ВЫДЕЛЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ НАПРЯЖЕННЫХ СОСТОЯНИЙ ИЗ УРАВНЕНИЙ ОБОЛОЧЕК НУЛЕВОЙ КРИВИЗНЫ

Е.М. ЗВЕРЯЕВ, *докт. техн. наук, профессор,*
Г.И. МАКАРОВ, *канд. техн. наук, доцент,*
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московская государственная академия коммунального хозяйства и строительства»,
109029, Москва, Ср. Калитниковская ул., д. 30

Излагается методика построения приближенных уравнений теории оболочек для оболочек нулевой кривизны. Из исходных уравнений выделяются две подсистемы, описывающие элементарные НДС по отношению к исходному. Выделение главных членов в каждом уравнении производится с помощью метода простых итераций. Таким путем находятся выраженные через малый параметр весовые коэффициенты для каждой искомой компоненты НДС. Построены уравнения обобщенного полубезмоментного состояния и даны асимптотики краевого эффекта. Уравнения элементарных НДС строятся по найденным весовым коэффициентам методом асимптотического интегрирования.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: оболочка, нулевая кривизна, асимптотика, малый параметр, метод простых итераций, метод асимптотического интегрирования, изменяемость, весовой коэффициент.

1. Приведение уравнений к безразмерному виду. Поскольку будут рассматриваться уравнения, описывающие НДС оболочки нулевой кривизны, надо в уравнениях для произвольной оболочки, положить величину $1/R_1 = 0$.

Уравнения принимают вид:
уравнения равновесия сил:

$$\frac{1}{A_1^*}\frac{\partial T_1^*}{\partial \alpha_1}+\frac{1}{A_2^*}\frac{\partial S^*}{\partial \alpha_2}+\frac{1}{A_1^*A_2^*}\frac{\partial A_2^*}{\partial \alpha_1}\left(T_1^*-T_2^*\right)+X_1^*=0,$$

$$\frac{1}{A_2^*}\frac{\partial T_2^*}{\partial \alpha_2}+\frac{1}{A_1^*}\frac{\partial S^*}{\partial \alpha_1}+\frac{2}{A_1^*A_2^*}\frac{\partial A_2^*}{\partial \alpha_1}S^*+\frac{N_2^*}{R_2}+X_2^*=0,$$

$$-\frac{T_2^*}{R_2}+\frac{1}{A_1^*}\frac{\partial N_1^*}{\partial \alpha_1}+\frac{1}{A_2^*}\frac{\partial N_2^*}{\partial \alpha_2}+\frac{1}{A_1^*A_2^*}\frac{\partial A_2^*}{\partial \alpha_1}N_1^*+Z^*=0;$$

уравнения равновесия моментов:

$$\begin{gathered}\frac{1}{A_1^*}\frac{\partial M_1^*}{\partial \alpha_1}+\frac{1}{A_2^*}\frac{\partial H^*}{\partial \alpha_2}+\frac{1}{A_1^*A_2^*}\frac{\partial A_2^*}{\partial \alpha_1}\left(\partial M_1^*-\partial M_2^*\right)-N_1^*=0\\ \frac{1}{A_2^*}\frac{\partial M_1^*}{\partial \alpha_2}+\frac{1}{A_1^*}\frac{\partial H^*}{\partial \alpha_1}+\frac{2}{A_1^*A_2^*}\frac{\partial A_2^*}{\partial \alpha_1}H^*-N_2^*=0\end{gathered};$$

формулы, связывающие компоненты тангенциальной деформации с перемещениями:

$$\varepsilon_1=\frac{1}{A_1^*}\frac{\partial u^*}{\partial \alpha_1},\quad \varepsilon_2=\frac{1}{A_2^*}\frac{\partial v^*}{\partial \alpha_2}+\frac{1}{A_1^*A_2^*}\frac{\partial A_2^*}{\partial \alpha_1}u+\frac{w^*}{R_2^*},\quad \omega=\frac{A_2^*}{A_1^*}\frac{\partial}{\partial \alpha_1}\frac{v^*}{A_2^*}+\frac{1}{A_2^*}\frac{\partial u^*}{\partial \alpha_2},$$

формулы, связывающие компоненты нетангенциальной деформации с перемещениями

$$\kappa_1^* = -\frac{1}{A_1^*}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\frac{1}{A_1^*}\frac{\partial w^*}{\partial\alpha_1},\quad \kappa_2^* = -\frac{1}{A_2^*}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(\frac{1}{A_2^*}\frac{\partial w^*}{\partial\alpha_2} - \frac{v^*}{R_2^*}\right)$$
$$\tau = -\frac{1}{2}\left[\frac{1}{A_2^*}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\frac{1}{A_1^*}\frac{\partial w^*}{\partial\alpha_1} + \frac{1}{A_1^*}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(\frac{1}{A_2^*}\frac{\partial w^*}{\partial\alpha_2} - \frac{v}{R_2^*}\right)\right];$$

нетангенциальные соотношения упругости:

$$M_1^* = \frac{Eh^3}{12\left(1-\nu^2\right)}\left(\kappa_1^* + \nu\kappa_2^*\right),\quad H^* = \frac{Eh^3}{12\left(1+\nu\right)}\tau^*,\quad M_2^* = \frac{Eh^3}{12\left(1-\nu^2\right)}\left(\kappa_2^* + \nu\kappa_1^*\right);$$

тангенциальные соотношения упругости:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{Eh}\left(T_1^* - \nu T_2^*\right),\quad \omega^* = \frac{1+\nu}{Eh}S^*,\quad \varepsilon_2 = \frac{1}{Eh}\left(T_2^* - \nu T_1^*\right).$$

Здесь использованы стандартные обозначения теории оболочек. Звездочка означает, что отмеченная ей величина является размерной.

