

## Расчет тонких упругих оболочек

### ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ СИЛОСА С ПОМОЩЬЮ САПР

А.С. МАРКОВИЧ, аспирант

Г.Е. ПАНКРАТОВА, к.т.н., проф.

Московский Государственный Строительный Университет

141090, г. Королев, мкр. Первомайский, ул. Суворова, д.5, 607-91-62@inbox.ru

*Повторяющиеся аварии и разрушения силосных сооружений указывают на несостоятельность существующих методов их расчета. В настоящей статье с помощью САПР исследуется напряженное состояние круглого силоса как системы плоских колец и как тонкостенной цилиндрической оболочки. Результаты расчетов критически оцениваются и сравниваются с результатами ранее проведенных авторами экспериментальных исследований НДС силоса на модели.*

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** методы расчета силосных сооружений, проектирование силосных сооружений, долговечность конструкций силосных сооружений, аварии и разрушения силосных сооружений.

В статье «Исследование расчетных моделей стен силосных сооружений», опубликованной в №3 за 2011 год настоящего журнала [8], авторы рассматривали развитие теоретических исследований расчетов силосных корпусов элеваторов. Была установлена одна из главных проблем преждевременного разрушения силосов – несоответствие расчетных схем действительной пространственной работе силосных сооружений.

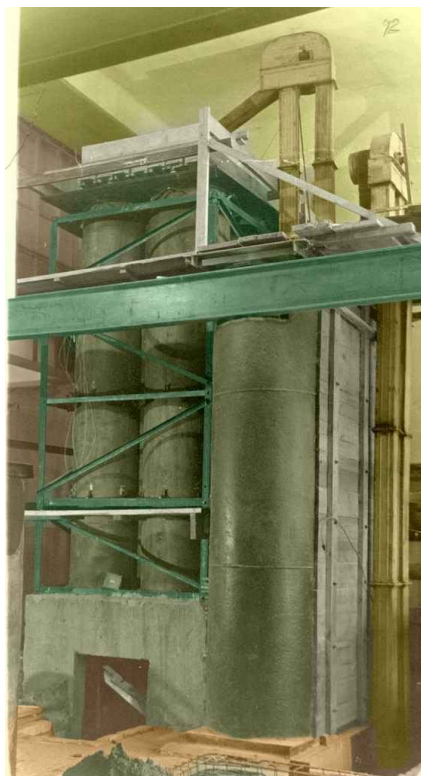


Рис. 1. Общий вид модели силосного корпуса

Ранее выполнявшиеся эксперименты по замеру деформаций стенки силоса с применением прогибомеров позволили получить определенные положительные результаты [1, 2]. Однако использование прогибомеров не дает возможности разделить деформации по видам силовых факторов, вызвавших их. Кроме того, работа с прогибомерами не позволяет синхронно и точно регистрировать изменение деформаций во времени, особенно протекающих с большой интенсивностью.

Исследования деформации стенки силоса проводились группой сотрудников под руководством проф. Г.Е. Панкратовой в лаборатории строительного факультета Саратовского политехнического института на модели четырех силосов [3]. Модель представляла собой часть корпуса элеватора, состоящего из четырех силосов и звездочки (рис. 1).

Размеры модели четырех силосов приняты с соблюдением требований теории подобия и моделирования. Каждый силос модели имел высоту 4 м и диаметр 0,8 м, что в масштабе 1:7,5 моделирует типовой силос железобетонного элеватора высотой 30 и диаметром 6,0 м. Стенки модели четырех силосов выполнены из трех слоев клееной фанеры, толщина каждого слоя – 4 мм, общая толщина стенки силоса – 13,3 мм.

Главным отличием эксперимента на модели от ранее проводившихся, было использование тензометрии, позволяющей разделить деформации по видам силовых воздействий. Деформации стенки модели силоса от изгибающих моментов регистрировались отдельно от деформаций, вызванных растягивающими силами и наоборот. В результате эксперимента на модели была получена эпюра распределения пиковых горизонтальных давлений по высоте стенки силоса (рис. 2), а также эпюры растягивающих сил и изгибающих моментов по шести поперечным сечениям силоса.

