

ДИНАМИЧЕСКАЯ ПОТЕРЯ УСТОЙЧИВОСТИ ЗАМКНУТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ДЕЙСТВИИ ПОЛОСОВОЙ ЗНАКОПЕРЕМЕННОЙ НАГРУЗКИ

В.А. КРЫСЬКО, *д-р техн. наук, профессор*

Э.С. КУЗНЕЦОВА, *канд. физ.-мат. наук*

М.В. ЖИГАЛОВ, *канд. техн. наук, доцент*

К.Ф. ШАГИВАЛЕЕВ *канд. техн. наук, доцент*

Саратовский государственный технический университет

410054, Саратов, ул. Политехническая, 77: engine1978@mail.ru

Конструкции в виде замкнутых цилиндрических оболочек широко применяются в различных отраслях промышленности: авиа и космической, судостроении, строительстве. Их использование предполагает воздействие на них различных типов статических и динамических нагрузок. При динамическом силовом воздействии на замкнутые цилиндрические оболочки возникают теоретически интересные и практически важные задачи статики и динамики. Для более точного описания оболочки необходимо использовать математическую модель с учетом нелинейных членов. В результате нагружения возникают нелинейные колебания и возможно явление потери устойчивости, приводящее к существенному изменению формы оболочки.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: цилиндрическая оболочка, потеря устойчивости.

Введение

Изучение устойчивости упругих систем при динамическом нагружении было начато Лаврентьевым М.А. и Ишлинским А.Ю. [1], а затем продолжено

Алфутовым Н.А. [2], Вольмиром А.С. [3], Григолюком Э.И. [4]. Фундаментальные исследования в данном направлении получены Ободан Н.И. [5], Вольмиром А.С. [6], Баженовым В.Г. [7] и др. Решения, полученные указанными авторами, выполнены для стационарных задач или для динамики при действии импульса бесконечной продолжительности во времени. Исследованию нестационарных задач теории оболочек под действием знакопеременной нагрузки посвящены следующие труды [8-16]. Настоящая работа ставит своей целью продолжить начатые исследования и провести исследования на основе анализа изменения прогиба оболочки во времени, с помощью новой методики, в основе которой лежит использование вейвлет-преобразований и исследования знака старшего показателя Ляпунова. Будут показаны изменения формы волнообразования. В известной нам литературе исследования по данному направлению не проводились. Настоящая работа ставит своей целью заполнить указанный выше пробел. Как известно, с помощью показателей Ляпунова возможно подойти к оценке характера нелинейных колебаний через проверку чувствительности системы к вариациям начальных условий, а положительный показатель Ляпунова указывает на хаотическую динамику системы [17].

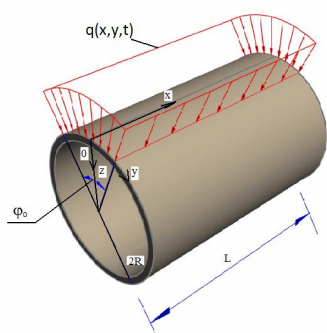


Рис. 1. Расчетная схема

1. Постановка задачи

В рамках нелинейной классической теории полых оболочек рассматривается замкнутая цилиндрическая оболочка кругового сечения конечной длины с постоянной жесткостью и плотностью при действии поперечной знакопеременной нагрузки. Вводится система координат: ось x направим по продольной координате, ось y – по окружной координате, ось z – по нормали к срединной поверхности (рис. 1). Система уравнений динамики оболочки записывается в безразмерном виде [6]:

$$\frac{1}{12(1-\nu^2)} \left[\lambda^{-2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \lambda^2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right] - L(w, F) - k_y \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \varepsilon \frac{\partial w}{\partial t} + q(x, y, t) = 0,$$

$$\left\{ \lambda^{-2} \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \lambda^2 \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} + \frac{1}{2} L(w, w) + k_y \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right\} = 0. \quad (1)$$