Введем следующую замену величин:

$$\left(T_1^*, S^*, T_2^*, N_1^*, N_2^*\right) = Eh\left(T_1, S, T_2, N_1, N_2\right),\quad \left(X^*, Y^*, Z^*\right) = \frac{Eh}{R}\left(X, Y, Z\right),$$
$$\left(u^*, v^*, w^*\right) = h\left(u, v, w\right),\quad \left(A_1^*, A^*, R_2^*\right) = R\left(A_1, A, R_2\right),$$
$$\left(\kappa_1^*, \tau^*, \kappa_2^*\right) = h\left(\kappa_1, \tau, \kappa_2\right),\quad \left(M_1^*, H^*, M_2^*\right) = Eh^2\left(M_1, H, M_2\right),$$

понимая под R некоторый характерный радиус кривизны. Находящиеся в правых частях этих равенств величины являются безразмерными.

После подстановки этих величин в исходные уравнения получим запись уравнений в безразмерном виде:

$$\frac{1}{A_1}\frac{\partial T_1}{\partial\alpha_1} + \frac{1}{A_2}\frac{\partial S}{\partial\alpha_2} + \frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\left(T_1 - T_2\right) + X_1 = 0,$$
$$\frac{1}{A_2}\frac{\partial T_2}{\partial\alpha_2} + \frac{1}{A_1}\frac{\partial S}{\partial\alpha_1} + \frac{2}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}S + \frac{N_2}{R_2} + X_2 = 0, \tag{1}$$
$$-\frac{T_2}{R_2} + \frac{1}{A_1}\frac{\partial N_1}{\partial\alpha_1} + \frac{1}{A_2}\frac{\partial N_2}{\partial\alpha_2} + \frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}N_1 + Z = 0,$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{A_1}\frac{\partial M_1}{\partial\alpha_1} + \frac{1}{A_2}\frac{\partial H}{\partial\alpha_2} + \frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\left(M_1 - M_2\right) - N_1 = 0\\ &\frac{1}{A_2}\frac{\partial M_2}{\partial\alpha_2} + \frac{1}{A_1}\frac{\partial H}{\partial\alpha_1} + \frac{2}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}H - N_2 = 0\end{aligned}, \tag{2}$$

$$\begin{aligned}&\varepsilon_1 = \varepsilon\frac{1}{A_1}\frac{\partial u}{\partial\alpha_1},\quad \varepsilon_2 = \varepsilon\frac{1}{A_2}\frac{\partial v}{\partial\alpha_2} + \frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}u + \frac{w}{R_2}\\ &\omega = \varepsilon\left[\frac{A_2}{A_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\frac{v}{A_2} + \frac{1}{A_2}\frac{\partial u}{\partial\alpha_2}\right]\end{aligned}, \tag{3}$$

$$\begin{aligned}&\kappa_1 = -\varepsilon\frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\frac{1}{A_1}\frac{\partial w}{\partial\alpha_1},\quad \kappa_2 = -\varepsilon\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(\frac{1}{A_2}\frac{\partial w}{\partial\alpha_2} - \frac{v}{R_2}\right)\\ &\tau = -\frac{1}{2}\varepsilon\left[\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\frac{1}{A_1}\frac{\partial w}{\partial\alpha_1} + \frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(\frac{1}{A_2}\frac{\partial w}{\partial\alpha_2} - \frac{v}{R_2}\right)\right]\end{aligned}, \tag{4}$$

$$M_1 = \frac{\varepsilon^2}{12\left(1-\nu^2\right)}\left(\kappa_1 + \nu\kappa_2\right), \quad H = \frac{\varepsilon^2}{12\left(1+\nu\right)}\tau$$

$$M_2 = \frac{\varepsilon^2}{12\left(1-\nu^2\right)}\left(\kappa_2 + \nu\kappa_1\right) \qquad (5)$$

$$\varepsilon_1 = T_1 - \nu T_2, \quad \omega = \left(1+\nu\right)S, \quad \varepsilon_2 = T_2 - \nu T_1. \qquad (6)$$

Величина $\varepsilon = h/R$ считается малым параметром.

2. Определение структуры решения. Решение системы будем строить с помощью метода простых итераций и метода асимптотического интегрирования. В методе асимптотического интегрирования решение разыскивается в виде разложения каждой компоненты НДС в ряды по малому параметру вида

$$\begin{aligned}
&T_1 = \varepsilon^a\left(T_{1(0)} + \varepsilon^p T_{1(1)} + \ldots\right), && T_2 = \varepsilon^b\left(T_{2(0)} + \varepsilon^p T_{2(1)} + \ldots\right),\\
&S = \varepsilon^c\left(S_{(0)} + \varepsilon^p S_{(1)} + \ldots\right), && u = \varepsilon^d\left(u_{(0)} + \varepsilon^p u_{(1)} + \ldots\right),\\
&v = \varepsilon^e\left(v_{(0)} + \varepsilon^p v_{(1)} + \ldots\right), && w = \varepsilon^f\left(w_{(0)} + \varepsilon^p w_{(1)} + \ldots\right),\\
&\varepsilon_1 = \varepsilon^g\left(\varepsilon_{1(0)} + \varepsilon^p \varepsilon_{1(1)} + \ldots\right), && \varepsilon_2 = \varepsilon^h\left(\varepsilon_{2(0)} + \varepsilon^p \varepsilon_{2(1)} + \ldots\right),\\
&\omega = \varepsilon^i\left(\omega_{(0)} + \varepsilon^p \omega_{(1)} + \ldots\right), && \kappa_1 = \varepsilon^j\left(\kappa_{1(0)} + \varepsilon^p \kappa_{1(1)} + \ldots\right),\\
&\kappa_2 = \varepsilon^k\left(\kappa_{2(0)} + \varepsilon^p \kappa_{2(1)} + \ldots\right), && \tau = \varepsilon^l\left(\tau_{(0)} + \varepsilon^p \tau_{(1)} + \ldots\right),\\
&M_1 = \varepsilon^m\left(M_{1(0)} + \varepsilon^p M_{1(1)} + \ldots\right), && M_2 = \varepsilon^n\left(M_{2(0)} + \varepsilon^p M_{2(1)} + \ldots\right),\\
&H = \varepsilon^r\left(H_{(0)} + \varepsilon^p H_{(1)} + \ldots\right), && N_1 = \varepsilon^t\left(N_{1(0)} + \varepsilon^p N_{1(1)} + \ldots\right),\\
&N_2 = \varepsilon^x\left(N_{2(0)} + \varepsilon^p N_{2(1)} + \ldots\right).
\end{aligned} \qquad (7)$$

