

## РАЗВИТИЕ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ ПРОЧНОСТИ НАКЛОННЫХ СЕЧЕНИЙ ЭКСПЛУАТИРУЕМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

В.М. БОНДАРЕНКО, *д-р техн. наук, профессор, акад РААСН*

Р.Е. МИГАЛЬ, *канд. техн. наук, доцент*

*Московская государственная академия*

*коммунального хозяйства и строительства*

*111024, Москва, ул. Старообрядческая, 30/32, [migal-64@mail.ru](mailto:migal-64@mail.ru)*

*Сформулирован метод оценки ресурса силового сопротивления железобетонных элементов по наклонному сечению с учетом коррозионных повреждений.*

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** *коррозионные повреждения, поперечный изгиб, силовое сопротивление, деформации.*

При поперечном изгибе железобетонных элементов их напряженное состояние оценивается главными напряжениями, которые в свою очередь определяются нормальными и касательными напряжениями.<sup>1</sup> Запись главных напряжений общеизвестна:

$$\sigma_m(z) = -0,5\sigma_x(z) \pm \sqrt{[0,5\sigma_x(z)]^2 + \tau^2(z)}, \quad (1)$$

где  $z$  - ордината по высоте поперечного сечения,  $\sigma_x(z)$  - нормальные напряжения, соответствующие изгибающему моменту в сечении ( $M$ ),  $\tau(z)$  - касательные напряжения, соответствующие поперечной силе в сечении ( $Q$ ); причем главные растягивающие напряжения ответственны за разрыв материала  $\sigma_{mc} \geq R_{bt}$  (образование трещин в бетоне), главные сжимающие напряжения ответственны за раздробление материала  $\sigma_{ms} \geq R_b$  (разрушение сжатой зоны балки), рис. 1.

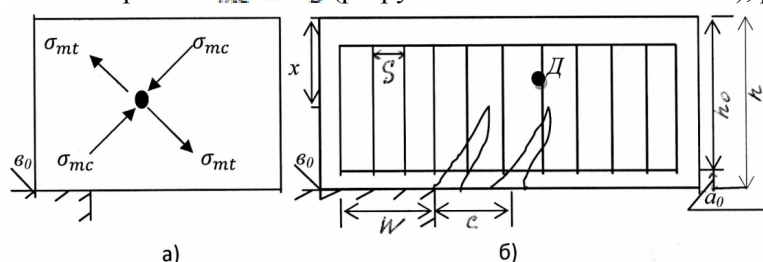


Рис. 1. а - схема главных напряжений; б - схема наклонных трещин, центр зоны сжатия  $D$ ;  $\theta_0, h, h_0, x, S, \delta, c, W$  - геометрические размеры (в т.ч.  $c$  - горизонтальная проекция наклонной трещины,  $S$  - шаг поперечной арматуры,  $W$  - анкерная заделка арматуры)

Функции  $\sigma_x(z)$  нормальных,  $\tau(z)$  касательных напряжений, входящие в выражения главных напряжений  $\sigma_{mc}(z)$  и  $\sigma_m(z)$ , соответствующая стадии устойчивого напряженно-деформированного состояния [1], зависят от структурных и коррозионных повреждений [2], а также старения, нелинейности, неравновесности, наследственности и режимности деформирования [5]. В связи с этим продуктивно зафиксировать основные исходные посылки дальнейшего исследования.

1. Уравнение силового сопротивления бетона принимается в квазилинейной форме [6]:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)S^0[\sigma(t)]}{E_{сп.л}(t, t_0)}, \quad (2)$$

где  $t_0, t$  - начало наблюдения, контрольное время наблюдения,  $\varepsilon(t)$  - полные отно-

<sup>1</sup> Знаку «минус» отвечают главные сжимающие напряжения, знаку «плюс» - главные растягивающие напряжения

сительные деформации, -напряжения,  $E_{вр,л}$ -линейный (начальный) временный модуль деформации

$$E_{вр,л}(t, t_0) = \left[ \frac{1}{E_{мг}(t)} + C^0(t, t) - \int_{t_0}^t \frac{\sigma(\tau)}{\sigma(t)} dc(\tau, t_0) d\tau \right]^{-1}, \quad (3)$$