Использованы следующие безразмерные параметры: $w = 2h\bar{w}$, $F = E_0(2h)^3\bar{F}$, $t = \frac{RL}{2h\sqrt{gE_0}}\bar{t}$, $\lambda = L/R$; $x = L\bar{x}$, $y = R\bar{y}$; $k_y = \bar{k}_y \frac{2h}{R^2}$, $q = \bar{q} \frac{E_0(2h)^4}{L^2 R^2}$, где L и $R = R_y$ – длина и радиус оболочки. Здесь t – время, F – функция усилий, w – функция прогиба, h – толщина оболочки, ν – коэффициент Пуассона, E_0 – модуль упругости, k_y – кривизна оболочки по y . Для краткости черточка над безразмерными величинами в уравнении (1) опущена. В данной работе исследуются колебания шарнирно опертой по криволинейному кругу замкнутой цилиндрической оболочки с однородными граничными условиями:

$$w = 0; \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0; \quad F = 0; \quad \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = 0 \quad \text{при } x = 0, 1, \quad y = 0, 2\pi$$

и нулевыми начальными условиями $w(x, y)|_{t=0} = 0$, $\frac{\partial w}{\partial t}|_{t=0} = 0$.

Краевая задача по пространственным координатам методом Бубнова-Галеркина в высших приближениях [18] сводится к задаче Коши, которая решается методом Рунге – Кутты 4-го порядка. Для построения вейвлет – спектров была использована созданная авторами программа в пакете MathLab, для вычисления показателей Ляпунова также была применена численная процедура [19].

2. Численные результаты

Рассматривается характер колебаний оболочки с параметрами $k_y = 112.5$ при $\lambda = 2$, $\varepsilon = 9$, под действием поперечной нагрузки $q(t) = q_0 \sin(\omega_p t)$, приложенной по полосе к поверхности цилиндрической оболочки с центральным углом $\varphi_0 = 3.14$, $0 \leq x \leq 1$, $\omega_p = 2.3$, количество членов ряда в разложении искомых функций (8) $N_1 = 1$, $N_2 = 9$. Исследование количества членов ряда проведено в работах [20, 21].

Приведем некоторые известные критерии динамической устойчивости. Шю А.С, Сунг Т.Т, Рот Д.С. [22] показывают, что нагрузка, при которой начинается обратный процесс изменения времени, необходимого для достижения первого максимума в зависимости "нагрузка – время", считается критической.

Кантор Б.Я., рассчитывая методом Ритца в высших приближениях осесимметричные сферические оболочки, в качестве динамического критерия принимает, что оболочка прохлопывает, если прогиб в центре достигает значения, большего относительной высоты оболочки $K \cong 2\bar{f}$, где $\bar{f} = f/h$ – безразмерная высота подъема оболочки над планом. В работе Крысько В.А. [23] делается анализ устойчивости оболочек и отмечается, что при потере устойчивости оболочки происходит смена знака усилия в срединной поверхности с отрицательного (сжатия) на положительный (растяжение).

Для исследования динамической потери устойчивости замкнутой цилиндрической оболочки воспользуемся динамическим критерием А.С. Вольмира [3], где происходит быстрый рост прогиба при незначительном увеличении нагрузки или появляется точка перегиба графика $q_0(w)$.

В данной работе строится зависимость $w_{\max}(q_0)$, где для каждого элемента q_0 из диапазона $q_0 \in [0; 0.45]$ определяется максимальный прогиб в точке (0,5; 0). Данные результаты приведены на рис. 2., для более информативного представления о характере колебаний построена «шкала» характера колебаний оболочки, в каждой точке определяется характер колебаний и в зависимости от этого происходит изменение тона.

На «шкале» можно видеть, что при изменении $q_0 < 0.395$ колебания носят один тип – гармонические колебания (черный цвет), а при $0.395 < q_0 < 0.45$ характер колебаний изменяется на многочастотный (светло-серый цвет).

С помощью «шкал» характера колебаний оболочки можно проследить процесс перехода колебаний от гармонических в хаотические и

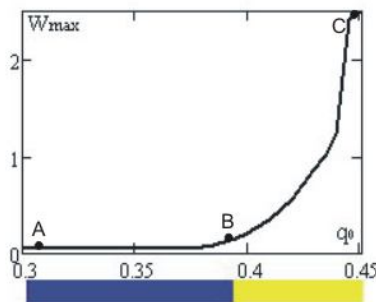


Рис. 2 Зависимость $w_{\max}(q_0)$

определить границы значений, при которых воздействие знакопеременной нагрузки приводит к необратимым изменениям в оболочке.

