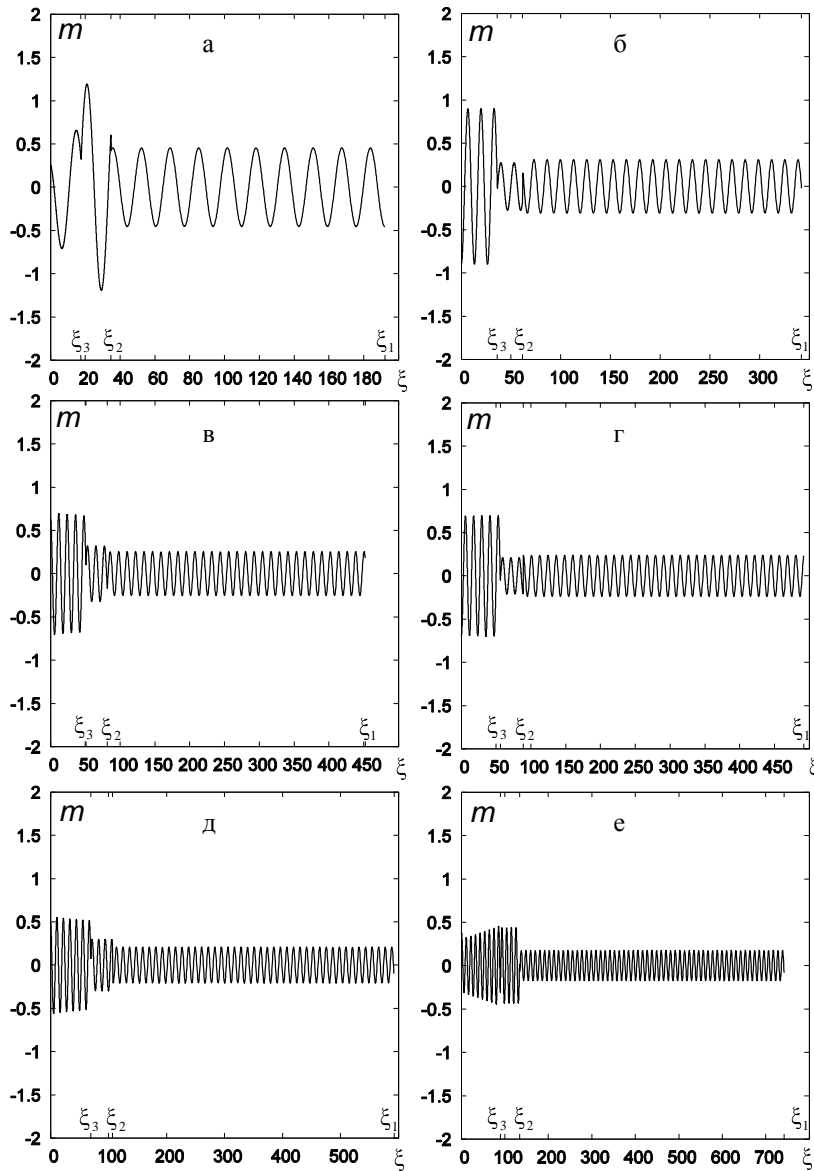


Рис. 8

$$S_{4,5} = \frac{k\beta}{\beta^2 - \gamma} \frac{1}{s^2 + a^2} \left[ \frac{\gamma_*}{2\gamma} \left( \frac{1}{s} \mp \frac{1}{\sqrt{s^2 - a^2}} \right) \pm \frac{1}{\gamma - 1} \frac{1}{\beta^2 - 1} \frac{1}{s^2 \sqrt{s^2 - a^2}} \right].$$

Все подынтегральные функции в (31) имеют простые полюсы в точках  $s = \pm ia_1$ , кроме этого подынтегральная функция в  $I_4$  имеет точки ветвления  $s = 0$ ,  $s = \pm a$ ,  $s = \pm i/\gamma_*^{1/2} = \pm ia_2$  и существенно особую точку в начале координат; в  $I_5$  – точки ветвления  $s = 0$ ,  $s = \pm a$ ; подынтегральная функция в  $I_6$  кроме указанных выше имеет двойной полюс  $s = 0$ .