Индексы в скобках указывают номер приближения.

В отличие от обычно используемого разложения, представление каждой искомой величины в ряд по параметру ε^p имеет множитель, играющий роль весового коэффициента, в виде некоторой степени этого же параметра. Вызвано это тем, что если строить процедуру определения неизвестных (подставляя ряды (7) в уравнения (1)-(6) при отсутствующих показателях $a,b,c.....t,x$), получающиеся при $\varepsilon \to 0$ системы уравнений в главных членах не позволяют построить систему уравнений для определения неизвестных рекуррентным образом. Число $p > 0$ и зависит от вида рассматриваемого НДС.

3. Вычисление весовых коэффициентов. Для нахождения $a,b,c.....t,x$ в разложениях (7) будем строить решение методом простых итераций. Идея метода заключается в том, что если имеется уравнение вида

$$x = Ax,$$

неизвестное x можно искать в $n+1$ приближении с помощью процедуры последовательного вычисления через уравнение

$$x_{n+1} = Ax_n \qquad \left(n = 0,1,2......\right),$$

причем, величина нулевого приближения x_0 может быть взята произвольно. Решение сходится к точному, если оператор A является сходящимся.

Примем, что в системе (3) величины деформаций являются известными, скажем, в нулевом приближении

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{10}, \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_{20} = 0, \quad \omega = \omega_0 = 0. \qquad (8)$$

Символы дифференцирования в уравнениях (1)-(6) будем рассматривать как коэффициенты, обладающие асимптотическими свойствами

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_1} \sim \varepsilon^0, \ \frac{\partial}{\partial \alpha_2} \sim \varepsilon^{-q} \qquad (q > 0), \tag{9}$$

означающими, что при дифференцировании по α_1 производная от функции сохраняет свой асимптотический порядок по ε относительно исходной функции, тогда как при дифференцировании по α_2 производная от функции увеличивается в ε^{-q} раз и получает асимптотический порядок $-q$ относительно исходной функции. Подстановка приближения (8) в уравнения (3) дает

$$\varepsilon_{10} = \varepsilon \frac{1}{A_1} \frac{\partial u_0}{\partial \alpha_1}, \ \varepsilon \frac{1}{A_2} \frac{\partial v_0}{\partial \alpha_2} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} u_0 + \frac{w_0}{R_2} = 0, \ \frac{A_2}{A_1} \frac{\partial}{\partial \alpha_1} \frac{v_0}{A_2} + \frac{1}{A_2} \frac{\partial u_0}{\partial \alpha_2} = 0.$$

Из этих уравнений получаем оценки

$$u_0 \sim \varepsilon^{-1} \varepsilon_{10}, \ v_0 \sim \varepsilon^{-1-q} \varepsilon_{10}, \ w_0 \sim \varepsilon^{-1-2q} \varepsilon_{10}. \tag{10}$$

Через формулы (4) вычисляем оценки компонент изгибной деформации:

$$\kappa_{10} \sim \varepsilon^{-2q} \varepsilon_{10}, \ \kappa_{20} \sim \varepsilon^{-4q} \varepsilon_{10}, \ \tau_0 \sim \varepsilon^{-3q} \varepsilon_{10}, \tag{11}$$

а через формулы (5) – оценки моментов:

$$M_{10} \sim \varepsilon^{2-4q} \varepsilon_{10}, \ M_{20} \sim \varepsilon^{2-4q} \varepsilon_{10}, \ H_0 \sim \varepsilon^{2-3q} \varepsilon_{10}. \tag{12}$$

По уравнениям равновесия моментов (2) вычисляем

$$N_{10} \sim \varepsilon^{2-3q} \varepsilon_{10}, \ N_{20} \sim \varepsilon^{2-5q} \varepsilon_{10} \tag{13}$$

и по уравнениям равновесия усилий (1):

$$T_{20} \sim \varepsilon^{2-6q} \varepsilon_{10}, \ S_0 \sim \varepsilon^{2-7q} \varepsilon_{10}, \ T_{10} \sim \varepsilon^{2-8q} \varepsilon_{10}. \tag{14}$$

Теперь можно вычислить асимптотические порядки тангенциальных деформаций в первом приближении с помощью соотношений упругости (6):

$$\varepsilon_{11}, \varepsilon_{21} \sim \varepsilon^{2-8q} \varepsilon_{10}, \ \omega_1 \sim \varepsilon^{2-7q} \varepsilon_{10} \tag{15}$$

В соотношениях (8), (10)-(15) величина ε_{10} считается величиной нулевого порядка, т.е. $\varepsilon_{10} \sim \varepsilon^0$. Между величинами вычисленными методом простых итераций (далее, отмеченными нижним индексом без скобок) и методом асимптотического интегрирования (отмеченными нижним индексом в скобках) имеется зависимость, как, например, для усилия T_1 имеем $T_{1i} = \varepsilon^{2-8q+p} T_{1(i)}$, т.е. эти методы отличаются способами выделения параметров из рассматриваемой компоненты решения. В методе простых итераций параметры получаются как порожденные коэффициентами множители при искомых неизвестных, тогда как в методе асимптотического интегрирования вид разложения по параметрам задается заранее.