Мы наблюдаем динамическую потерю устойчивости, когда небольшое изменение параметра интенсивности нагрузки q_0 приводит к резкому росту прогиба. Изучение зависимостей $w_{\max}(q_0)$ для каждого q_0 позволяет установить зоны потери устойчивости системы при воздействии знакопеременной нагрузки. Проанализируем явление потери устойчивости цилиндрической оболочки в зависимости от параметра q_0 . Исследуем характер колебаний в докритическом состоянии при значениях $q_0 = 0.31$, и $q_0 = 0.395$ - это точки А и В соответственно, и в зоне потери устойчивости оболочки $q_0 = 0.45$ - точка С на рис.2. В таблице 1 приведены характеристики колебаний: график сигнала $w(t)$ и 2D вейвлет, 3D вейвлет Морле, фазовый портрет, изменения значения старшего показателя Ляпунова, форма волнообразования и форма поперечного сечения.

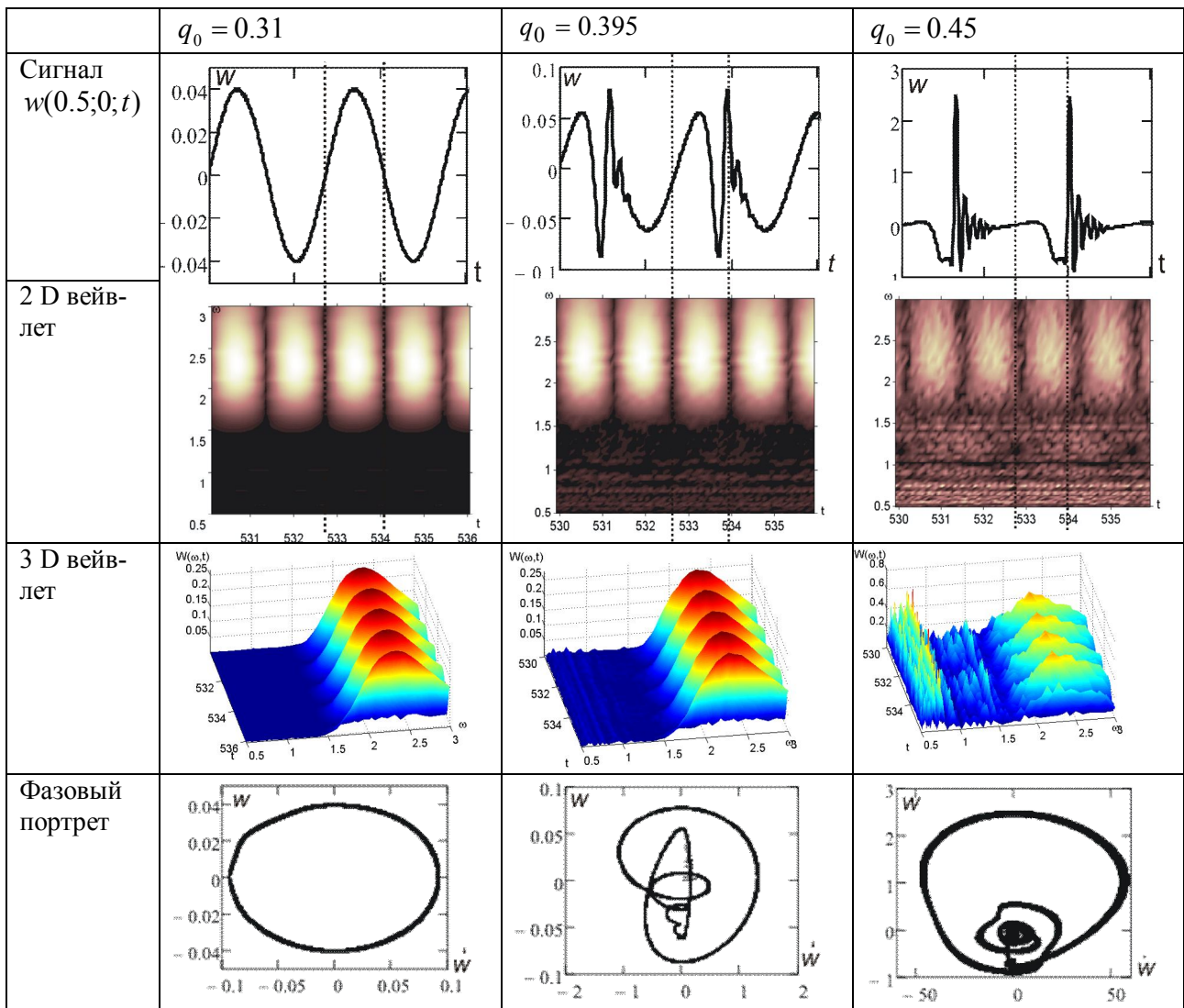
Рассмотрим характер колебаний при значении параметра нагрузки $q_0 = 0.31$ - это точка А на рис. 2. Прогиб оболочки во времени на графике сигнала $w(0.5; 0; t)$ изменяется периодически, колебания происходят около нулевой отметки. Вид 2D вейвлета сигнала, представляет собой чередующиеся светлые зоны на основной частоте, сопоставляя значения частоты на вейвлет-спектре со значениями сигнала в тех же точках по времени, видно, что светлые участки вейвлет-спектре показывают на максимум или минимум прогиба, а темные вертикальные полосы появляются, когда значения прогиба проходят через нулевую отметку. Фазовый портрет, в виде овала, показывает, что колебания являются одночастотными и гармоническими. Значения старшего показателя Ляпунова принимают отрицательные значения, что также указывает на отсутствие хаотических колебаний.

