МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНЫХ КЕРАМИЧЕСКИХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ С ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ДЕФЕКТАМИ В ВИДЕ ПОР

Т.Д. КАРИМБАЕВ*, *д-р техн. наук, проф.*,
Б. МЫКТЫБЕКОВ*, *канд. техн. наук*,
М.Ж. ЖУМАБАЕВ**, *д-р физ.-мат. наук*
**ФГУП «ЦИАМ» им. П.И. Баранова, Москва, Россия;*
***Южно-Казахстанский государственный педагогический институт (Казахстан)*
Москва., Черноморский бульвар 7,кор.1. кв.13. E-mail: karimbaevt@ciam.ru
Московская обл., г. Люберцы, Октябрьский просп. 123,кор.3. кв.57.
E-mail: bahit@ciam.ru
Жамбылская область, г. Тараз, ул. Майкот акын, 18, jumabaev_m.j@mail.ru

В настоящей работе модель деформирования нелинейно-деформируемых трансверсально-изотропных керамических композиционных материалов с хрупкой матрицей построена в предположении существования в материале матрицы начальной пористости, которая может развиваться при дальнейшем нагружении керамического материала. Начальная пористость обусловлена не выявляемыми существующими методами неразрушающего контроля технологическими дефектами.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: керамика, напряжение, слой, композиционный материал, пористость, растяжение, сдвиг, волокна.

Одной из основных задач при создании композиционных материалов на керамической матрице с непрерывными керамическими волокнами, решение которой обеспечивает работоспособность деталей из них, является повышение вязкости разрушения хрупкого керамического материала с низким уровнем предельных деформаций. Несмотря на то, что исследованиями керамических композиционных материалов конструкционного назначения интенсивно занимаются последние 40-45 лет, основная их масса посвящена изучению и обсуждению, безусловно, важных, но отдельных частных проблем и достижений. В опубликованных материалах имеются отдельные предложения по аналитическому описанию их поведения в этих условиях. Так, в работе [1] приведена качественная картина деформирования композиционных материалов с хрупкой матрицей при монотонном нагружении (рис.1).

При малых нагрузках и напряжениях (этап I) деформирования керамических композиционных материалов наблюдается совместная деформация упругих материалов волокна и матрицы. Второй этап (этап II) деформирования композиционных материалов продолжается до полного насыщения материала матрицы порами (повреждениями). Если осуществить разгрузку с некоторого уровня напряжения, действующего на втором этапе деформирования, то экспериментально установлено появление остаточных деформаций в композиционном материале, остаточных деформаций и напряжений в его компонентах, а при повторном нагружении после разгрузки можно наблюдать гистерезисную петлю. Заключительная фаза второго этапа деформирования характеризуется тем, что материал матрицы «насыщается» порами и на волокнах остаются отдельные частички материала матрицы. При этом типичная длина этих частиц экспериментально не определена. Можно только предполагать, что их длина превышает критическую длину волокна. В этом случае III этап деформирования композиционных материалов характеризуется [1] скольжением волокна по поврежденной границе раздела волокна и матрицы, а также его вытягиванием из оставшейся массы материала матрицы. Разработанная и использующаяся в некоторых работах модель «запаздывания сдвига» (lag–shear) является интегральной характеристикой сдвиговых эффектов и требует проведения специальных исследований. Наконец, IV этап деформирования характеризуется разрушением материала волокна (см. рис. 1) с учетом естественного разброса его прочности. Закономерности разгрузки на участках III и IV этапов деформирования экспериментально не исследовались и в общедоступной литературе не описаны.

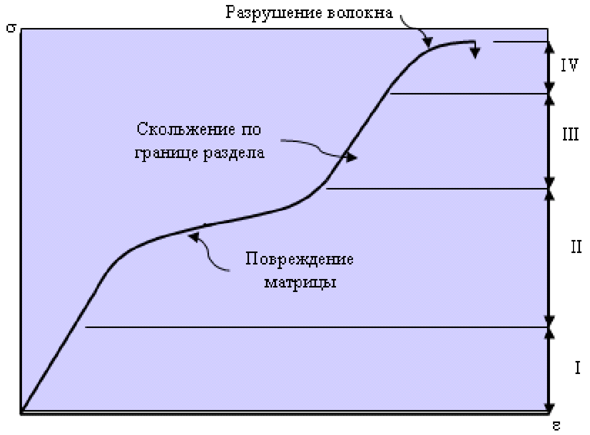

Рис. 1. Качественная картина деформирования композиционных материалов с хрупкой матрицей при монотонном нагружении

В настоящей работе модель деформирования нелинейно-деформируемых трансверсально-изотропных керамических композиционных материалов с хрупкой матрицей построена в предположении существования в материале матрицы начальной пористости, которая может развиваться при дальнейшем нагружении керамического материала. Начальная пористость обусловлена не выявляемыми существующими методами неразрушающего контроля технологическими дефектами.

