

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ УСИЛИВАЕМЫХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ**

М.Н. УБАЙДУЛЛОЕВ, *канд. техн. наук, доцент*  
М. Н. СЕРАЗУТДИНОВ, *д-р физ.-мат. наук, профессор*  
*Казанский национальный исследовательский технологический университет,*  
*420015, Казань, ул. К. Маркса, 68, [office@kstu.ru](mailto:office@kstu.ru)*

*Излагается вариационный метод расчета нагруженных стержневых систем усиливаемых способами увеличения сечения элементов и изменением расчетной схемы конструкций. С учетом пластических деформаций исследовались вопросы влияния ремонтных и монтажных напряжений на степень повышения несущей способности усиливаемых статически неопределимых конструкций.*

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** усиление конструкций, ремонтные напряжения, монтажные напряжения, вариационный метод, упругопластические деформации.

Реконструкция и техническое перевооружение промышленных предприятий, приводят в большинстве случаев к увеличению эксплуатационных нагрузок. Это вызывает потребность в увеличении несущей способности сооружений.

Определению несущей способности усиливаемых нагруженных конструкций посвящены работы [1-3]. В отмеченных публикациях, особенности прочности и деформирования конструкций, усиливаемых в напряжённом состоянии, изучались, в основном, для элементов, имеющих, как правило, простейшие формы поперечного сечения.

Различные вопросы усиления и деформирования нагруженных стальных конструкций рассмотрены в монографии [4]. В этой работе отмечается, что изложенные в нём, методики по расчету усиленных под нагрузкой стержневых систем, можно рассматривать лишь как первое приближение, нуждающееся в дополнительной проверке с помощью численных методов расчета.

В настоящее время существующие коммерческие компьютерные программы, используемые для расчетов, не учитывают некоторые особенности, возникающие при моделировании напряженно-деформированного состояния конструкций, усиленных под нагрузкой.

Указанные факторы определяют необходимость применения специальных разработок по методам расчета усиленных конструкций.

В данной статье излагается метод расчета усиливаемых статически неопределимых конструкций с учетом напряжений действующих в период усиления. В отличие от [5, 6] здесь рассматривается вариационный метод расчета стержневых систем усиливаемых как способами увеличения сечения элементов, так и изменением конструктивной и расчетной схемы конструкций. С учетом пластических деформаций исследуются вопросы влияния ремонтных и монтажных напряжений на степень повышения несущей способности усиливаемых стержневых систем.

Особенности работы усиленных под нагрузкой элементов рассмотрим на примере усиления сжато – изогнутого стержня, находящегося под воздействием изгибающего момента  $M^P$  и продольной силы  $N^P$  и имеющего начальный прогиб  $f(x)$  (рис. 1). В сечении основного элемента 1 действуют ремонтные напряжения  $\sigma_x^P$  (рис. 2,б). При усилении элемента способом увеличения сечений к деформированному стержневому элементу 1 присоединяется прямолинейный усиливающий стержень 2 (рис. 1,а). Для обеспечения прилегания стержни 1 и 2 прижимаются друг к другу с помощью специальных стяжных устройств (струбины, хомуты, различные стяжки). От действия монтажных сил  $F_j^M$ , возникающих при прижатии стержней, элементы усиления изгибаются (рис. 1,б), зазор  $f(x)$  между ними устраняется. При этом, от воздействия сил  $F_j^M$ , в конструкции возникают дополнительные (монтажные) напряжения  $\sigma_x^M$  (рис. 2,в). При нагружении конструкции дополнительными эксплуатационными силами в сечениях усиленного элемента возникают дополнительные напряжения  $\Delta\sigma_x$  (рис. 2,г). В случае возникновения только упругих деформаций значения  $\sigma_x^P$ ,  $\sigma_x^M$  и  $\Delta\sigma_x$