Предположим, что величина нулевого приближения ε_{10} совпадает с величиной первого приближения ε_{11}. Такое означает, что нулевое приближение угадано точно. Мы не будем ориентироваться на последний случай, и потребуем, минимизируя таким образом невязку, равенства асимптотических порядков величины ε_1 в нулевом и первом приближениях. Тогда из сравнения соотношений (8) и (15) получаем уравнение для определения значения q: $2 - 8q = 0$.

В соответствии с этим при $q = 1/4$ оценки (8) и (10)-(15) с числовыми показателями принимают вид:

$$\varepsilon_1 \sim \varepsilon^0 \varepsilon_{10}, \ \varepsilon_{20} \sim \varepsilon^0 \varepsilon_{10}, \ \omega_0 \sim \varepsilon^{1/4} \varepsilon_{10}, \ u_0 \sim \varepsilon^{-1} \varepsilon_{10}, \ v_0 \sim \varepsilon^{-5/4} \varepsilon_{10}, \ w_0 \sim \varepsilon^{-6/4} \varepsilon_{10},$$

$$\kappa_{10} \sim \varepsilon^{-2/4} \varepsilon_{10}, \ \kappa_{20} \sim \varepsilon^{-4/4} \varepsilon_{10}, \ \tau_0 \sim \varepsilon^{-3/4} \varepsilon_{10}, \ M_{10} \sim \varepsilon^{4/4} \varepsilon_{10}, \ M_{20} \sim \varepsilon^{4/4} \varepsilon_{10}, \ H_0 \sim \varepsilon^{5/4} \varepsilon_{10},$$

$$N_{10} \sim \varepsilon^{4/4}\varepsilon_{10},\ N_{20} \sim \varepsilon^{3/4}\varepsilon_{10},\ T_{20} \sim \varepsilon^{2/4}\varepsilon_{10},\ S_{0} \sim \varepsilon^{1/4}\varepsilon_{10},\ T_{10} \sim \varepsilon^{0}\varepsilon_{10}.$$

4. Построение последовательности уравнений для вычисления коэффициентов асимптотических рядов. Теперь, зная 17 показателей $a,b,c....t,x$ в разложениях искомых неизвестных (7), подставим эти разложения с учетом оценок (10)-(15) в уравнения (1)-(6). Асимптотический порядок изменения искомых величин при применении оператора дифференцирования по α_2 учтем с помощью замены переменных $\vartheta = \varepsilon^{-1/4}\alpha_2$. В соответствии с условием (9) это означает замену оператора по формуле

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_2}\varepsilon^{1/4} = \frac{\partial}{\partial \vartheta}.$$

Уравнения (16) принимают вид:

$$\frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial \alpha_1}\left(T_{1(0)} + \varepsilon^{p}T_{1(1)} + ...\right) + \frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial \vartheta}\left(S_{(0)} + \varepsilon^{p}S_{(1)} + ...\right) +$$
$$+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}\left[\left(T_{1(0)} + \varepsilon^{p}T_{1(1)} + ...\right) - \varepsilon^{2/4}\left(T_{2(0)} + \varepsilon^{p}T_{2(1)} + ...\right)\right] + X_1 = 0,$$

$$\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial \vartheta}\varepsilon^{1/4}\left(T_{2(0)} + \varepsilon^{p}T_{2(1)} + ...\right) + \frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial \alpha_1}\varepsilon^{1/4}\left(S_{(0)} + \varepsilon^{p}S_{(1)} + ...\right) +$$
$$+\frac{2}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}\varepsilon^{1/4}\left(S_{(0)} + \varepsilon^{p}S_{(1)} + ...\right) + \frac{1}{R_2}\varepsilon^{3/4}\left(N_{2(0)} + \varepsilon^{p}N_{2(1)} + ...\right) + X_2 = 0,$$

$$-\frac{1}{R_2}\varepsilon^{2/4}\left(T_{2(0)} + \varepsilon^{p}T_{2(1)} + ...\right) + \frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial \alpha_1}\varepsilon^{4/4}\left(N_{1(0)} + \varepsilon^{p}N_{1(1)} + ...\right) +$$
$$+\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial \vartheta}\varepsilon^{2/4}\left(N_{2(0)} + \varepsilon^{p}N_{2(1)} + ...\right) + \frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}\varepsilon^{4/4}\left(N_{1(0)} + \varepsilon^{p}N_{1(1)} + ...\right) + Z = 0,$$

$$\frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial \alpha_1}\varepsilon^{4/4}\left(M_{1(0)} + \varepsilon^{p}M_{1(1)} + ...\right) + \frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial \vartheta}\varepsilon^{4/4}\left(H_{(0)} + \varepsilon^{p}H_{(1)} + ...\right) +$$
$$+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}\left[\varepsilon^{4/4}\left(M_{1(0)} + \varepsilon^{p}M_{1(1)} + ...\right) - \varepsilon^{4/4}\left(M_{2(0)} + \varepsilon^{p}M_{2(1)} + ...\right)\right] -$$
$$-\varepsilon^{4/4}\left(N_{1(0)} + \varepsilon^{p}N_{1(1)} + \varepsilon^{2p}N_{1(2)} + ...\right) = 0\ ,$$