или без учета режима нагружения (СП):

$$E_{вр,л}(t, t_0) = \frac{E_{мг}^0(t)}{1 + E_{мг}(t) C(t, t_0)}. \quad (4)$$

Здесь  $E_{мг}^0(t)$ - начальный модуль мгновенной деформации,  $C(t, t_0)$ - начальная мера ползучести,  $S^0[\sigma(t)]$  - функция нелинейности полной относительной деформации при неубывающем нагружении [4]:

$$\bar{S}^0[\sigma(t)] = \alpha[\sigma(t)]^{\alpha-1} \quad \text{или} \quad \bar{S}^0[\sigma(t)] = 1 + \bar{V} \left[ \frac{\sigma(t)}{R} \right]^m; \quad (5)$$

$\alpha, \bar{V}, m$  - взаимосвязанные эмпирические параметры нелинейности, например:

$$\bar{V} = \frac{1}{\ln c} \ln \left[ c \frac{(1 + \bar{V})}{(1 + \bar{V})} \right], \quad \alpha = (1 + \bar{V}) R^{1-\bar{V}}$$

причем  $c$  назначается по соображениям минимизации отклонения между разными вариантами  $\bar{S}^0$ , например  $c = 0,7$ .

2. Гипотеза плоских сечений (в смысле В.И. Мурашова):

$$\varepsilon(z, t) = \frac{M(t)}{D(t)} z, \quad (6)$$

где  $M(t)$ -изгибающий момент в сечении,  $D(t)$ -изгибная жесткость сечения,  $z$  - ордината, отсчитываемая от нейтральной оси.

3. Коррозионные повреждения начинаются после полного нагружения конструкции; характер коррозионных повреждений позволяет выделить в сжатой зоне изгибаемого элемента три слоя: А-слой полного разрушения (толщина  $z^*$ ), Б-слой частичного коррозионного повреждения (толщина  $\delta$ ), В-слой неповрежденного коррозией части сжатой зоны (толщина  $\rho$ ), рис. 2[2].

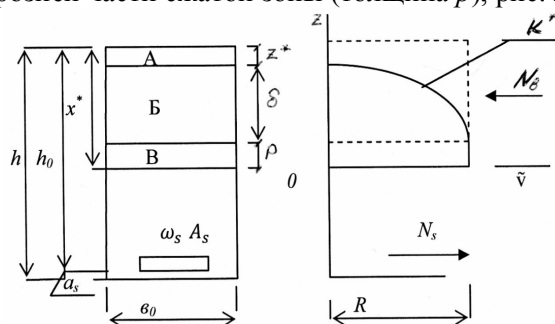


Рис. 2. Схема послойного коррозионного повреждения бетона и арматуры в поперечном сечении изгибаемого железобетонного элемента

Здесь  $z, v$  - координаты ( $ov$  - нейтральная ось сечения),  $b_0, h, a_s, h_0, x^*$ ,  $A_s$ - традиционные обозначения геометрических характеристик сечения,  $R$ -предел прочности бетона на сжатие,  $\omega_s$ -коэффициент сохранения арматуры при коррозионном повреждении,  $N_s$  и  $N_6$  - равнодействующие внутренних сил растяжения и сжатия,  $K^*$ -функция коррозионных повреждений в слое Б [2]:

$$K^*(z) = \sum_{i=0}^{i=2} a_i z^i, \quad (7)$$

параметры  $\alpha_i$  которой вычисляются из геометрических условий:

$$\text{при } z=p \text{ будет } K^*(p) = 1; \left. \frac{dK^*}{dz} \right|_{z=p} = 0 \quad (8)$$

при  $z = p + \delta$  будет  $K^*(p + \delta) = 0$ , т.е.

$$a_0 = 1 - \left(\frac{p}{\delta}\right)^2; \quad a_1 = \frac{2p}{\delta^2}; \quad a_2 = -\frac{1}{\delta^2} \text{ при } p = x^* - (z^* + \delta); \quad (9)$$