В этой связи, полученные на модели результаты, позволили авторам при помощи САПР усовершенствовать существующую методику расчета силосов и сопоставить теоретические результаты расчетов САПР с экспериментальными данными усилий, полученных в ходе экспериментов на модели.

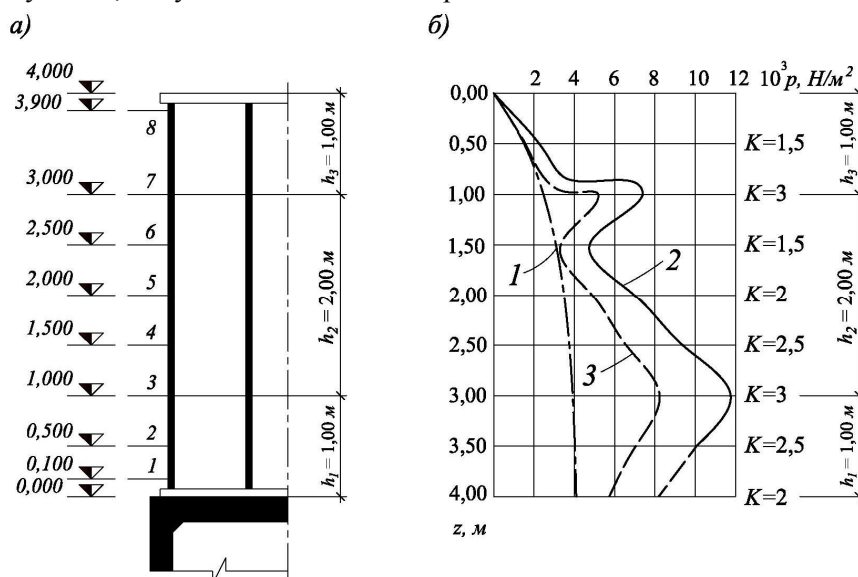


Рис. 2. Распределение давления зерна по высоте стенки модели силоса:  
 а – схема деления силоса на расчетные зоны; б – эпюры давлений;  
 1 – кривая давления  $p$  по Янсену ( $K = 1$ ); 2 – кривая пикового давления  $p_{max}$ ;  
 3 – кривая давления  $0,7p_{max}$

### 1. Расчет модели силоса как плоской системы колец

Расчет крайнего наружного силоса модели силосного корпуса как плоской системы выполнялся методом конечных элементов (МКЭ) в программном комплексе ЛИРА 9.6 ([www.liraland.ru](http://www.liraland.ru)) [4, 5].

Расчетная конечно-элементная схема плоского кольца диаметром 80 см единичной высоты (1 дм) состоит из 32 узлов и 32 стержневых элементов (рис. 3). Для удобства интерпретации расчетных данных применяется локальная система координат узлов  $X_1Y_1Z_1$  (рис. 3). В соответствии с правилом правой тройки – ось  $Z_1$  параллельна глобальной горизонтальной плоскости  $XOZ$ , а ось  $Y_1$  направлена в верхнее полупространство. Стыковые элементы (16 – 17; 24 – 25), обеспечивающие сопряжение рассматриваемого силоса со смежными, считаем абсолютно жесткими. В соответствующих узлах стыковых элементов наложены связи, препятствующие горизонтальным перемещениям в направлении локальных осей  $X_1$ ,  $Z_1$  и – повороту вокруг оси  $Y_1$  (рис. 3).

Необходимо иметь в виду, что стенки модели силоса имеют достаточно жесткое сопряжение с постаментом (подсилосной плитой), вследствие чего, на уровне 0,00 м отсутствуют линейные перемещения узлов.

По предложению авторов статьи, с учетом рекомендаций М.А. Курочкина [6], неравномерность распределения давления по периметру поперечного сечения силоса следует учитывать в расчетах при помощи двух пар диаметрально противоположенных площадок повышенных давлений (рис. 4). Динамический характер нагрузки, а также ее изменчивость во времени – путем взаимного поворота площадок повышенных давлений в соответствии с приведенными на рис. 4 схемами. Размер площадок с центральным углом  $\frac{\pi}{6}$  составляет  $\frac{\pi d}{12} \times \frac{\pi d}{12}$ .