$$\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial \vartheta}\varepsilon^{3/4}\left(M_{2(0)} + \varepsilon^{p}M_{2(1)} + ...\right) + \frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial \alpha_1}\varepsilon^{5/4}\left(H_{(0)} + \varepsilon^{p}H_{(1)} + ...\right) +$$
$$\frac{2}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}\varepsilon^{5/4}\left(H_{(0)} + \varepsilon^{p}H_{(1)} + ...\right) - \varepsilon^{3/4}\left(N_{2(0)} + \varepsilon^{p}N_{2(1)} + ...\right) = 0,$$

$$\left(\varepsilon_{1(0)} + \varepsilon^{p}\varepsilon_{1(1)} + ...\right) = \varepsilon\frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial \alpha_1}\varepsilon^{-1}\left(u_{(0)} + \varepsilon^{p}u_{(1)} + ...\right)$$

$$\left(\varepsilon_{2(0)} + \varepsilon^{p}\varepsilon_{2(1)} + ...\right) = \varepsilon\left[\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial \vartheta}\varepsilon^{-6/4}\left(v_{(0)} + \varepsilon^{p}v_{(1)} + ...\right) +\right.$$
$$\left. + \frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}\varepsilon^{-1}\left(u_{(0)} + \varepsilon^{p}u_{(1)} + ...\right) + \frac{1}{R_2}\varepsilon^{6/4}\left(w_{(0)} + \varepsilon^{p}w_{(1)} + ...\right)\right]$$

$$\varepsilon^{1/4}\left(\omega_{(0)} + \varepsilon^{p}\omega_{(1)} + ...\right) = \varepsilon\left[\frac{A_2}{A_1}\frac{\partial}{\partial \alpha_1}\frac{1}{A_2}\varepsilon^{-5/4}\left(v_{(0)} + \varepsilon^{p}v_{(1)} + ...\right) +\right.$$

$$+\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\varepsilon^{-5/4}\left(u_{(0)}+\varepsilon^p u_{(1)}+\ldots\right)\Bigg], \qquad (16)$$

$$\varepsilon^{-2/4}\left(\kappa_{1(0)}+\varepsilon^p\kappa_{1(1)}+\ldots\right)=-\varepsilon\frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\varepsilon^{-6/4}\left(w_{(0)}+\varepsilon^p w_{(1)}+\ldots\right),$$

$$\varepsilon^{-4/4}\left(\kappa_{2(0)}+\varepsilon^p\kappa_{2(1)}+\ldots\right)=-\varepsilon\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left[\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\varepsilon^{-8/4}\left(w_{(0)}+\varepsilon^p w_{(1)}+\ldots\right)-\right.$$

$$\varepsilon^{-3/4}\left(\tau_{(0)}+\varepsilon^p\tau_{(1)}+\ldots\right)=-\frac{1}{2}\varepsilon\left\{\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\varepsilon^{-8/4}\left(w_{(0)}+\varepsilon^p w_{(1)}+\ldots\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left[\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\varepsilon^{-7/4}\left(w_{(0)}+\varepsilon^p w_{(1)}+\ldots\right)-\frac{1}{R_2}\varepsilon^{-5/4}\left(v_{(0)}+\varepsilon^p v_{(1)}+\ldots\right)\right]\right\},$$

$$\varepsilon^{4/4}\left(M_{1(0)}+\varepsilon^p M_{1(1)}+\ldots\right)=$$

$$=\frac{\varepsilon^2}{12\left(1-\nu^2\right)}\left[\varepsilon^{-2/4}\left(\kappa_{1(0)}+\varepsilon^p\kappa_{1(1)}+\ldots\right)+\nu\varepsilon^{-4/4}\left(\kappa_{2(0)}+\varepsilon^p\kappa_{2(1)}+\ldots\right)\right],$$

$$\varepsilon^{5/4}\left(H_{(0)}+\varepsilon^p H_{(1)}+\ldots\right)=\frac{\varepsilon^2}{12\left(1+\nu\right)}\varepsilon^{-3/4}\left(\tau_{(0)}+\varepsilon^p\tau_{(1)}+\ldots\right),$$

$$\varepsilon^{4/4}\left(M_{2(0)}+\varepsilon^p M_{2(1)}+\ldots\right)=$$

$$=\frac{\varepsilon^2}{12\left(1-\nu^2\right)}\left[\varepsilon^{-4/4}\left(\kappa_{2(0)}+\varepsilon^p\kappa_{2(1)}+\ldots\right)+\nu\varepsilon^{-2/4}\left(\kappa_{1(0)}+\varepsilon^p\kappa_{1(1)}+\ldots\right)\right],$$

$$\left(\varepsilon_{1(0)}+\varepsilon^p\varepsilon_{1(1)}+\ldots\right)=\left(T_{1(0)}+\varepsilon^p T_{1(1)}+\ldots\right)-\nu\varepsilon^{2/4}\left(T_{2(0)}+\varepsilon^p T_{2(1)}+\ldots\right)$$

$$\varepsilon^{1/4}\left(\omega_{(0)}+\varepsilon^p\omega_{(1)}+\ldots\right)=\left(1+\nu\right)\varepsilon^{1/4}\left(S_{(0)}+\varepsilon^p S_{(1)}+\ldots\right)$$

$$\left(\varepsilon_{2(0)}+\varepsilon^p\varepsilon_{2(1)}+\ldots\right)=\varepsilon^{2/4}\left(T_{2(0)}+\varepsilon^p T_{2(1)}+\ldots\right)-\nu\left(T_{1(0)}+\varepsilon^p T_{1(1)}+\ldots\right).$$