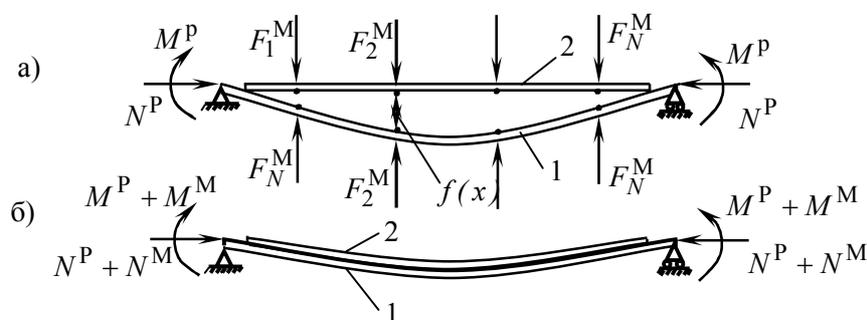


Рис. 1. Расчетная схема к определению монтажных сил

складываются, т.е.  $\sigma_x^y = \sigma_x^p + \sigma_x^m + \Delta\sigma_x$  (рис. 2,д). При увеличении эксплуатационных нагрузок напряжения на одной из граней усиленного сечения достигнут величины предела текучести  $\sigma_T$ , затем в сечении возникает зона текучести высотой  $a$ . В этом случае при определении результирующих напряжений нельзя применить принцип суперпозиции. При возникновении пластических деформаций, произойдет перераспределение напряжений.

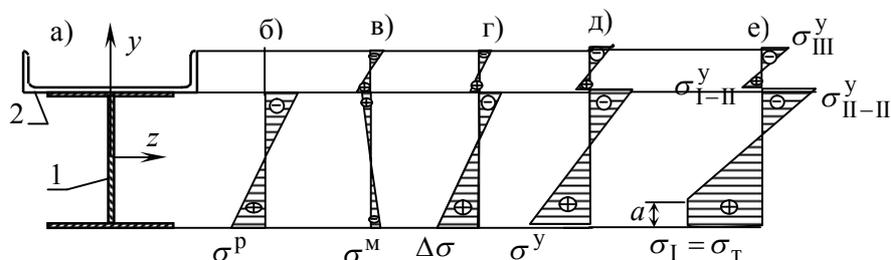


Рис. 2. Напряжения в поперечных сечениях стержней

В рассматриваемой задаче неизвестными величинами являются значения монтажных сил  $F_j^M$ , значения напряжений  $\sigma_I^y$ ,  $\sigma_{I-II}^y$ ,  $\sigma_{II-II}^y$ ,  $\sigma_{III}^y$ , а также высота зоны пластических деформаций  $a$  (рис. 2,е).

Таким образом, для оценки напряженно деформированного состояния конструкции необходимо учесть наличие в некоторой области ремонтных напряжений, присоединения дополнительных элементов и возникновения монтажных напряжений. Последовательность расчетов по определению напряженно деформированного состояния усиливаемой конструкции следующая:

- Расчет напряженно – деформированного состояния исходной упругой стержневой системы при действии ремонтных нагрузок;
- Определение сил, возникающих при монтаже элементов усиления с учетом наличия ремонтных нагрузок, ремонтных напряжений и деформаций;
- Вычисление значения монтажных напряжений с учетом действия ремонтных нагрузок и монтажных сил;
- Введение в расчетную схему конструкции дополнительных стержневых элементов, моделирующие соединение прижатых друг к другу стержней на болтах;
- Введение дополнительных конструктивных элементов путем изменения расчетной схемы конструкции (при необходимости);
- Определение напряженно – деформированного состояния конструкции после усиления, при действии эксплуатационных нагрузок, с учетом ремонтных и монтажных напряжений, присоединения дополнительных элементов.

Для решения задачи использовался вариационный метод.

Используется основные допущения и соотношения теории стержней с учетом сдвигов [7]. Полагалось, что в период усиления в конструкции возникают только упругие деформации.

Вариационное уравнение Лагранжа при действии ремонтных нагрузок представляется в следующем виде:

$$\delta U - \delta W = 0, \quad (1)$$

где  $\delta U$  – вариация потенциальной энергии деформации стержневой системы;  $\delta W$  – вариация работы внешних сил.