После вычислений находим

$$I_4 = \text{res}(s)_6; \quad I_5 = \text{res}(s)_7; \quad I_6 = \text{res}(s)_8,$$

где  $\text{res}(s)_6 = \Delta_1 \sin \varepsilon_1 - \Delta_2 f \xi, \tau$ ;  $\text{res}(s)_7 = -\Delta_1 \sin \varepsilon_2 - \Delta_2 f \xi, \tau$ ;

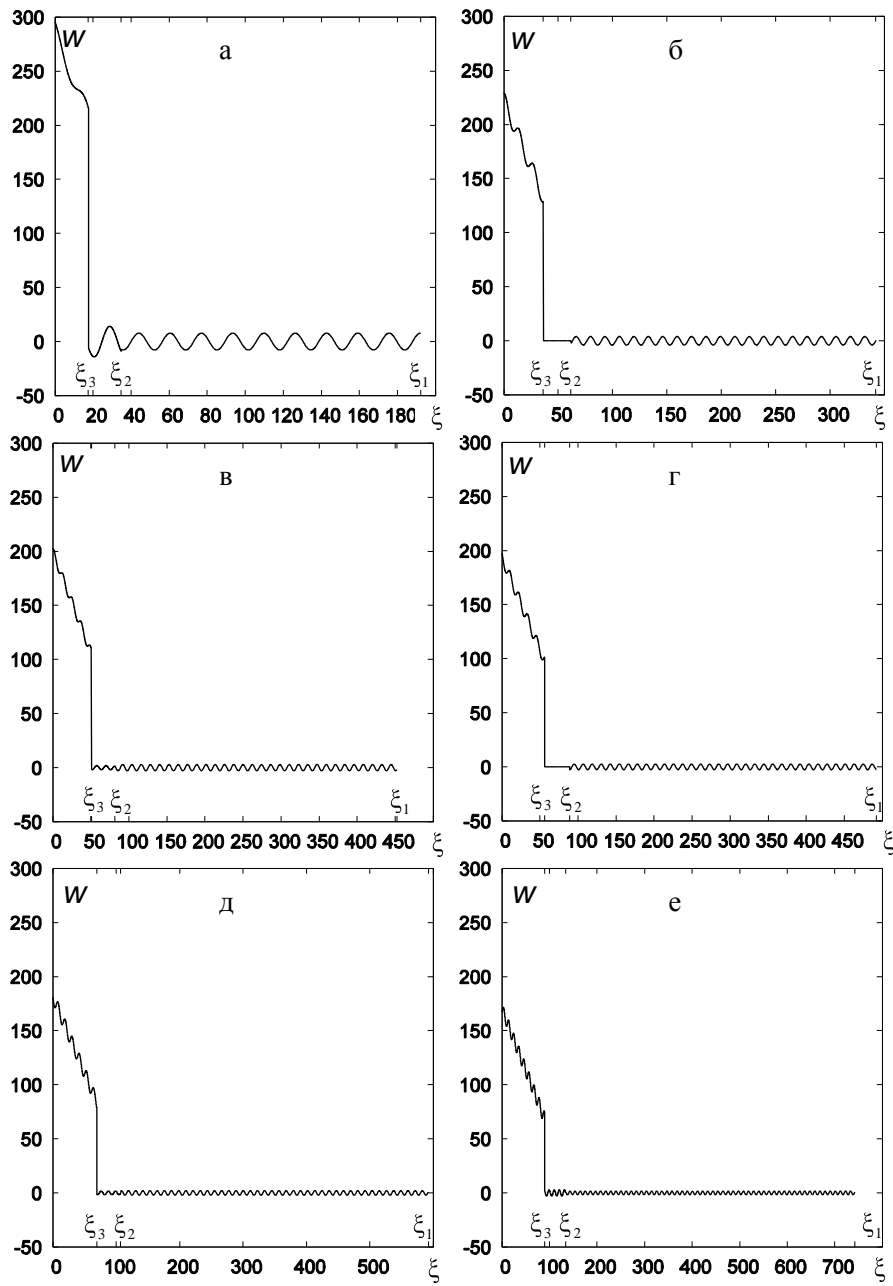


Рис. 9

$$\text{res}(s)_8 = -\frac{k\gamma_*}{\gamma} \left\{ \tau - \beta\xi - \frac{\beta^2}{a_1} \frac{1}{\beta^2 - \gamma} \sin[a_1 \tau - \beta\xi] \right\};$$

$$\Delta_{1,2} = \frac{k\beta\gamma_*\alpha_{1,2}}{2\sqrt{2}\gamma a_1} \left[ \frac{1}{\gamma - 1} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{a^2}{a_1^2}}} \pm \frac{1}{2} \frac{1}{\beta^2 - \gamma} \left( 1 \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{a^2}{a_1^2}}} \right) \right].$$

Заметим, что сумма интегралов по противоположным берегам разреза и всем путям интегрирования взаимно уничтожаются.