5. Уравнения нулевого приближения. Каждое уравнение представляет собой ряд по степеням ε. Оставим в каждом уравнении члены с наименьшими степенями ε. Получим уравнения нулевого приближения

$$\frac{1}{A_1}\frac{\partial T_{1(0)}}{\partial\alpha_1}+\frac{1}{A_2}\frac{\partial S_{(0)}}{\partial\vartheta}+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}T_{1(0)}+X_1=0,$$

$$\frac{1}{A_2}\frac{\partial T_{2(0)}}{\partial\vartheta}+\frac{1}{A_1}\frac{\partial S_{(0)}}{\partial\alpha_1}+\frac{2}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}S_{(0)}+X_2=0,\quad -\frac{T_{2(0)}}{R_2}+\frac{1}{A_2}\frac{\partial N_{2(0)}}{\partial\vartheta}+Z=0,$$

$$\frac{1}{A_1}\frac{\partial M_{1(0)}}{\partial\alpha_1}+\frac{1}{A_2}\frac{\partial H_{(0)}}{\partial\vartheta}+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\left(M_{1(0)}-M_{2(0)}\right)-N_{1(0)}=0,$$

$$\frac{1}{A_2}\frac{\partial M_{2(0)}}{\partial\vartheta}-N_{2(0)}=0;$$

$$\varepsilon_{1(0)}=\frac{1}{A_1}\frac{\partial u_{(0)}}{\partial\alpha_1},\qquad 0=\frac{1}{A_2}\frac{\partial v_{(0)}}{\partial\vartheta}+\frac{w_{(0)}}{R_2},\ 0=\frac{A_2}{A_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\frac{v_{(0)}}{A_2}+\frac{1}{A_2}\frac{\partial u_{(0)}}{\partial\vartheta},$$

$$\kappa_{1(0)}=-\frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\frac{1}{A_1}\frac{\partial w_{(0)}}{\partial\alpha_1},\qquad \kappa_{2(0)}=-\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\frac{1}{A_2}\frac{\partial w_{(0)}}{\partial\vartheta},$$

$$\tau_{(0)} = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\frac{1}{A_1}\frac{\partial w_{(0)}}{\partial\alpha_1} + \frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\frac{1}{A_2}\frac{\partial w_{(0)}}{\partial\vartheta}\right),$$

$$M_{1(0)} = \frac{1}{12\left(1-\nu^2\right)}\nu\kappa_{2(0)},\ H_{(0)} = \frac{1}{12\left(1+\nu\right)}\tau_{(0)},\ M_{2(0)} = \frac{1}{12\left(1-\nu^2\right)}\kappa_{2(0)},$$

$$\varepsilon_{1(0)} = T_{1(0)},\ \omega_{(0)} = \left(1+\nu\right)S_{(0)},\ \varepsilon_{2(0)} = -\nu T_{1(0)}.$$

Написанная выше в нулевом приближении система распадается на две подсистемы. Первая служит для определения 11 неизвестных $T_{1(0)}, S_{(0)}, T_{2(0)}, N_{2(0)}$, $M_{2(0)}, \varepsilon_{1(0)}, u_{(0)}, v_{(0)}, w_{(0)}, \kappa_{2(0)}, H_{(0)}, \omega_{(0)}$

$$\frac{1}{A_1}\frac{\partial T_{1(0)}}{\partial\alpha_1} + \frac{1}{A_2}\frac{\partial S_{(0)}}{\partial\vartheta} + \frac{1}{A_1 A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}T_{1(0)} + X_1 = 0,$$

$$\frac{1}{A_2}\frac{\partial T_{2(0)}}{\partial\vartheta} + \frac{1}{A_1}\frac{\partial S_{(0)}}{\partial\alpha_1} + \frac{2}{A_1 A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}S_{(0)} + X_2 = 0,$$

$$-\frac{T_{2(0)}}{R_2} + \frac{1}{A_2}\frac{\partial N_{2(0)}}{\partial\vartheta} + Z = 0,\quad \frac{1}{A_2}\frac{\partial M_{2(0)}}{\partial\vartheta} - N_{2(0)} = 0, \tag{17}$$

$$\varepsilon_{1(0)} = \frac{1}{A_1}\frac{\partial u_{(0)}}{\partial\alpha_1},\quad \frac{1}{A_2}\frac{\partial v_{(0)}}{\partial\vartheta} + \frac{w_{(0)}}{R_2} = 0,\quad \frac{A_2}{A_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\frac{v_{(0)}}{A_2} + \frac{1}{A_2}\frac{\partial u_{(0)}}{\partial\vartheta} = 0,$$

$$\kappa_{2(0)} = -\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\frac{1}{A_2}\frac{\partial w_{(0)}}{\partial\vartheta},\ M_{2(0)} = \frac{1}{12\left(1-\nu^2\right)}\kappa_{2(0)},\ \varepsilon_{1(0)} = T_{1(0)},\quad \omega_{(0)} = \left(1+\nu\right)S_{(0)}.$$

Вторая – для определения 6 неизвестных $M_{1(0)}, N_{1(0)}, H_{(0)}\kappa_{1(0)}, \tau_{(0)}, \varepsilon_{2(0)}$ путем прямых действий без интегрирования по определенным в первой задаче неизвестным

$$\kappa_{1(0)} = -\frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\frac{1}{A_1}\frac{\partial w_{(0)}}{\partial\alpha_1},\quad \tau_{(0)} = -\frac{1}{2}\left[\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\frac{1}{A_1}\frac{\partial w_{(0)}}{\partial\alpha_1} + \frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\frac{1}{A_2}\frac{\partial w_{(0)}}{\partial\vartheta}\right],$$

$$M_{1(0)} = \frac{1}{12\left(1-\nu^2\right)}\nu\kappa_{2(0)},\ H_{(0)} = \frac{1}{12\left(1+\nu\right)}\tau_{(0)},\ \varepsilon_{2(0)} = -\nu T_{1(0)},$$

$$\frac{1}{A_1}\frac{\partial M_{1(0)}}{\partial\alpha_1} + \frac{1}{A_2}\frac{\partial H_{(0)}}{\partial\vartheta} + \frac{1}{A_1 A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\left(M_{1(0)} - M_{2(0)}\right) - N_{1(0)} = 0.$$