поскольку условия (8) являются чисто геометрическими, постольку  $K^*(z)$  равновелико относится ко всем механическим характеристикам бетона:

$$K^*(z) = \frac{R^*(z)}{R} = \frac{E^*(z)}{E} = \frac{G^*(z)}{G} = \frac{c}{c^*(z)} = \frac{k_{\sigma\delta}^*}{k_{\sigma\delta}} = \dots, \quad (10)$$

где знак «\*» соответствует характеристике поврежденного бетона,  $G$  - модуль сдвига,  $k_{\sigma\delta}$  - коэффициент обратимости полных относительных деформаций; при этом  $\delta$  - глубина коррозионного повреждения к моменту времени ( $t$ ) (в стадии устойчивого напряженно-деформированного состояния [1]) вычисляется решением уравнения:

$$\frac{d\Delta\delta}{dt} = \alpha(\Delta\delta)^m, \text{ где } \Delta\delta = \frac{\delta_{kp} - \delta}{\delta_{kp}} = 1 - \frac{\delta}{\delta_{kp}} \text{ при } m \geq 1, \quad (11)$$

где  $\alpha$ ,  $m$ ,  $\delta_{kp}$  - эмпирические параметры, зависящие как от сочетания бетона и коррозионной агрессивной среды, так и уровня действующих напряжений [2]; причем  $\delta_{kp}$  - max глубина коррозионного повреждения может быть установлена по любым расчетным зависимостям, если они отражают уровень напряженного состояния бетона  $\eta = \sigma/R$ .

Например, для  $m$  связь с  $\eta$  приводится на рис.3 и дается соотношением:

$$m = \sum_{i=0}^{i=n} q_{mi} \eta^i \quad (\text{при } n = 2; q_{m2} < 0). \quad (12)$$

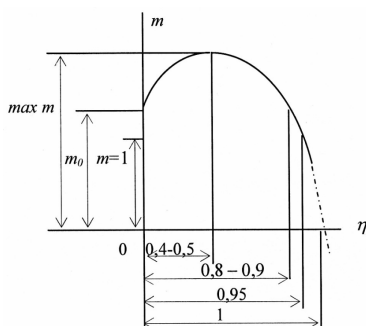


Рис. 3 Схема зависимости параметра  $m$  от уровня действующих напряжений сжатия  $\eta$   
 0,4-0,5-уровень линейного деформирования,  
 0,8-0,9-уровень длительной прочности бетона,  
 0,95-уровень начала разрушения бетона,  
 1,0-полное разрушение бетона).

Решение уравнения (11) имеет вид:

$$\delta(t) = f_m \delta_{kp}(t_0), \quad (13)$$

причем, при  $m = 1$

$$f_m = 1 - \Delta\delta(t_0) e^{-\alpha(t-t_0)}, \quad (14)$$

$$\text{при } m \geq 1 f_m = 1 - (\Delta\delta(t_0))^{[(-m)+1]} + \alpha[(-m) + 1](t - t_0) \frac{1}{[(-m)+1]}. \quad (15)$$

4. Существующая анизотропия бетона в части отличия силового сопротивления при сжатии от аналогичного показателя при растяжении отражена ограничением

$$x^* \geq z^* + \delta, \quad (16)$$

исключающим проникновение коррозионной среды в растянутую зону бетона (коррозионные повреждения арматуры оцениваются независимо).

5. Снижение модуля сдвига бетона  $G$  в растянутой зоне изгибаемого железобетонного элемента, интенсифицирующиеся по мере роста растягивающих напряжений, оценивается расчетным уменьшением  $G$

$$G^* = K_p(z)G \quad \text{где } K_p(z) < 1 \quad (17)$$

(до экспериментального уточнения  $K_p$  принимается в виде  $K^*$ ).