Для определения перемещений стержневой системы на основе условия (1), используется методика, изложенная в статье [8].

На первом этапе расчетов, при определении напряженно- деформированного состояния исходной упругой стержневой системы, в случае действия ремонтных нагрузок полагается

$$\delta U = \int_{l_C} \iint_{A^p} (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \tau_y \delta \gamma_{xy} + \tau_z \delta \gamma_{xz}) dA dl$$

$$\delta W = \int_{l_q} (\tilde{q}_1^p \delta \tilde{u}_1 + \tilde{q}_2^p \delta \tilde{u}_2 + \tilde{q}_3^p \delta \tilde{u}_3) dl + \sum_n (\tilde{F}_{1n}^p \delta \tilde{u}_1(x_n) + \tilde{F}_{2n}^p \delta \tilde{u}_2(x_n) + \tilde{F}_{3n}^p \delta \tilde{u}_3(x_n)) + \sum_k (\tilde{M}_{1k}^p \tilde{\varphi}_{1k}(x_k) + \tilde{M}_{2k}^p \tilde{\varphi}_{2k}(x_k) + \tilde{M}_{3k}^p \tilde{\varphi}_{3k}(x_k)). \quad (2)$$

Здесь  $l_C, A^p$  – длина и площадь поперечных сечений стержней усиливаемой системы;  $\tilde{q}_1^p, \tilde{q}_2^p, \tilde{q}_3^p, \tilde{F}_{1n}^p, \tilde{F}_{2n}^p, \tilde{F}_{3n}^p, \tilde{M}_{1k}^p, \tilde{M}_{2k}^p, \tilde{M}_{3k}^p$  – распределенные нагрузки, сосредоточенные силы и моменты, действующие во время ремонта. Деформации  $\varepsilon_x, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}$ , возникающие в поперечных сечениях стержней, определяются соотношениями, приведенными в [5].

С использованием выражений (2), определяются перемещения стержней, Затем, подсчитываются деформации  $\varepsilon_x, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}$  и напряжения  $\sigma_x^p, \tau_{xy}^p, \tau_{xz}^p$ , возникающие в конструкции при ремонте.

При вычислении монтажных сил полагаем, что усиливаемый стержень искривлен, поэтому между усиливаемым и усиливающим элементами имеется зазор  $f(x)$ . Для устранения этого зазора к стержням прикладываются  $N_F$  пар сосредоточенных сил  $F_j^M$  ( $j=1,2,\dots,N_F$ ), действующих перпендикулярно к линии  $AB$ , в точках с координатами  $x_j$  (рис. 1,а).

Обозначим через  $f_i$  – расстояние между точками в паре с номером  $i$  ( $i=1,2,\dots,N_T$ ),  $\Delta w_{ij}^1$  – изменение расстояния между точками в паре с номером  $i$  при действии единичных сил  $F_j^M = 1$  ( $j=1,2,\dots,N_F$ ). В случае действия всей системы сил  $F_j^M$ , изменения расстояния между стержнями в выбранных точках

$$w_i = \sum_{j=1}^{N_F} \Delta w_{ij}^1 F_j^M, \quad i = \overline{1, N_T}. \quad (3)$$

Нужно найти такие значения  $F_j^M$ , чтобы выполнялось условие

$$w_i = f_i, \quad i = \overline{1, N_T}. \quad (4)$$

Таким образом, сближающие стержни монтажные силы считаются сосредоточенными силами  $F_j^M = 1$  ( $j=1,2,\dots,N_F$ ). Условие сближения стержней имеет вид (4). Перемещения точек в направлении перпендикулярном к линии  $AB$  (рис. 1в), определяются по формуле (3). Величины  $F_j^M$  должны быть такие, чтобы выполнялись условия (4).