Таблица

Путь интегрирования	$s$	$s^2$	$s+a$	$s-a$	$\sqrt{s+a} \sqrt{s-a} = \sqrt{s^2-a^2}$
$\frac{1}{I}$	$ x e^{\pm i\pi}$	$x^2$	$x+a e^{\pm i\pi}$	$x-a e^{\pm i\pi}$	$-\sqrt{x^2-a^2}$
$\frac{2}{II}$	$ x e^{\pm i\pi}$	$x^2$	$a+x e^{\pm i\pi}$	$a-x$	$\pm i\sqrt{a^2-x^2}$
$\frac{4}{IV}$	$x$	$x^2$	$a+x e^{\pm i\pi}$	$a-x e^{\pm i\pi}$	$\pm i\sqrt{a^2-x^2}$
$\frac{3}{III}$	$iy$	$-y^2$	$\sqrt{a^2+y^2} e^{i\pi-\alpha}$	$\sqrt{a^2+y^2} e^{i\alpha}$	$i\sqrt{a^2+y^2}$
$\frac{5}{V}$	$-iy$	$-y^2$	$\sqrt{a^2+y^2} e^{i\alpha}$	$\sqrt{a^2+y^2} e^{-i\pi-\alpha}$	$-i\sqrt{a^2+y^2}$

Путь интегрирования	$s\sqrt{s^2-a^2}$	$\lambda_{1,2}^2$	$\lambda_{1,2}$	Интервал изменения $x, y$
$\frac{1}{I}$	$x\sqrt{x^2-a^2}$	$R_1 \pm R_2$	$\sqrt{R_1 \pm R_2}$	$x \leq -a$
$\frac{2}{II}$	$\mp ix\sqrt{x^2-a^2}$	$R_1 \mp iR_2$	$\eta_1 \mp i\eta_2$	$-a \leq x \leq 0$
$\frac{4}{IV}$	$\pm ix\sqrt{x^2-a^2}$	$R_1 \pm iR_2$	$\eta_1 \pm i\eta_2$	$0 \leq x \leq a$
$\frac{3}{III}$	$-y\sqrt{a^2+y^2}$	$-\bar{R}_1 \mp \bar{R}_2$	$i\sqrt{\bar{R}_1 \pm \bar{R}_2}$	$0 \leq y \leq a_2$
$\frac{5}{V}$	$-y\sqrt{a^2+y^2}$	$-\bar{R}_1 \mp \bar{R}_2$	$i\sqrt{\bar{R}_1 \pm \bar{R}_2}$	$-a_2 \leq y \leq 0$

*Примечание.* Арабские и римские цифры соответствуют отрезкам контура интегрирования на рис.7.

Формулы для расчета прогиба:

$$w_{\xi, \tau} = \begin{cases} \text{res}(\mathbf{s})_6, & \xi_2 \leq \xi \leq \xi_1, \\ \text{res}(\mathbf{s})_6 + \text{res}(\mathbf{s})_7, & \xi_3 \leq \xi \leq \xi_2, \\ \text{res}(\mathbf{s})_6 + \text{res}(\mathbf{s})_7 + \text{res}(\mathbf{s})_8, & 0 \leq \xi \leq \xi_3. \end{cases} \quad (32)$$

**8. Численный пример.** Заряд весом  $C = 30$  кг ( $R_0 = 0,158$  м) взрывается на глубине  $l = z + h$  в песчаном грунте плотностью  $\rho_2 = 1,53 \cdot 10^{-6}$  кг сек<sup>2</sup>/м<sup>4</sup>,  $a_* = 660$  м/с,  $b = 310$  м/с, угол  $\varphi = 30^\circ$ . Трубопровод диаметром  $D = 1$  м с толщиной стенки  $h_0 = 0,01$  м проложен на глубине  $h$  (рис.1),  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $G = 0,8 \cdot 10^5$  МПа,  $\rho = 8$  т/м<sup>3</sup>,  $c_1 = 5 \cdot 10^3$  м/с,  $c_2 = 3,3 \cdot 10^3$  м/с. Принимаем  $z = 150R_0$ ,  $h = 1,5$  м;  $t_0 = 0,1$  с. Расчеты изгибающего момента  $m(\xi, \tau)$  и прогиба  $w(\xi, \tau)$  проводились по формулам (30) и (32). В интегралах  $\mu_1$  и  $\mu_2$  подынтегральные функции являются осциллирующими и в точках  $x = 0$ ,  $x = a$  имеют бесконечные разрывы.