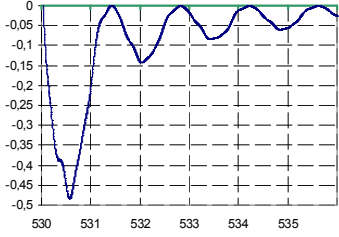
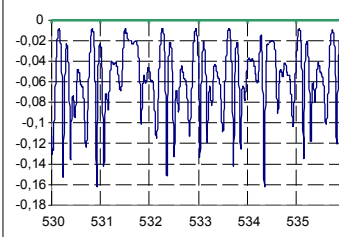
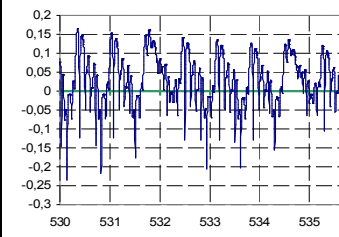
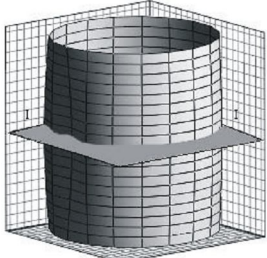
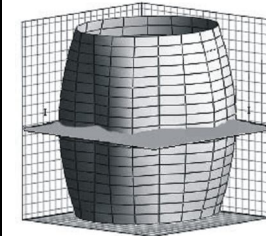
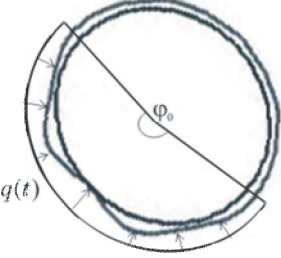
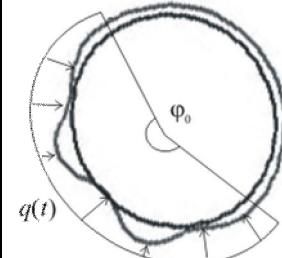
Рассмотрим характер колебаний при значении параметра нагрузки $q_0 = 0.395$ - это точка В на рис. 2. Исследование сигнала с помощью вейвлет-спектров позволяет более тщательно отследить изменение во времени частотного спектра, определить присутствие дополнительных частот, кроме основной частоты возбуждения. Энергия процесса на каком-либо масштабе может быть рассчитана через коэффициенты вейвлет-спектра; при значениях максимума или минимума сигнала вейвлет-спектр имеет яркие высветленные участки, т.е. коэффициент положительный, при быстром убывании вейвлет-спектра до нуля участки становятся серыми, а при прохождении через нулевую отметку значений сигнала вейвлет-спектр имеет черный цвет, что говорит об отсутствии энергии. Исследуя фазовый портрет также можно сделать вывод, что колебания происходят не только на основной частоте возбуждения, присутствуют дополнительные частоты, но колебания не носят характер хаотических. Колебания носят сложный характер, в то же время значения старшего показателя Ляпунова имеют отрицательное значение. Характер волнообразования соответствует воздействию на оболочку поперечной нагрузки в виде полосы с центральным углом $\varphi = 3.14$, так как непосредственно в области воздействия наблюдается вдавливание оболочки, но число полуволин не увеличивается, наблюдается расширение оболочки.