В этой связи, повышенные давления  $p_{max}$  принимаются равномерно распределенными на указанные площадки, на участках между площадками повышенных давлений находятся зоны пониженных давлений, равномерно распределенных по поперечному сечению силоса. Величина пониженных давлений составляет 0,7 от соответствующих повышенных давлений.

Распределение давлений по высоте стенки силоса определяется согласно эпюрам горизонтальных давлений (рис. 2 б), полученных при теоретической интерпретации результатов эксперимента на модели.

Таким образом, динамическая задача сводится к статической постановке, для которой каждое из статически рассматриваемых загрузений силоса соответствует «замороженному» в определенный момент времени динамическому изменению нагрузки. Характер изменения полученных усилий и перемещений в первом приближении описывает НДС силоса.

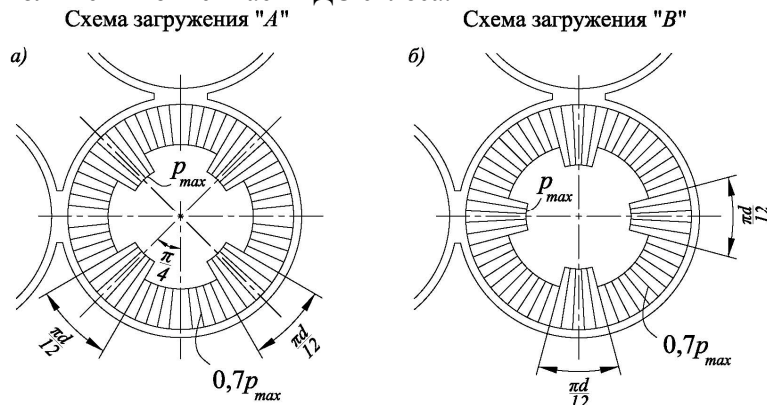


Рис. 4. Схемы загрузки рассчитываемого силоса

Деформированные схемы поперечного сечения при расчете силоса как плоской системы с учетом рекомендуемых схем загрузки показаны на рис. 5. Расчеты модели силоса выполнялись участками на восьми уровнях по высоте с интервалом 0,5 м (рис. 2 а).

Сравнение теоретических и экспериментальных эпюр  $N$  и  $M$ , полученных при исследовании НДС силоса на модели (рис. 6), позволило оценить достоверность теоретических положений экспериментальным данным, а также возможность применения предлагаемой методики расчета на практике. На рис. 6 в скобках приведены экспериментальные величины усилий  $N$  и  $M$ . Для средней

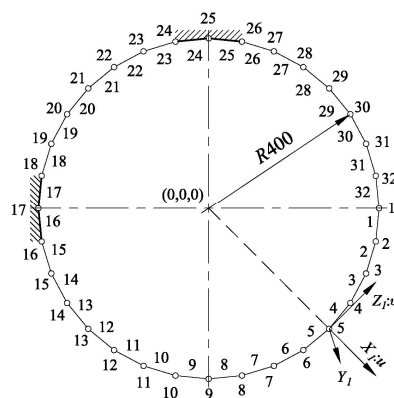


Рис. 3. Плоская конечно-элементная геометрическая схема силоса



Рис. 5. Деформированные схемы плоского кольца

зоны  $h_2$  (рис. 2 а) определено значение изгибающего момента  $M$  (рис. 6, кривая 5) по формуле (11) норм проектирования [7] при коэффициенте надежности  $\gamma_f = 1$ . Приведенные выше результаты предлагаемого авторами статьи метода расчета силоса как плоской системы показывают неплохое совпадение с результатами экспериментальных исследований напряженного состояния силоса на модели.

На всех уровнях наибольшие превышения максимальных экспериментальных значений продольной растягивающей силы  $N$  по сравнению с теоретическими составляют, в среднем, 30...40%. При этом, напротив, превышения теоретических значений  $N$  против экспериментальных в отдельных точках достигают почти 2,5 кратной величины.