Условия равновесия и приведенные посылки (2), (5), (6), (7), (10), (17) приводят к решениям для  $\sigma_x(z)$ ,  $\tau(z)$ ,  $x$ :

а) без учета влияния коррозионных повреждений [4,7]

$$\sigma_x(z) = \left[ \frac{E_{сп.л} M}{(1 + \bar{V}) DR} \right]^{1/\varepsilon} R, \quad (18)$$

$$\tau(z) = 1,5 \frac{Q}{\varepsilon_0 h_0} \left[ 1 - \left( \frac{z}{x} \right)^2 \right], \quad (19)$$

$$x = \left\{ \frac{(1 + 1/\varepsilon) A_s \sigma_x \left[ (1 + \bar{V}) R \right]^{1/\varepsilon}}{\varepsilon_0 R \left[ \frac{E_{сп.л} M}{(1 + \bar{V}) DR} \right]^{1/\varepsilon}} \right\}^{1+\varepsilon}; \quad (20)$$

б) с учетом влияния коррозионных повреждений:

$$\sigma_x^*(z_1) = \left[ \frac{E_{сп.л} M}{(1 + \bar{V}) DR} z_1 \right]^{1/\varepsilon} K^*(z) R, \quad (21)$$

$$\tau^*(z_1) = f(z_1) K^*(z_1) \tau(z_1). \quad (22)$$

При этом высота сжатой зоны  $x^*$  с учетом коррозионных повреждений бетона и арматуры находится численно [4]; соответственно меняется положение нейтральной оси и отсчет ординаты  $z_1$ , а также очертание эпюр напряжений, рис. 4.

Отметим, что изменения  $G^*$  в сжатой зоне и  $G$  в растянутой зоне, учитываемые введением  $K^*$  (7) и  $K_p$  (17), требуют корректирующей функции  $f^*(z_1)$ :

$$f_G^*(z_1) = \sum_{i=0}^n c_i z_1^i, \quad (23)$$

значения коэффициента  $c_i$  который устанавливается из естественных условий:

$$Q = \varepsilon_0 \int_{-(h_0 - x_1^*)}^{x_1^* - z^*} \tau^*(z_1) dz_1 = \varepsilon_0 \int_{-(h_0 - x^*)}^{x_1^* - z_1} f_G^*(z_1) K^*(z_1) \tau(z_1) dz_1, \quad (24)$$

а также при:

$$z_1 = x_1^* - z^* \text{ будет } f_G^*(x_1^*, z^*) = 1, \text{ т.е. } f_G^*(x_1^*, z^*) = c_0 + c_1(x_1^* - z^*) + c_2(x_1^* - z^*)^2 = 1; \quad (25)$$

при  $z_1 = -(h_0 - x_1^*)$  будет  $f_G^* = 1$ ,

$$\text{т.е. } f_G^*[-(h_0 - x_1^*)] = c_0 + c_1[-(h_0 - x_1^*)] + c_2[-(h_0 - x_1^*)]^2 = 1. \quad (26)$$

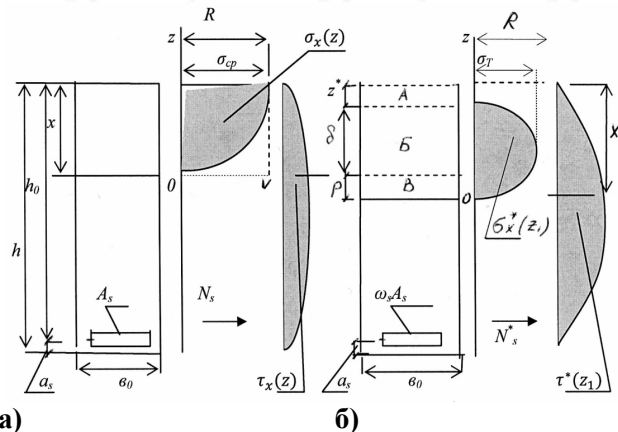


Рис.4. Схемы напряженного состояния сечений элементов:

а) до коррозионных повреждений, б) после коррозионных повреждений.