Рассмотрим характер колебаний в зоне потери устойчивости оболочки ($q_0 = 0.45$). При изменении параметра нагрузки $q_0 = 0.45$ характер колебаний резко изменяется, прогиб оболочки и количество пиков увеличивается, границы на вейвлет-спектре становятся размытыми, но по сравнению с $q_0 = 0.395$ оста-

ется явление хлопка-выхлопа. Качественно изменяется фазовый портрет, увеличивается количество петель, а сам фазовый портрет приобретает форму странного аттрактора, более наглядно этот процесс виден на вейвлет-спектре. Увеличение числа петель характерно для появления новых частот, либо бифуркаций. На графике 2D вейвлета можно проследить, что высветление участков спектра происходит также и при частоте $\omega = 1.15$, и $\omega = 0.575$, что говорит о появлении бифуркаций Хопфа. Отображение 3D вейвлета Морле, позволяет увидеть, что количество частот на самом деле увеличилось, колебания на основной частоте выражены не ярко, происходит смещение колебаний на низкие частоты. В последних строках таблицы 1 показаны формы волнообразования и поперечного сечения оболочки. Видно, что происходит увеличение вдавливания оболочки в зоне действия нагрузки и расширение оболочки вне зоны действия нагрузки. Значения старшего показателя Ляпунова, в эти моменты, меняются с положительного на отрицательный и обратно. Смена знака старшего показателя Ляпунова говорит о явлении хлопка-выхлопа.

Таблица 1



Старший показатель Ляпунова			
Форма волнообразования			
Форма поперечного сечения, угол нагрузки $\varphi_0 = 3.14$			

4. Выводы

Проведено исследование колебательного процесса замкнутой цилиндрической оболочки на основе анализа изменения прогиба оболочки во времени, вейвлет-преобразований, изменения формы волнообразования, и исследования знака старшего показателя Ляпунова, что позволило качественно подойти к процессу исследования колебаний системы и выяснить характер колебаний в зонах до и после потери устойчивости динамической системы. Применен критерий динамической потери устойчивости замкнутых цилиндрических оболочек такой, что при небольшом изменении параметра интенсивности нагрузки q_0 происходит резкий рост прогиба и наблюдается явление хлопка-выхлопа.

Литература

1. Лаврентьев М.А. Механика в СССР за 50 лет. В 4-х т. т. 1-3. / Седов Л.И. (гл. ред.), Зельдович Я.Б., Ишлинский А.Ю., Лаврентьев М.А., Михайлов Г.К., Мухомеливили Н.И., Черный Г.Г. / Москва, Наука, 1968 т.1, 416 стр., 1970, т.2, 880 стр., 1972, т.3, 480 с.
2. Алфутов Н.А. Основы расчета на устойчивость упругих систем / Алфутов Н.А. / М.: Машиностроение, 1991, 336 с.
3. Вольмир А.С. Гибкие пластинки и оболочки / Вольмир А.С. / М., Гостехиздат, 1956, 420 с.
4. Григолюк Э.И. Устойчивость оболочек / Григолюк Э.И., Кабанов В.В. / М., Наука, 1978, 360 с.
5. Ободан Н.И. Устойчивость оболочек при неосесметричной деформации. / Л.В. Андреев, Н.И. Ободан, А.Г. Лебедев / М., Наука, 1988, 208 с
6. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластин и оболочек. / Вольмир А.С. / Москва, Наука, 1972, 432 стр.
7. Баженов В.Г. Упругопластическое деформирование составных оболочечных конструкций при импульсных воздействиях. / Баженов В.Г., Шинкаренко А.П. // Проблемы прочности, 1981, № 3, с. 25-29.