На уровне 1,50 м от подсилосной плиты

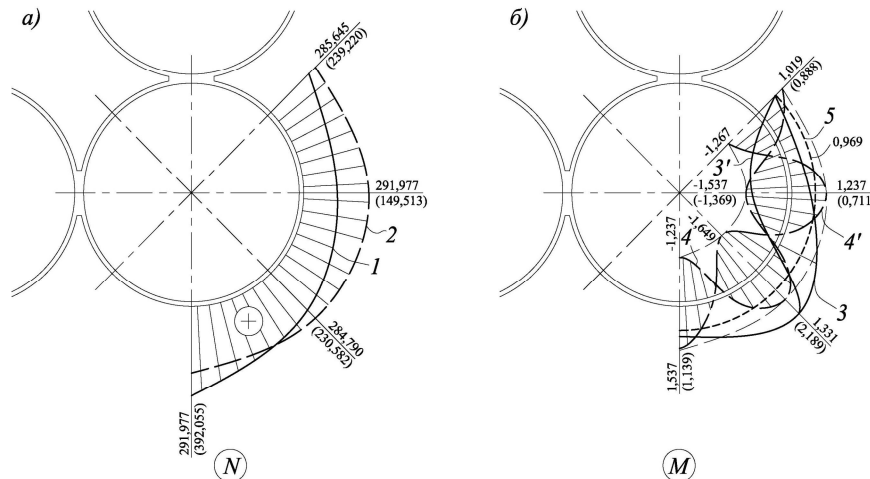
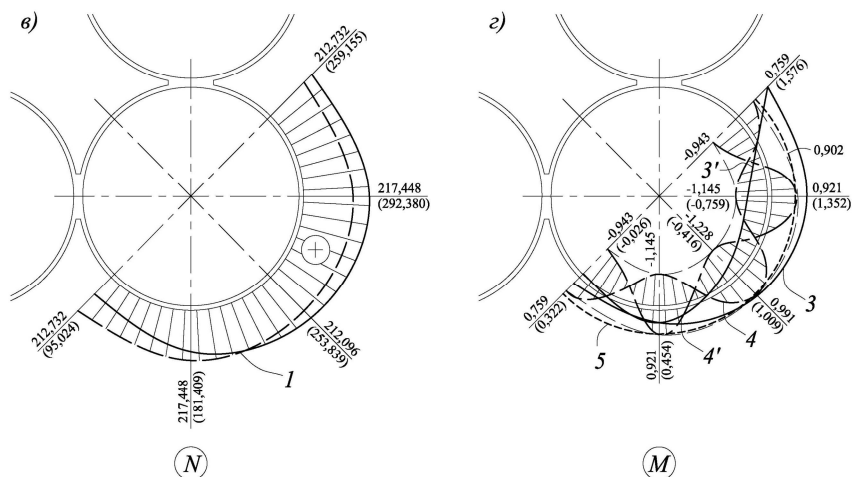


Рис. 6. Сравнение теоретических и экспериментальных эпюр  $N(H)$  и  $M(H)$ : 1 – экспериментальная эпюра  $N$ ; 2 – теоретическая эпюра  $N$ ; 3, 3' – экспериментальные огибающие эпюры  $M$ ; 4, 4' – теоретические эпюры  $M$ ; 5 –  $M$  согласно нормам [7]

На уровне 2,00 м от подсилосной плиты



Продолжение рис. 6. Сравнение теоретических и экспериментальных эпюр  $N(H)$  и  $M(H)$ : 1 – экспериментальная эпюра  $N$ ; 2 – теоретическая эпюра  $N$ ; 3, 3' – экспериментальные огибающие эпюры  $M$ ; 4, 4' – теоретические эпюры  $M$ ; 5 –  $M$  согласно [7]

Стоит отметить, что на большинстве уровней теоретические эпюры продольной силы практически равновелики по площади экспериментальным. Изгибающие моменты  $M$ , полученные для двух схем загрузки силоса (рис. 4), отражают волнообразный характер знакопеременных деформаций стенки (рис. 5). Превышения максимальных экспериментальных значений  $M$  против теоретических в отдельных точках оказались весьма существенными. Например, на уровне  $2,50\text{ м}$  – почти в 4 раза; на уровне  $1,00\text{ м}$  – в 1,5 раза; на уровне  $1,50\text{ м}$  – в 1,6 раза.