Система уравнений (17) может быть сведена к одному уравнению относительно перемещения v_0. Для этого надо из уравнений

$$T_{1(0)} = \frac{1}{A_1}\frac{\partial u_{(0)}}{\partial\alpha_1},\ \frac{\partial S_{(0)}}{\partial\vartheta} = -\frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}A_2 T_{1(0)} - A_2 X_1,\ \frac{\partial T_{2(0)}}{\partial\vartheta} = -\frac{1}{A_1 A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}A_2^2 S_{(0)} - A_2 X_2,$$

$$\frac{\partial u_{(0)}}{\partial\vartheta} = -\frac{A_2^2}{A_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\frac{v_{(0)}}{A_2}$$

выразить $T_{2(0)}$ и из уравнений

$$w_{(0)} = -\frac{R_2}{A_2}\frac{\partial v_{(0)}}{\partial\vartheta},\ \kappa_{2(0)} = -\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\frac{1}{A_2}\frac{\partial w_{(0)}}{\partial\vartheta},\ M_{2(0)} = \frac{1}{12\left(1-\nu^2\right)}\kappa_{2(0)},\ N_{2(0)} = \frac{1}{A_2}\frac{\partial M_{2(0)}}{\partial\vartheta}$$

$N_{2(0)}$ через $v_{(0)}$ и подставить их в третье уравнение равновесия

$$-T_{2(0)} + \frac{R_2}{A_2}\frac{\partial N_{2(0)}}{\partial\vartheta} + R_2 Z = 0,$$

предварительно продифференцировав его три раза по ϑ. Эквивалентное системе (17) с указанной погрешностью разрешающее уравнение имеет вид:

$$-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\frac{A_2^2}{A_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\frac{A_2}{A_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\frac{A_2^2}{A_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\frac{v_{(0)}}{A_2}-\frac{1}{12\left(1-\nu^2\right)}\frac{R_2^2}{A_2^4}\frac{\partial^8 v_{(0)}}{\partial\vartheta_2^8}=$$

$$=R_2\frac{\partial^3 Z}{\partial\vartheta^3}+A_2\frac{\partial^2 X_2}{\partial\vartheta^2}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}A_2^3\frac{\partial X_1}{\partial\vartheta}\,. \qquad (18)$$

Подобное уравнение вывел В.З. Власов [1] для замкнутой круговой цилиндрической оболочки с помощью некоторых далеко не очевидных гипотез. Поэтому, полученную в настоящей работе систему (17) назовем обобщенной полубезмоментной теорией произвольной оболочки нулевой кривизны. Уравнения (17) и (18) применимы как для замкнутой, так и не замкнутой оболочки нулевой кривизны, имеющей некоторую изменяемость в направлении направляющей. Ее погрешность определяется величиной ε^p, т.к. порождена отбрасыванием величин в разложениях (7) с номерами $s>0$. Погрешность уравнения (18) ε^q.

6. Уравнения первого приближения. Для определения показателя p надо записать систему (16) при $s=1$. Приведем только первое уравнение, т.к. остальные пишутся по такой же схеме

$$\frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}T_{1(1)}+\frac{1}{A_2}\frac{\partial S_{(1)}}{\partial\vartheta}+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\left(T_{1(1)}-\varepsilon^{2/4-p}T_{2(0)}\right)+X_1=0\,.$$

Из этого уравнения видно, что для получения уравнений, описывающих НДС в следующем приближении, надо, чтобы входящие в уравнение члены имели одинаковый порядок по ε. Отсюда вытекает условие $2/4-p=0$, которое дает $p=1/2$ или $p=2q$.

7. Рекуррентные уравнения. Из системы (16) при известном показателе $p=1/2$ вытекает следующая общая запись последовательности уравнений для определения неизвестных:

$$\frac{1}{A_1}\frac{\partial T_{1(s)}}{\partial\alpha_1}+\frac{1}{A_2}\frac{\partial S_{(s)}}{\partial\alpha_2}+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\left(T_{1(s)}-T_{2(s-2)}\right)+X_1=0\,,$$

$$\frac{1}{A_2}\frac{\partial T_{2(s)}}{\partial\alpha_2}+\frac{1}{A_1}\frac{\partial S_{(s)}}{\partial\alpha_1}+\frac{2}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}S_{(s)}+\frac{N_{2(s-2)}}{R_2}+X_2=0\,,$$

$$-\frac{T_{2(s)}}{R_2}+\frac{1}{A_1}\frac{\partial N_{1(s-2)}}{\partial\alpha_1}+\frac{1}{A_2}\frac{\partial N_{2(s)}}{\partial\alpha_2}+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}N_{1(s-2)}+Z=0\,,$$

$$\frac{1}{A_1}\frac{\partial M_{1(s)}}{\partial\alpha_1}+\frac{1}{A_2}\frac{\partial H_{(s)}}{\partial\alpha_2}+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\left(M_{1(s)}-M_{2(s)}\right)-N_{1(s)}=0\,,$$

$$\frac{1}{A_2}\frac{\partial M_{2(s)}}{\partial\alpha_2}+\frac{1}{A_1}\frac{\partial H_{(s-2)}}{\partial\alpha_1}+\frac{2}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}H_{(s-2)}-N_{2(s)}=0\,,$$

$$\varepsilon_{1(s)}=\frac{1}{A_1}\frac{\partial u_{(s)}}{\partial\alpha_1},\quad \varepsilon_{2(s-2)}=\frac{1}{A_2}\frac{\partial v_{(s)}}{\partial\alpha_2}+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}u_{(s-2)}+\frac{w_{(s)}}{R_2}\,,$$