Поэтому начальное значение  $x$  в  $\mu_1$  принималось равным  $\delta$ , верхний предел в интеграле  $\mu_2$  в виде  $a(1 - \delta)$ , где  $\delta = 10^{-15}$ . Вычисление интегралов проводилось методом Симпсона. Определены главные значения несобственных интегралов. Пред фронтом волны сдвига в узкой зоне, не превышающей длины полуволны, происходит всплеск амплитуды изгибающего момента, который перемещается со скоростью  $c_2$ , что объясняется наличием особой точки. В остальной области интегрирования значения интегралов  $\mu_1$  и  $\mu_2$  имеют порядок  $10^{-7}$ .

По результатам расчетов построены графики зависимости  $m(\xi)$  и  $w(\xi)$  в заданные моменты времени (рис.8, 9): а –  $\tau = 700$ ; б –  $\tau = 850$ ; в –  $\tau = 960$ ; г –  $\tau = 1000$ ; д –  $\tau = 1100$ ; е –  $\tau = 1250$ . Для наблюдателя, находящегося в фиксированной точке стержня, графики представляют собой осциллограммы изгибающего момента и прогиба.

Из приведенных данных следует, что в зоне возмущения движение стержня имеет сложный колебательный характер. По мере распространения изгибающий момент убывает и в момент времени  $\tau = \tau_0$  приходит к нулю. Колебания прогиба в интервале  $0 \leq \xi \leq \xi_3$  происходят около деформированного положения  $w = -k \gamma^* / \gamma \tau - \beta \xi$ , в области  $\xi_3 \leq \xi \leq \xi_1$  – около начального положения.

#### Л и т е р а т у р а

1. Баум Ф.А. Физика взрыва/ Баум Ф.А., Станюкович К.П., Шехтер Б.И. М.: Наука, 1959. – 806 с.
2. Рыков Г.В. Экспериментальное исследование поля напряжений при взрыве в песчаном грунте// ПМТФ, 1964, №1. – С. 85-89.
3. Станюкович К.П. Неустановившиеся движения сплошной среды. –М.: Наука, 1971. – 854 с.
4. Ромашов А.Н., Родионов В.Н., Сухотин А.П. Взрыв в уплотняющейся неограниченной среде// Доклады АН СССР, 1958, т. 123, № 4. – С. 627-630.
5. Компанеец А.С. Ударные волны в пластической уплотняющейся среде// Доклады АН СССР, 1956, т. 109, №1. – С. 49-52.
6. Зволинский Н.В. Об изменении упругой волны при сферическом взрыве в грунте// ПММ, 1960, т. 24, в. 1. – С. 126-133.
7. Броберг К.В. Ударные волны в упругой и упругопластической среде. –М.: Наука, 1959.
8. Харин Д.А. Колебания грунта при камуфлетных взрывах// Тр. Ин-та физ. земли АН СССР/ Кузьмина Н.В., Данилова Т.И. 1965, № 36 (203). – С. 137-153.
9. Ghosh M.L. On the propagation of spherical waves due to large underground explosion// Pure and Appl. Physics, 1969, 72, №1. – PP.22-34.
10. Ляв А. Математическая теория упругости. – М.: Изд-во ОНТИ, 1935.
11. Булина Н.Г., Мясников А.П., Савин В.Г. Экспериментальное исследование обтекание затупленных тел плоским потоком вязкопластической среды// ПМТФ, №5. – С. 127-131.
12. Айнбиндер А.Б. Расчет магистральных трубопроводов на прочность и устойчивость/ А.Б. Айнбиндер, А.Г. Камерштейн. – М.: Недра, 1982. – 342 с.
13. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле/ С.П. Тимошенко, Д.Х. Янг, У. Уивер. –М.: Наука, 1985.

### THE ACTION OF SEISMIC WAVES ON THE TRUNK PIPELINE

R.G. Yakupov, D.M. Zaripov

The action is considered on the trunk pipeline seismic wave as result of detonation of the explosive in the ground. The tensions in pipeline on depending of explosive amount and of explosive profundity are determined. The diagrams are showed.

KEY WORDS: pipeline, seismic wave, detonation of the explosive in the ground.