На остальных участках стенки силоса величины теоретических и экспериментальных изгибающих моментов  $M$  отличаются не так существенно.

В этой связи, авторами статьи для практических расчетов круглых силосов рекомендована кривая распределения пиковых горизонтальных давлений по высоте стенки силоса (рис. 2 б), расчетные схемы (рис. 4), а также эпюры продольной растягивающей силы (рис. 7 а) и изгибающих моментов (рис. 7 б), соответствующие двум схемам загрузки рассчитываемого силоса.

Для общего случая, величины продольных растягивающих сил на единицу высоты ( $1\text{ м}$ ) стенки силоса выражены через параметр  $p_{\max}R$ , а значения изгибающих моментов на единицу высоты – через параметр  $p_{\max}R^2$ . На рис. 7 штриховой линией показана эпюра изгибающих моментов для схемы «В» загрузки силоса (рис. 7 б), при этом соответствующие значения  $M$  даны в скобках.

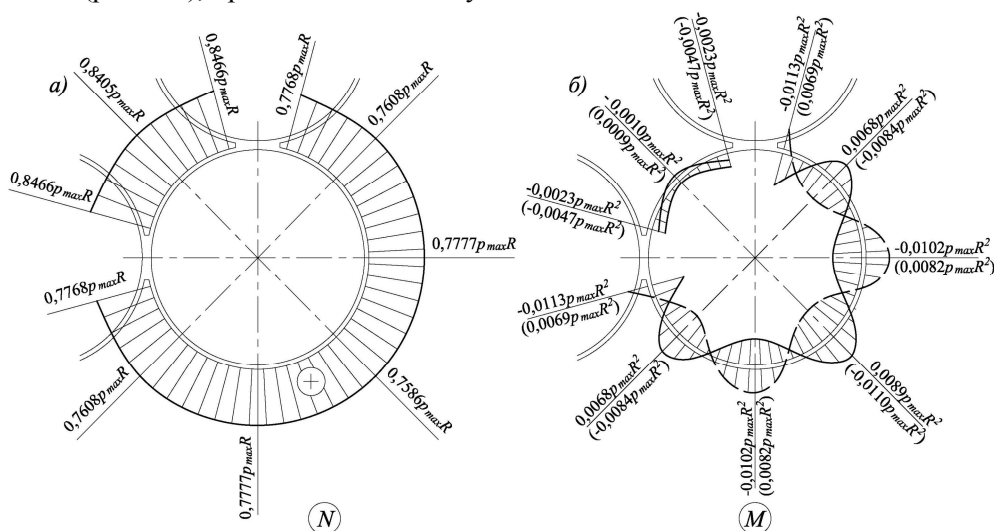


Рис 7. Эпюры  $N$  и  $M$  плоской системы

## 2. Расчет модели силоса как тонкостенной цилиндрической оболочки

Теоретическое исследование пространственной работы стенки силоса выполнялось при помощи ПК ЛИРА 9.6 путем геометрического моделирования круглого силоса как тонкостенной цилиндрической оболочки. Геометрическая модель цилиндрической оболочки полностью описывает натурный силос, на котором проводились экспериментальные исследования НДС.

Геометрическая модель цилиндрической оболочки силоса диаметром  $80\text{ см}$  и высотой  $4,00\text{ м}$  и толщиной стенки  $13,30\text{ мм}$  состоит из 288 узлов и 256 плоских конечных элементов №41 (универсальный прямоугольный КЭ оболочки) (рис. 8). Высота каждого КЭ совпадает со схемой деления рассматриваемого силоса на участки (рис. 2 а) и составляет  $0,50\text{ м}$ . Каждое из девяти кольцевых сечений оболочки, как и в случае плоской системы, насчитывает 32 узла. Порядок нумерации узлов кольцевых сечений оболочки принимался аналогичной

конечно-элементной схеме плоского кольца (рис. 3). В оболочке, как и в плоской системе, использовалась локальная система координат узлов. Таким образом, линейные перемещения узлов плоской системы и оболочки имеют одинаковые направления.