Решение системы (24)-(26) приводится к алгебраической матрице вида:

$$a_{11}c_0 + a_{12}c_1 + a_{13}c_2 = \theta_1$$



$$a_{21}c_0 + a_{22}c_1 + a_{23}c_2 = \epsilon_2 \quad \text{при } \epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 \quad (27)$$

$$a_{31}c_0 + a_{32}c_1 + a_{33}c_2 = \epsilon_3,$$

а искомые  $c_i$  даются формулами Крамера:  $c_0 = \frac{\Delta_0}{D}$ ;  $c_1 = \frac{\Delta_1}{D}$ ;  $c_2 = \frac{\Delta_2}{D}$ , (28)

где  $D$  - общий определитель системы (27),  $D_i$  - частные определители системы:

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}; \quad D_\epsilon = \begin{vmatrix} \epsilon_1 & a_{12} & a_{13} \\ \epsilon_2 & a_{22} & a_{23} \\ \epsilon_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & \epsilon_1 & a_{13} \\ a_{21} & \epsilon_2 & a_{23} \\ a_{31} & \epsilon_3 & a_{33} \end{vmatrix}; \quad D_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \epsilon_1 \\ a_{21} & a_{22} & \epsilon_2 \\ a_{31} & a_{32} & \epsilon_3 \end{vmatrix}. \quad (29)$$

Здесь:  $a_{11} = a_0q_0 + a_1q_1 + a_2q_2 - a_0r^*q_2 - a_1r^*q_3 - a_2r^*q_4$ ;

$a_{12} = a_0q_1 + a_1q_2 + a_2q_3 - a_0r^*q_3 - a_1r^*q_4 - a_2r^*q_5$ ;

$a_{13} = a_1q_3 + a_2q_4 - a_0r^*q_4 - a_1r^*q_5 - a_2r^*q_6$ ;  $a_{21} = 1$ ;  $a_{22} = x^* - z^*$ ;

$a_{23} = (x^* - z^*)^2$ ,  $a_{31} = 1$ ;  $a_{32} = [-(h_0 - x^*)]$ ;  $a_{33} = [-(h_0 - x_1^*)]^2$ . (30)

Отметим, что все  $a_{ij}$  определяются геометрическими параметрами  $h_0$ ,  $x^*$ ,  $z^*$ ,  $\delta$ ; параметр  $a_i$  формулами (9);

$$r^* = \frac{1}{x^* - z^*}; \quad q_i = \frac{3 \left\{ (x^* - z^*)^{(i+1)} - [-(h_0 - x^*)]^{(i+1)} \right\}}{2(i+1)(h_0 - z^*)}. \quad (31)$$

Таким образом, для поврежденных коррозией железобетонных конструкций устанавливаются нормальные напряжения  $\sigma_x^*(z_1)$  (21) и касательные напряжения  $\tau^*(z_1)$  (22), корректирующая функция  $f_G^*(z_1)$  (23) вычисляется с помощью (28). Совокупно это приводит к искомой записи главных напряжений для поврежденной коррозией изгибаемой железобетонной балки

$$\sigma_m^*(z_1) = -0,5\sigma_x^*(z_1) \pm \sqrt{[0,5\sigma_x^*(z_1)]^2 + \tau^2(z_1)^2}. \quad (32)$$

Далее, согласно (10) предел прочности на растяжение поврежденного коррозией бетона  $R_{st}^*$  является функцией  $z_1$ :

$$R_{st}^*(z_1) = K^*(z_1)R_{st}. \quad (33)$$

а место разрыва бетона - первая трещина для наклонного сечения дается решением уравнения:  $\sigma_{mt}^*(z_1) = K^*(z_1)R_{st}$ . (34)

Экспериментально установлено, что существует три типа разрушения изгибаемого поврежденной коррозией железобетонного элемента по наклонному сечению:

1 тип. Раздробление главными сжимающими напряжениями бетона стенки по наклонной полосе между трещинами:

$$\sigma_{mc}^* \geq R_s^*(z_1), \quad (35)$$

причем ордината места начала разрушения ( $z_1$ ) находится решением уравнения (36) относительно  $z_1$ :

$$\frac{0,5\sigma_x^*(z_1) + \sqrt{[0,5\sigma_x^*(z_1)]^2 + \tau^2(z_1)^2}}{K^*(z_1)} = R_s, \quad (36)$$

где  $\sigma_x^*(z_1)$  по (21),  $\tau^*(z_1)$  по (22),  $K^*(z_1)$  по (7).