Для нахождения  $F_j^M$ , после подставки выражения  $w_i$  в виде (3) в равенство (4), получается система алгебраических уравнений

$$\sum_{j=1}^{N_F} \Delta w_{ij}^1 F_j^M = f_i, \quad i = \overline{1, N_T}. \quad (5)$$

В результате действия сил  $F_j^M$  указанные стержни сблизятся и в деформируемой конструкции возникнут дополнительные (монтажные) напряжения, связанные с монтажом усиливаемых элементов.

Изменение расстояний между точками  $\Delta w_{ij}^1$ , в паре с номером  $i$ , при действии единичных сил  $\tilde{F}_j^M = 1$  ( $j = 1, 2, \dots, N_F$ ), определяется из условия (1) по методике, изложенное в [6]. Затем решая систему алгебраических уравнений (5), находят величины монтажных сил  $\tilde{F}_j^M$ .

На следующем этапе вычисляются монтажные напряжения  $\sigma_x^M$ ,  $\tau_{xy}^M$ ,  $\tau_{xz}^M$ . При этом учитывается действия ремонтных нагрузок и монтажных сил, а также, наличие ремонтных напряжений  $\sigma_x^P$ ,  $\tau_{xy}^P$ ,  $\tau_{xz}^P$ . Расчеты проводятся также вариационным методом на основе уравнения (1), при записи которого, используются следующие выражения

$$\begin{aligned} \delta U = & \int_{l_C} \iint_{A^P} (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \tau_y \delta \gamma_{xy} + \tau_z \delta \gamma_{xz}) dA dl + \int_{l^{УСМ}} \iint_{A^{УСМ}} (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \tau_y \delta \gamma_{xy} + \tau_z \delta \gamma_{xz}) dA dl + \\ & + \int_{l_C} \iint_{A^P} (\sigma_x^P \delta \varepsilon_x + \tau_{xy}^P \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz}^P \delta \gamma_{xz}) dA dl, \\ \delta W = & \int_{l_q} (\tilde{q}_1^P \delta \tilde{u}_1 + \tilde{q}_2^P \delta \tilde{u}_2 + \tilde{q}_3^P \delta \tilde{u}_3) dl + \sum_n (\tilde{F}_{1n}^P \delta \tilde{u}_1(x_n) + \tilde{F}_{2n}^P \delta \tilde{u}_2(x_i) + \\ & + \tilde{F}_{3n}^P \delta \tilde{u}_3(x_n)) + \sum_k (\tilde{M}_{1k}^P \tilde{\varphi}_{1k}(x_k) + \tilde{M}_{2k}^P \tilde{\varphi}_{2k}(x_k) + \tilde{M}_{3k}^P \tilde{\varphi}_{3k}(x_k)) + \\ & + \sum_j^{N_F} (\tilde{F}_j^M \delta \tilde{u}_1(x_j) + \tilde{F}_j^M \delta \tilde{u}_2(x_j) + \tilde{F}_j^M \delta \tilde{u}_3(x_j)), \end{aligned}$$

где  $l^{УСМ}$ ,  $A^{УСМ}$  - длина и площадь поперечных сечений усиливающих стержней, при подсоединении которых возникают монтажные напряжения.

На последнем этапе, стяжные устройства убираются. Рассчитывается действие на конструкцию эксплуатационных нагрузок. Следовательно, для проведения расчетов, в расчетной схеме нужно убрать монтажные силы  $\tilde{F}_j^M$  и ввести дополнительные стержневые элементы, моделирующие соединение прижатых друг к другу стержней болтами. Также, при необходимости, для увеличения жесткости стержневой системы вводятся новые стержневые элементы, т.е. изменяется расчетная схема конструкции.

Напряженно-деформированное состояние конструкции после усиления определяется с учетом действия эксплуатационных нагрузок, наличия ремонтных  $\sigma_x^P$ ,  $\tau_{xy}^P$ ,  $\tau_{xz}^P$  и монтажных  $\sigma_x^M$ ,  $\tau_{xy}^M$ ,  $\tau_{xz}^M$  напряжений. Также следует учитывать, что вводятся дополнительные элементы, моделирующие соединение прижатых друг к другу стержней болтами и новые стержни, которые изменяют расчетную схему усиливаемой конструкции.