Распределение нагрузки по периметру кольцевого сечения цилиндрической оболочки принималось по схеме «А» (рис. 4 а), а по высоте – согласно эпюрам пиковых и пониженных давлений (рис. 2 б). Таким образом, по результатам эксперимента на натурной модели силоса, достаточно точно моделируется распределение горизонтального давления на стенки силосной оболочки (рис. 8 б).

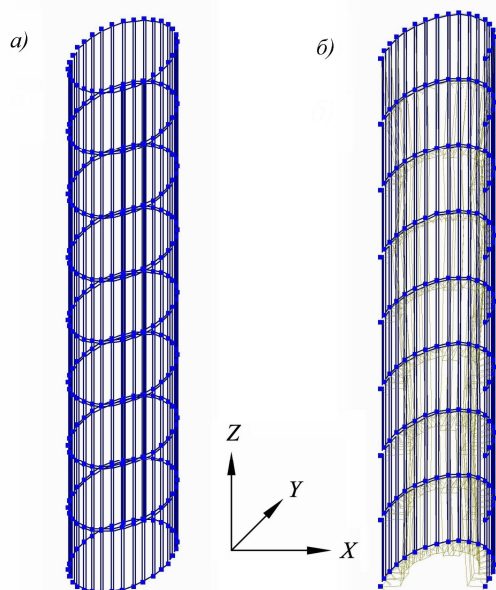


Рис. 8. Тонкостенная цилиндрическая оболочка:

а – конечно-элементная геометрическая модель; б – схема распределение давления

Осуществляя переход от натурального силоса к его геометрической модели необходимо задать граничные условия. Стыковые элементы, обеспечивающие сопряжения с соседними силосами, препятствуют линейным и угловым деформациям по направлению локальных осей  $X_l$ ,  $Y_l$  и – повороту  $UZ_l$  (рис. 3). Сопряжение оболочки силоса с постаментом допустимо считать абсолютно жестким, то есть следует исключить для узлов 1 – 32 (нижнее кольцо) перемещения по направлению осей  $X_l$ ,  $Y_l$ ,  $Z_l$ , а также – повороты вокруг локальных осей  $UX_l$ ,  $UY_l$ ,  $UZ_l$ . Соединение силоса с надсилосной плитой не препятствует линейным горизонтальным деформациям граней, то есть существует необходимо наложения связей на соответствующие узлы 257 – 288 (верхнее кольцо) по направлениям:  $Z_l$ ,  $UX_l$ ,  $UY_l$ . Расчет цилиндрической оболочки производился в линейной постановке, клееная фанера из которой выполнены стенки силоса рассматривался как упругий материал ( $E = 6 \cdot 10^3 \text{ МПа}$ ,  $h = 13,30 \text{ мм}$ ,  $\gamma = 7 \text{ кН/м}^3$ ,  $\nu = 0,085$ ).

На рис. 9 – 10 представлены изополя (тонограммы) радиальных и тангенциальных перемещений цилиндрической оболочки силоса.

Приведенные изополя (тонограммы) перемещений показывают сложную многогранную картину НДС силосной оболочки.

Для оценки правомерности применения плоской системы для практических расчетов, авторами статьи выполнено сравнение радиальных, а также тангенциальных перемещений, полученных отдельно для плоской системы и для цилиндрической оболочки (табл. 1).

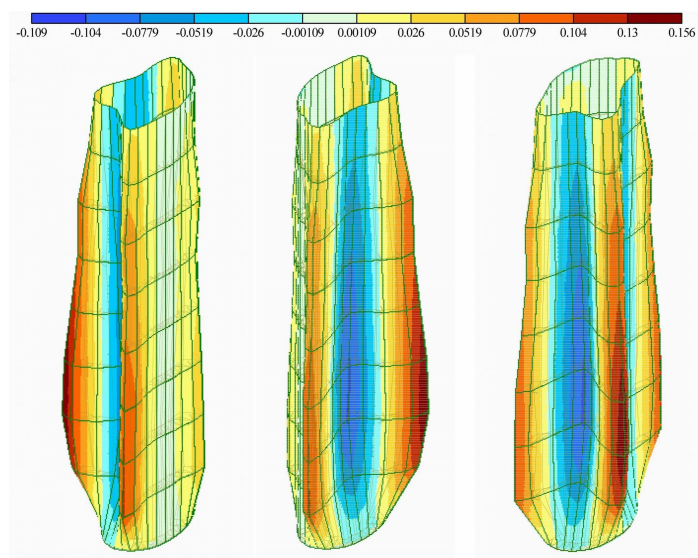


Рис. 9. Изополя (тонограмма) радиальных перемещений  $u$  (мм)