8. *Awrejcewicz J.* Feigenbaum Scenario Exhibited by Thin Plate Dynamics / *Awrejcewicz J., Krysko V.A.* // *Nonlinear Dynamics*. 2001. № 24. P. 373-398.
9. *Awrejcewicz J.* Analysis of complex parametric vibrations of plates and shells using Bubnov – Galerkin approach / *Awrejcewicz J., Krysko V.A.* // *Archive of Applied Mathematics*. 2003. № 73. P. 495 – 504.
10. *Awrejcewicz J.* Nonclassic Thermoelastic Problem in Nonlinear Dynamics of Shells. / *Awrejcewicz J., Krysko V.A.* / Springer – Verlag, Berlin, New York, London, Paris, Tokyo. 2003. 430 p.
11. *Awrejcewicz J.* Nonlinear Dynamics of Continuous Elastic Systems / *Awrejcewicz J., Krysko V.A., Vakakis A. F.* / Springer-Verlag, Berlin, New York, London, Paris, Tokyo. 2004. 356 p.
12. *Awrejcewicz J.* Spatial – Temporal Chaos and Solitons Exhibited by Von Karman Model / *Awrejcewicz J., Krysko V., Krysko A.* // *International Journal of Bifurcations and Chaos in Applied Sciences and Engineering*. 2002, vol. 12, № 7, p. 1465 -1513.
13. *Крысько В.А.* Хаотические колебания конических оболочек / *Крысько В.А., Щекатурова Т.В.* // *Изв. РАН. МТТ*. 2004. № 4. С. 140 – 150.
14. *Крысько В.А.* Сложные колебания замкнутых цилиндрических оболочек при неосесимметричном неравномерном знакопеременном внешнем давлении / *Крысько В.А., Савельева Н.Е.* // *Изв. ВУЗов, «Машиностроение»*, №7, 2004, с. 3 – 14.
15. *Krysko V.A.* On the solution of a coupled thermo-mechanical problem for non-homogeneous Timoshenko-type shells / *Krysko V.A., Awrejcewicz J., Bruk V.M.* // *Journal of Mathematical Analysis and Applications*. 2003. № 273. P. 409-416.
16. *Krysko V.A., Awrejcewicz J., Bruk V.M.* On existence and uniqueness of solutions to coupled thermomechanics problem of non-homogeneous isotropic plates / *Krysko V.A., Awrejcewicz J., Bruk V.M.* // *J. Appl. Anal.* 2002. № 8(1). P. 129 – 139
17. *Мун Ф.* Хаотические колебания: Вводный курс для научных работников и инженеров. / *Мун Ф.* / М.: Мир, 1990, 312 с.
18. *Kusnetsova E.S.* Chaotic vibrations of closed cylindrical shells in a temperature field / *Krysko V.A., Awrejcewicz J., Kusnetsova E.S., Krysko A.V.* // *International Journal of Bifurcation and Chaos*. Part1. 2008. №18(5). P.1551-1529.
19. *G. Benettin, L. Galgani, A. Giorgilli and J.-M. Strelcyn* Lyapunov Characteristic Exponents for smooth dynamical systems and for hamiltonian systems; A method for computing all of them. Part 2: Numerical application / *G. Benettin, L. Galgani, A. Giorgilli and J.-M. Strelcyn.* // *Meccanica*, Volume 15, Number 1 / March, 1980, p. 9-20.
20. *Kusnetsova E.S.* Chaotic vibrations of closed cylindrical shells in a temperature field / *Krysko V.A., Awrejcewicz J., Kusnetsova E.S., Krysko A.V.* // *International Journal Shock and Vibration*. Part2. 2008. № 15. P.335-343 .
21. *Савельева Н.Е.* Сложные колебания замкнутых цилиндрических оболочек при неосесимметричном неравномерном знакопеременном внешнем давлении / *Крысько В.А., Савельева Н.Е.* // *Известия вузов. Машиностроение*. 2004. №7.С.3 – 14.
22. *Shian A.C.* Dynamic Buckling of conical shells with Imperfection / *Shian A.C., Soong T.T., Roth D.S.* // *AIAA Journal*, 1974. Vol. 12, № 6. P. 24 – 30.
23. *Крысько В.А., Куцемако А.Н.* Устойчивость и колебания неоднородных оболочек / *Крысько В.А., Куцемако А.Н.* / Саратов, СГТУ, 1999 г., 202 с.

DYNAMIC LOSS OF STABILITY CLOSED CYLINDRICAL SHELLS AT ACTION OF BAND ALTERNATING LOADING

Krysko V. A, Kuznetsova E.S., Zhigalov M. V, Shagivaleev K.F.

In the given operation the question of dynamic loss of stability of closed cylindrical shells is researched. At influence on closed cylindrical shells of the cross alternating loading operating on a band, there are non-linear oscillations which result system in qualitatively new state. Researches were led on the basis of the analysis of change of sag of a shells in time, veyvlet-spectrum, change of the form of wave formation, and research of a sign on a high index of Lyapunov.

KEYWORDS: chaos, the closed cylindrical shells, [veyvlet]- analysis, nonlinear dynamics, dynamic loss of stability