После усиления, при действии дополнительной эксплуатационной нагрузки допускается возникновение упругопластических деформаций в материале усиливаемой конструкции. В этом случае для описания напряженно – деформированного состояния стержневой системы используется теория идеально пластического тела. В тех точках стержня, где возникают упругие деформации, зави-

симось между напряженными деформациями описывается законом Гука, а в точках, где возникают пластические деформации, согласно критерию пластичности Губера – Мизеса, считается  $\sigma_i^y = \sigma_T$ , где

$$\sigma_i^y = \sqrt{\sigma_x^{y2} + 3\left(\tau_{xy}^y^2 + \tau_{xz}^y^2\right)}.$$

Здесь  $\sigma_i^y$  - интенсивность нормальных напряжений после усиления;  $\tau_{xy}^y, \tau_{xz}^y$  - касательные напряжения, действующие в сечении усиленного элемента.

Для определения перемещений элементов стержневой системы после усиления используется вариационное уравнение Лагранжа в виде

$$\delta U_{\text{упр}} + \delta U_{\text{пл}} - \delta W = 0. \quad (6)$$

Здесь  $\delta U_{\text{упр}}$  - вариация потенциальной энергии деформации стержневой системы в зоне упругих деформаций;  $\delta U_{\text{пл}}$  - вариация потенциальной энергии в зоне пластических деформаций. Выражения  $\delta U_{\text{упр}}, \delta U_{\text{пл}}$  в этом случае записывается с учетом напряжений  $\sigma_x^p, \sigma_x^m$  действующих в период усиления

$$\begin{aligned} \delta U_{\text{упр}} = & \int_{l_{\text{упр}}} \left[ \iint_{A^p} (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA + \right. \\ & \left. + \iint_{A^p} \left( (\sigma_x^p + \sigma_x^m) \delta \varepsilon_x + (\tau_{xy}^p + \tau_{xy}^m) \delta \gamma_{xy} + (\tau_{xz}^p + \tau_{xz}^m) \delta \gamma_{xz} \right) dA \right] dl + \\ & + \int_{l_{\text{упр}}^{\text{усм}}} \left[ \iint_{A^{\text{усм}}} (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA + \iint_{A^{\text{усм}}} (\sigma_x^m \delta \varepsilon_x + \tau_{xy}^m \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz}^m \delta \gamma_{xz}) dA \right] dl + \\ & + \int_{l_{A^B}^B} \left[ \iint_{A^B} (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA \right] dl + \int_{l_{\text{упр}}^{\text{усд}}} \left[ \iint_{A_{\text{упр}}^{\text{усд}}} (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA + \right. \\ & \left. + \iint_{A_{\text{упр}}^{\text{усд}}} (\sigma_x^m \delta \varepsilon_x + \tau_{xy}^m \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz}^m \delta \gamma_{xz}) dA \right] dl; \quad (7) \\ \delta U_{\text{пл}} = & \int_{l_{\text{пл}}} \left[ \iint_{A_{\text{упр}}^p} (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA + \right. \\ & \left. + \iint_{A_{\text{упр}}^p} \left( (\sigma_x^p + \sigma_x^m) \delta \varepsilon_x + (\tau_{xy}^p + \tau_{xy}^m) \delta \gamma_{xy} + (\tau_{xz}^p + \tau_{xz}^m) \delta \gamma_{xz} \right) dA + \right. \\ & \left. + \iint_{A_{\text{пл}}^p} (\sigma_x^* \delta \varepsilon_x + \tau_{xy}^* \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz}^* \delta \gamma_{xz}) dA \right] dl + \int_{l_{\text{пл}}^{\text{усм}}} \left[ \iint_{A_{\text{упр}}^{\text{усм}}} (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA + \right. \\ & \left. + \iint_{A_{\text{упр}}^{\text{усм}}} (\sigma_x^m \delta \varepsilon_x + \tau_{xy}^m \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz}^m \delta \gamma_{xz}) dA + \iint_{A_{\text{пл}}^{\text{усм}}} (\sigma_x^* \delta \varepsilon_x + \tau_{xy}^* \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz}^* \delta \gamma_{xz}) dA \right] dl + \\ & + \int_{l_{\text{пл}}^{\text{усд}}} \left[ \iint_{A_{\text{упр}}^{\text{усд}}} (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA + \iint_{A_{\text{упр}}^{\text{усд}}} (\sigma_x^m \delta \varepsilon_x + \tau_{xy}^m \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz}^m \delta \gamma_{xz}) dA + \right. \\ & \left. + \iint_{A_{\text{пл}}^{\text{усд}}} (\sigma_x^* \delta \varepsilon_x + \tau_{xy}^* \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz}^* \delta \gamma_{xz}) dA \right] dl. \end{aligned}$$