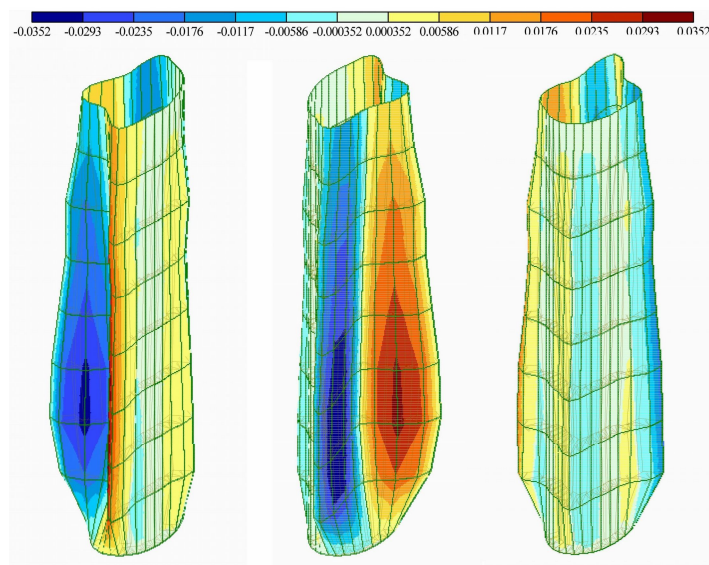


Рис. 10. Изополя (тонограмма) тангенциальных перемещений  $v$  (мм)

### Выводы

Соотношение перемещений полученных при помощи САПР для плоской системы и для тонкостенной цилиндрической оболочки позволяет ответить на вопрос, допустимо ли, с целью упрощения ведения расчетов, рассматривать круглый силос как систему плоских колец.

Наибольшие расхождения в перемещениях плоской и пространственной систем наблюдаются на нижних и верхних участках стенки силоса. Например, в нижней части силоса, в пределах высоты  $h_1$ , отношения перемещений  $u_1/u_2$  и  $v_1/v_2$  составляет в среднем 1,4...1,6 в пользу плоской системы.

Существенные превышения линейных перемещений (примерно в 1,4 раза), полученных для плоской системы, наблюдаются в верхней части силоса в пределах высоты  $h_3$ . При этом необходимо отметить, что на отдельных верхних

Таблица 1

	№ узла	Плоская система		Пространственная система			
		$u_1$ , мм	$v_1$ , мм	$u_2$ , мм	$v_2$ , мм	$u_1/u_2$	$v_1/v_2$
Сравнение перемещений плоской и пространственной систем на уровне 2,00 м	1	-0.0971	-0.0026	-0.0952	-0.0016	1.019	1.623
	2	-0.0612	-0.0204	-0.0608	-0.0191	1.007	1.066
	3	0.0125	-0.0274	0.0111	-0.0262	1.128	1.046
	4	0.0910	-0.0194	0.0878	-0.0186	1.036	1.042
	5	0.1260	-0.0001	0.1220	0.0000	1.033	0.0000
	6	0.0910	0.0191	0.0878	0.0186	1.037	1.029
	7	0.0127	0.0272	0.0111	0.0262	1.141	1.037
	8	-0.0610	0.0202	-0.0608	0.0191	1.003	1.056
	9	-0.0968	0.0025	-0.0952	0.0016	1.016	1.523
	10	-0.0819	-0.0173	-0.0797	-0.0178	1.027	0.975
	11	-0.0248	-0.0300	-0.0231	-0.0300	1.074	1.000
	12	0.0454	-0.0302	0.0456	-0.0299	0.996	1.008
	13	0.0841	-0.0196	0.0829	-0.0193	1.015	1.011
	14	0.0672	-0.0068	0.0660	-0.0068	1.019	1.008
	15	0.0231	-0.0001	0.0227	-0.0001	1.017	0.673
	16	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	17	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	18	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	19	0.0034	-0.0021	0.0033	-0.0020	1.002	1.032
	20	0.0185	-0.0023	0.0181	-0.0022	1.025	1.033
	21	0.0289	0.0000	0.0281	0.0000	1.029	0.0000
	22	0.0185	0.0023	0.0181	0.0022	1.025	1.033
	23	0.0033	0.0021	0.0033	0.0020	1.001	1.032
	24	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	25	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	26	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	27	0.0231	0.0001	0.0227	0.0001	1.017	0.669
	28	0.0672	0.0068	0.0660	0.0068	1.018	1.007
	29	0.0841	0.0196	0.0829	0.0193	1.014	1.011
	30	0.0453	0.0301	0.0456	0.0299	0.993	1.007
	31	-0.0250	0.0300	-0.0231	0.0300	1.082	0.998
	32	-0.0822	0.0172	-0.0797	0.0178	1.031	0.969