$$\omega_{(s-2)}=\frac{A_2}{A_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\frac{v_{(s)}}{A_2}+\frac{1}{A_2}\frac{\partial u_{(s)}}{\partial\alpha_2},\kappa_{1(s)}=-\frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\frac{1}{A_1}\frac{\partial w_{(s)}}{\partial\alpha_1},\quad \kappa_{2(s)}=-\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(\frac{1}{A_2}\frac{\partial w_{(s)}}{\partial\alpha_2}-\frac{v_{(s-2)}}{R_2}\right),$$

$$\tau_{(s)}=-\frac{1}{2}\left[\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\frac{1}{A_1}\frac{\partial w_{(s)}}{\partial\alpha_1}+\frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(\frac{1}{A_2}\frac{\partial w_{(s)}}{\partial\alpha_2}-\frac{v_{(s-2)}}{R_2}\right)\right],$$

$$M_{1(s)}=\frac{1}{12\left(1-\nu^2\right)}\left(\kappa_{1(s-2)}+\nu\kappa_{2(s)}\right),\quad H_{(s)}=\frac{1}{12\left(1+\nu\right)}\tau_{(s)},M_{2(s)}=\frac{1}{12\left(1-\nu^2\right)}\left(\kappa_{2(s)}+\nu\kappa_{1(s-2)}\right),$$

$$\varepsilon_{1(s)}=T_{1(s)}-\nu T_{2(s-2)},\quad \omega_{(s)}=\left(1+\nu\right)S_{(s)},\quad \varepsilon_{2(s)}=T_{2(s-2)}-\nu T_{1(s)}\,.$$

Последовательность уравнений, в которых величины с отрицательными индексами в скобках равны нулю, позволяют определить все неизвестные для любого s рекуррентным образом в порядке возрастания s от нуля. В каждом отдельно взятом приближении неизвестные не зависят от ε и вычисляются через величины, вычисленные в предыдущем приближении.

8. Краевой эффект. Система уравнений (17) и эквивалентное ей разрешающее уравнение (18) принимают особенно простую форму в случае круговой цилиндрической оболочки, для которой можно принять $A_1^*=A_2^*=R_2^*=R$. В безразмерной записи эти величины становятся равными 1. Уравнение записывается так:

$$-\frac{\partial^4 v_{(0)}}{\partial\alpha_1^4}-\frac{1}{12\left(1-\nu^2\right)}\frac{\partial^8 v_{(0)}}{\partial\vartheta^8}=\frac{\partial^3 Z}{\partial\vartheta^3}+\frac{\partial^2 X_2}{\partial\vartheta^2}-\frac{\partial^2 X_1}{\partial\alpha_1\partial\vartheta}\,.$$

Обратим внимание на то, что полученное уравнение так же как и более общее (18) имеют четвертый порядок дифференцирования по α_1. Это позволит выполнить только четыре условия на двух криволинейных краях оболочки. Еще четыре условия должны быть выполнены с помощью дополнительных уравнений типа пограничного слоя. В теории оболочек их называют уравнениями краевого эффекта [2]. Их можно получить применив вышеописанную процедуру выделения уравнений для получения решений с заданными свойствами. Весовые коэффициенты для уравнения краевого эффекта можно получить, выбрав в качестве начального приближения компоненты $T_1=T_{10}=0$, $T_2=T_{20}$, $S=S_0=0$ при изменяемости q искомых компонент НДС по координате α_1. После вычислений получим следующие весовые коэффициенты

$$\varepsilon_1\sim\varepsilon^0,\varepsilon_2\sim\varepsilon^0,\omega\sim\varepsilon^{2-3q},u_1\sim\varepsilon^q,\ w\sim\varepsilon^0,u_2\sim\varepsilon^{2q},\kappa_1\sim\varepsilon^{-2q},\kappa_2\sim\varepsilon^{-q},\tau\sim\varepsilon^{-q},$$

$$M_1\sim\varepsilon^{2-2q},M_2\sim\varepsilon^{2-2q},H\sim\varepsilon^{2-q},N_1\sim\varepsilon^{2-3q},\ N_2\sim\varepsilon^{2-2q},\ \left(T_{11}\sim\varepsilon^{2-2q},T_{21}\sim\varepsilon^{2-4q},S_1\sim\varepsilon^{2-3q}\right),$$

q = 1/2 и уравнение типа пограничного слоя: $\varepsilon^2\dfrac{1}{A_1^4}\dfrac{\partial^4 w_{(0)}}{\partial\alpha_1^4}+\dfrac{w_{(0)}}{R}=0$.

Уравнения для определения остальных неизвестных краевого эффекта здесь не приводятся.

Литература

1. *Власов В.З.* Общая теория оболочек. – М-Л.: ГИТТЛ, 1949. – 784 с.
2. *Гольденвейзер А.Л.* Теория упругих тонких оболочек.– М.: Наука. 1976. – 512 с.

DETACHMENT OF ELEMENTARY STRESS-STRAIN STATES FROM ZERO CURVATURE SHELL EQUATIONS

Zveryaev Ye.M., Makarov G.I.

A methodic of the approximate theory shell equations construction for the null curvature shell is presented. The two subsystems describing elementary stress-strain states with respect to the initial one are detached. The detachment of the principal terms in the every equation is made with the help of the simple iteration method. The weight coefficients for the every sought component of stress-strain state are determined in this way. The generalized half-membrane state equations are constructed and the end effect asymptotics are given. The elementary stress-strain states are constructed according to the found weight coefficients with the asymptotic integration method.

KEY WORDS: shell, null curvature, asymptotic, small parameter, simple iteration method, method of asymptotic integration, variability, weight coefficient.