В выражениях (7)  $l_{\text{упр}}, l_{\text{пл}}$  - длины зон упругих и упругопластических деформаций основных элементов стержневой системы;  $l_{\text{упр}}^{\text{усд}}, l_{\text{пл}}^{\text{усд}}$  - то же, допол-

нительных стержней;  $A_{\text{упр}}^P$ ,  $A_{\text{пл}}^P$  - площади областей упругих и пластических деформаций поперечных сечений основных стержней;  $A_{\text{упр}}^{\text{усд}}$ ,  $A_{\text{пл}}^{\text{усд}}$  - то же, для дополнительных усиливающих стержней;  $l_B$ ,  $A^B$  - длина и площадь поперечных сечений стержневых элементов, моделирующих соединение прижатых друг к другу стержней болтами;  $\sigma_x^*$ ,  $\tau_{xy}^*$ ,  $\tau_{xz}^*$  - нормальные и касательные напряжения, возникающие в зоне пластических деформаций.

Напряжения, действующие в области пластических деформаций сечений стержней

$$\sigma_x^* = \sigma_x^y / K, \quad \tau_{xy}^* = \tau_{xy}^y / K, \quad \tau_{xz}^* = \tau_{xz}^y / K, \quad \text{где } K = \sigma_i^y / \sigma_T.$$

Вариация работы внешних сил имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \delta W = & \int_{l_q} (\tilde{q}_1^y \delta \tilde{u}_1 + \tilde{q}_2^y \delta \tilde{u}_2 + \tilde{q}_3^y \delta \tilde{u}_3) dl + \sum_i (\tilde{F}_{1i}^y \delta \tilde{u}_1(x_i) + \tilde{F}_{2i}^y \delta \tilde{u}_2(x_i) + \\ & + \tilde{F}_{3i}^y \delta \tilde{u}_3(x_i)) + \sum_k (\tilde{M}_{1k}^y \tilde{\varphi}_{1k}(x_k) + \tilde{M}_{2k}^y \tilde{\varphi}_{2k}(x_k) + \tilde{M}_{3k}^y \tilde{\varphi}_{3k}(x_k)). \end{aligned}$$

Здесь интенсивности внешних распределенных нагрузок  $\tilde{q}_1^y$ ,  $\tilde{q}_2^y$ ,  $\tilde{q}_3^y$ , проекции сосредоточенных сил  $\tilde{F}_{1i}^y$ ,  $\tilde{F}_{2i}^y$ ,  $\tilde{F}_{3i}^y$ , внешние сосредоточенные моменты  $\tilde{M}_{1k}^y$ ,  $\tilde{M}_{2k}^y$ ,  $\tilde{M}_{3k}^y$  относительно осей координат вычисляются по формулам, приведенным в [5].

Для вычисления интегралов, которые содержатся в уравнениях (1) и (6), используется численное интегрирование с использованием формулы Гаусса. Интегрирование проводится по длине стержней и по площади их поперечных сечений, согласно методике, описанное в [5].

Размер области пластических деформаций в стержнях определяется итерационным методом. На первой итерации деформации считаются упругими ( $A_{\text{пл}}^y = 0$ ), а на последующих итерациях, в каждой точке интегрирования ( $y_j, z_j$ ) проверяется выполнение условия  $\sigma_{ij}^y < \sigma_T$ .