2 тип. Разрушение наклонного сечения по т.н. «срезу» в случае если поперечная сила от внешних нагрузок  $Q$  больше силового сопротивления разрушению бетона и арматуры [3]. Разрушение предотвращается, если удовлетворяется условие<sup>2</sup>:

$$Q \leq Q_{сп}^* = Q_{sw}^* + Q_s^* \quad (37)$$

<sup>2</sup> Принято, что отогнутой арматуры нет

где  $Q_{sw}^* = q_{sw}^* c$  при  $q_{sw}^* = \frac{1}{s} \sum \omega_{sw} A_{sw} R_{sw}$ , (38)  
 $Q_{\varepsilon}^* = \frac{K_{\varepsilon}^*}{c}$ ,

где  $K_{\varepsilon}^* = \varphi_0 \left\{ [h_0 - (z^* + \delta)] + \int_{\varphi}^{\delta} K^*(z_1) dz_1 \right\} \varepsilon_0 (h_0 - z^*) R_{\varepsilon t}$  (39)

или  $K_{\varepsilon}^* = \varphi_0 \left\{ [h_0 - (z^* + \delta)] + \sum_{i=1}^{i=2} \frac{\alpha_i}{i+1} (\delta^i - p^i) \right\} \frac{\varepsilon(h_0 - z^*)}{c} R_{\varepsilon t}$ , (40)

при  $\frac{dQ_{\text{кр}}^*}{dc} = q_{sw}^* - \frac{K_{\varepsilon}^*}{(c)^2} = 0$ , т. е.  $c = \sqrt{\frac{K_{\varepsilon}^*}{q_{sw}^*}}$ . (41)

3 тип. Поворот по наклонному сечению, который наступает в случае, когда главные растягивающие напряжения в растянутой зоне достигают предела прочности бетона на растяжение (23) или приближенно:

$$\sigma_{\text{mt}}^*(h_0 - x^*) = R_{\varepsilon t}^*(h_0 - x^*). \quad (42)$$

После этого при недостаточной анкерровке продольной арматуры, её разрыве за счет коррозионных повреждений ( $\omega_{\varepsilon} < 1$ ) происходит излом железобетонного элемента с поворотом его частей вокруг центра тяжести сжатой зоны бетона.

В целом, при коррозионном повреждении бетона сжатой зоны и рабочей поперечной или растянутой арматуры вероятность разрушения изгибаемого железобетонного элемента по наклонному сечению существенно возрастает; изложенный метод оценки ресурса силового сопротивления направлен на предупреждение такой опасности.

#### Л и т е р а т у р а

1. *Бондаренко В.М.* К вопросу об устойчивом и неустойчивом сопротивлении железобетонных конструкций, поврежденных коррозией// Известия ОрелГТУ, серия «Строительство. Транспорт»-№1/21(533)-Орел-2009.
2. *Бондаренко В.М.* Феноменология кинетики повреждений бетона железобетонных конструкций, эксплуатирующихся в агрессивной среде// Бетон и железобетон-Москва. -№ 2. - 2008.
3. *Мигаль Р.Е.* К вопросу оценки сопротивления поврежденных коррозией железобетонных элементов// Материалы VI научно-технической конференции МГАКХиС. Москва. -2006.
4. *Бондаренко В.М.* Особенности силового сопротивления поврежденных коррозией железобетонных элементов знакопеременному нагружению// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. - №1. - 2011.
5. *Бондаренко В.М., Бондаренко С.В.* Инженерные методы нелинейной теории железобетона. – М.:Стройиздат, 1982.
6. *Бондаренко С.В., Санжаровский Р.С.* Усиление железобетонных конструкций при реконструкции зданий. – М.: Стройиздат, 1990.
7. *Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.П.* Сопротивление материалов. – М.: Высшая школа, 1995.

#### DEVELOPMENT OF METHODS OF ESTIMATION OF DURABILITY OF SLOPING SECTIONS OF ON THE ROAD REINFORCED CONCRETE CONSTRUCTIONS.

V. M. Bondarenko, R.E. Migal

The method of estimation of resource of power resistance of reinforce-concrete elements is set forth on a sloping section taking into account corrosive damages.

KEYWORDS: corrosive damages, cross-bending, power resistance, deformation.