участках стен перемещения узлов цилиндрической оболочки превосходят перемещения узлов плоской системы.

В средней части силоса (в пределах высоты  $h_2$ ) имеют место превышения радиальных и тангенциальных перемещений, как и плоской системы по сравнению с пространственной, так и пространственной системы по сравнению с плоской. При этом отношения этих перемещений  $u_1/u_2$  и  $v_1/v_2$  колеблются в пределах 0,80...1,2.

Стоит отметить, что радиальные перемещения узлов плоской системы, а также перемещения аналогичных узлов цилиндрической оболочки превосходят соответствующие тангенциальные в 4 и более раза.

В целом, результаты расчета круглого силоса как плоской системы неплохо согласуются, как с экспериментальными данными на натурной модели, так и с результатами расчетов силоса как тонкостенной цилиндрической оболочки. Адекватность предлагаемых расчетных схем действительной работе сооружения, относительная простота математического аппарата, наглядная интерпретация результатов расчета, все это позволяет рассмотреть возможность применения предлагаемой авторами статьи методики расчета круглого силоса на практике.

#### Л и т е р а т у р а

1. *Тахтамышев С.Г.* Опытное исследование давления зерна в силосах элеватора при Госмукзаводе в Баку. – Научно-технический отчет НЦИПС, 1940.
2. *Осипов М.М.* Исследование пространственной работы железобетонного силосного корпуса зернового элеватора на модели: Дис. ... канд. техн. наук. – Саратов, 1964.
3. *Ковалев А.О., Панкратова Г.Е.* Долговечность инженерных силосных сооружений и причины их разрушения: Монография. – М.: МГСУ, 2009. – 178 с.
4. *Перельмутер А. В., Сливкер В. И.* Расчетные модели сооружений и возможность их анализа. – М.: ДМК Пресс, 2007. – 600 с.
5. Программный комплекс для расчета и проектирования конструкций ЛИРА 9.0. Книга 1. Основные теоретические и расчетные положения. Некоторые рекомендации. – Киев: НИИАСС, 2002. – 147 с.
6. *Курочкин А.М.* К расчету конструкций железобетонного силосного корпуса// Научные труды «Исследование конструкций и расчет элеваторных сооружений». – М.: Колос, 1974. – Вып. 1. – С. 39-60.
7. СНиП 2.10.05-85. Предприятия, здания и сооружения по хранению и переработке зерна. – М.: ЦНТП Госстроя СССР, 1985. – 23 с.
8. *Маркович А.С., Панкратова Г.Е.* Исследование расчетных моделей стен силосных сооружений// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2011. – № 3. – С. 15-22.

#### THE RESEARCH OF STRAINED SILO STATE USING CAD

*Markovich A.S, Pankratova G.E*

The repeated failures and destructions of silo constructions are the result of inconsistency of existing methods of calculation. Using CAD, present article gives the analysis of strained state of round silo as the system of plain rings and thin-walled cylindrical cover.

The results of calculations are appreciated critically and compared with the results, conducted before by the authors of experimental researches of silo stress strain behavior (SSB) on the model.

KEY WORDS: methods of calculation of silo constructions, designing of silo constructions, durability of silo constructions, failures and silo destructions.