При выполнении этого условия  $A_{\text{пл}} = 0$ , а если данное условие не выполняется, то нужно находить  $A_{\text{пл}}$ . Итерационный процесс заканчивается при выполнении условия  $\left( \left| M^{(n)} - M^{(n+1)} \right| / M^{(n+1)} \right) \cdot 100\% \leq \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  - заданная величина погрешности,  $M^{(n)}$  и  $M^{(n+1)}$  - наибольшие изгибающие моменты в сечениях элементов стержневой системы после усиления на шаге ( $n$ ) и ( $n+1$ ).

Показателем эффективности усиления эксплуатируемых сооружений, как известно [1], является величина  $\theta$ , равная отношению несущей способности усиленного сооружения  $S^y$  к той несущей способности  $S$ , которой оно обладало до усиления  $\theta = S^y / S$ .

Для изучения вопроса о влиянии ремонтных и монтажных напряжений, на эффективность усиления стержневой статически неопределимой конструкции рассмотрим пример усиления рамной конструкции, приведенной на рис. 3,а, способом увеличения стойки 2 рамы и введением дополнительных стержневых элементов 6 (изменением расчетной схемы конструкции). Сечение основных

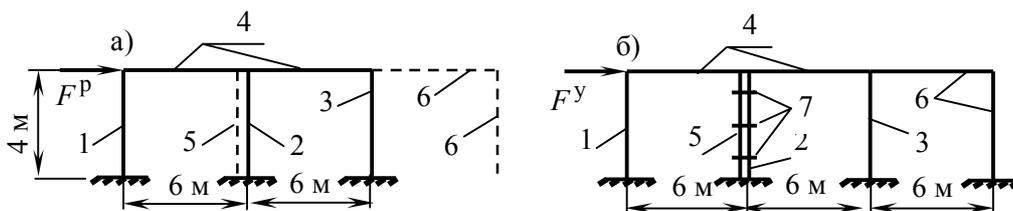


Рис. 3. Расчетная схема рамы: а) до усиления; б) после усиления

элементов рамы (стержни 1, 2, 3, 4), усиливающего элемента 5 и дополнительных усиливающих стержней 6 – двутавр № 33. Расчеты производились при размере зоны пластических деформаций в лимитирующем сечении рамной конструкции  $A_{пл}^y = 0.0005A^P$ .

Под действием ремонтных нагрузок  $F^P$  вначале выполняется усиление стойки 2 способом увеличения сечения. В этом случае сечение наращиваемой стойки увеличивается в два раза. Усиливающий элемент задается в виде отдельного стержня 5. Основной стержень второй стойки 2 и усиливающий элемент 5 присоединяют монтажными элементами 7 (рис. 3б). Затем вводятся дополнительные усиливающие стержни 6. При этом в основных элементах рамы (стержни 1, 2, 3, 4) действуют напряжения  $\sigma^P + \sigma^M$ . В элементе усиления 5 возникают только монтажные напряжения  $\sigma^M$ , а усиливающие дополнительные стержни 6 свободны от напряжений и будут участвовать на восприятие напряжений только от действия добавочных эксплуатационных нагрузок  $\Delta F$ . Усиление рамной конструкции осуществлялось при разных уровнях относительных ремонтных напряжений  $\nu = \sigma^P / R$ , где  $R$  - расчетное сопротивление материала. По результатам расчетов получены графики зависимости показателя эффективности усиления  $\theta$  от уровня ремонтных напряжений  $\nu$  (рис. 4). На графиках пунктирные линии получены при расчете усиленной рамной конструкции с учетом пластических деформаций. Сплошные линии соответствуют случаю усиления рамы при возникновении только упругих деформаций. Представленные графики показывают, что при учете пластических деформаций эффективность усиления получается значительно больше.

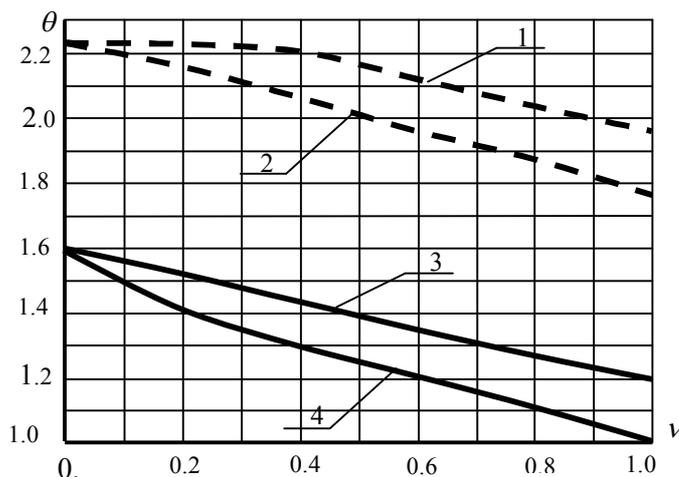


Рис. 4. Графики зависимости  $\theta = f(\nu)$

В рассмотренном примере графики 1 и 3 получены при расчете усиливаемой рамы с учетом влияния монтажных напряжений, а линии 2 и 4 соответст-

вуют случаю расчета без учета монтажных сил. Как видно из сравнения графиков 1 и 2 (или 3 и 4) учет монтажных сил привело к разгрузке усиливаемой рамной конструкции. Эффективность усиления конструкции при учете монтажных сил получилось больше по сравнению со случаем, когда монтажные напряжения в расчетах не учитываются.

#### Л и т е р а т у р а

1. Будин, А.Я. Усиление портовых сооружений/ А.Я. Будин, М.В. Чекренева. – М.: Транспорт, 1983. – 178 с.
2. Убайдуллоев М.Н. Оценка эффективности усиления нагруженных конструкций с учетом пластических деформаций [Текст] / М.Н. Убайдуллоев, М.Н. Серазутдинов // Изв. вузов. Строительство, 2009. – № 1. – С. 106-111.
3. Убайдуллоев, М.Н. Влияние пластических деформаций на несущую способность усиливаемых статически неопределимых конструкций [Текст] / М.Н. Убайдуллоев // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений.- 2008.–№ 4. –С. 28-33.
4. Ребров, И.С. Усиление стержневых металлических конструкций / И.С. Ребров. – Л.: Стройиздат, 1988. – 288 с.
5. Серазутдинов М.Н. Повышение несущей способности усиливаемых нагруженных конструкций [Текст]/М.Н. Серазутдинов, М.Н. Убайдуллоев, Х.А. Абрагим// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2011. – № 3. – С. 23-30.
6. Серазутдинов М.Н. Влияние монтажных сил на несущую способность усиливаемых стержневых систем [Текст] / М.Н. Серазутдинов, М.Н. Убайдуллоев, Х.А. Абрагим // Вестник Казанского технол. ун-та, 2011. – № 10. – С. 116-124.
7. Тимошенко С.П., Гере Дж. Механика материалов. – Мир, 1976. 672 с.
8. Серазутдинов М.Н., Хайруллин Ф.С. Метод расчета криволинейных стержней [Текст] / М.Н. Серазутдинов, Ф.С. Хайруллин // Строительство и архитектура, 1991. – № 5. – С. 104-108.

#### MODELING OF THE STRESS-STRAIN STATE OF STRENGTHENED BEAM SYSTEMS

M. N. Ubaydulloyev, M. N. Serazutdinov

In the paper, the variation method of calculation of the loaded beam systems strengthened in the ways of increase of section of elements and change of the constructive and settlement scheme of structures by installation of additional elements is presented. Taking into account plastic deformations of influence of repair and mounting stresses on degree of increase of load-carrying capacity of strengthened statically indeterminable structures was researched.

KEY WORDS: strengthening of constructions, repair stress, assembly stress, variation method, elastic-plastic deformations.