Рассматриваются однонаправлено-армированные композиционные материалы на хрупкой матрице. Предполагается, что, несмотря на возможности нелинейного деформирования материала матрицы из-за развития его поврежденности, рассматриваемые поля напряжений и деформаций таковы, что они связаны между собой обобщенными зависимостями трансверсально-изотропной среды в виде:

$$\begin{aligned}
&\varepsilon_{11} = (\sigma_{11} - \nu_{12}\sigma_{22} - \nu_{12}\sigma_{33})/\,E_1 + \alpha_1\Delta T, \quad \varepsilon_{12} = \sigma_{12}/\,G_{12},\\
&\varepsilon_{22} = (\sigma_{22} - \nu_{21}\sigma_{11} - \nu_{23}\sigma_{33})/\,E_2 + \alpha_2\Delta T, \quad \varepsilon_{13} = \sigma_{13}/\,G_{13},\\
&\varepsilon_{33} = (\sigma_{33} - \nu_{21}\sigma_{11} - \nu_{23}\sigma_{22})/\,E_3 + \alpha_3\Delta T, \quad \varepsilon_{23} = \sigma_{23}/\,G_{23}.
\end{aligned} \qquad (1)$$

По форме они не отличаются от линейно-деформируемых трансверсально-изотропных сред. Однако в отличие от них реальные значения модулей упругости композиционных материалов вдоль E_1 и поперек E_2 направления армирования, модуля сдвига G_{12} в плоскости армирования, коэффициентов Пуассона ν_{21}, ν_{23}, характеризующих сжатие в направление первого индекса при растяжении в направлении второго индекса, являются функциями поврежденности материала матрицы и межфазового пространства. Характеристики трансверсально-изотропного тела (1) в этом случае являются переменными параметрами «упругости». Далее получены их выражения для различных случаев напряженно-деформированного состояния.

Растяжение в направлении армирования

Если в физические соотношения для композиционных материалов и их компонентов, с учетом квазиоднородности материала матрицы с микроповреждениями и инородными включениями, которая характеризуется пористостью p, подставить параметры изотермического напряженно-деформированного состояния рассматриваемого образца, то получим совокупность равенств:

– компоненты напряжений в композиционном материале и шаровые и девиаторные их составляющие

$$\sigma = (\sigma_{11} - \sigma_{11}^{0})/3, \quad s_{11} = 2(\sigma_{11} - \sigma_{11}^{0})/3, \; s_{22} = s_{33} = -(\sigma_{11}^{\alpha} - \sigma_{11}^{\alpha 0})/3,$$

$$s_{ij} = 0 \quad \text{при} \quad i \neq j, \quad \sigma_1 = (\sigma_{11} - \sigma_{11}^{0}); \tag{2}$$

– компоненты напряжений в компонентах композиционного материала и шаровые и девиаторные их составляющие:

$$\sigma^{\alpha} = (\sigma_{11}^{\alpha} - \sigma_{11}^{\alpha 0})/3, \quad s_{11}^{\alpha} = 2(\sigma_{11}^{\alpha} - \sigma_{11}^{\alpha 0})/3, \; s_{22}^{\alpha} = s_{22}^{\alpha} = -(\sigma_{11}^{\alpha} - \sigma_{11}^{\alpha 0})/3,$$

$$s_{ij}^{\alpha} = 0 \quad \text{при} \quad i \neq j, \quad \sigma_1^{\alpha} = (\sigma_{11}^{\alpha} - \sigma_{11}^{\alpha 0}); \tag{3}$$

– компоненты деформаций в композиционном материале и шаровые и девиаторные их составляющие:

$$\varepsilon_{11} - \varepsilon_{11}^{0} = (\sigma_{11} - \sigma_{11}^{0})/E_1, \quad \varepsilon_{22} - \varepsilon_{22}^{0} = \varepsilon_{33} - \varepsilon_{33}^{0} = -\nu_{12}(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{11}^{0}),$$

$$Э_{ij} = 0 \quad \text{при} \quad i \neq j, \quad \varepsilon = (1 - 2\nu_{12})(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{11}^{0})/3, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_{11} - \varepsilon_{11}^{0},$$

$$Э_{11} = 2(1 + \nu_{12})\varepsilon_{11}/3, \quad Э_{22} = Э_{33} = -(1 + \nu_{12})\varepsilon_{11}/3, \tag{4}$$

$$Э_{ij} = 0 \quad \text{при} \quad i \neq j;$$

- компоненты деформаций в компонентах композиционного материала и шаровые и девиаторные их составляющие:

$$\varepsilon_{11}^{\alpha} - \varepsilon_{11}^{\alpha 0} = (\sigma_{11}^{\alpha} - \sigma_{11}^{\alpha 0})/E_1^{\alpha}, \quad \varepsilon_{22}^{\alpha} - \varepsilon_{22}^{\alpha 0} = \varepsilon_{33}^{\alpha} - \varepsilon_{33}^{\alpha 0} = -\nu_{12}^{\alpha}(\varepsilon_{11}^{\alpha} - \varepsilon_{11}^{\alpha 0}),$$

$$\varepsilon_{ij}^{\alpha} = 0 \quad \text{при} \quad i \neq j, \quad \varepsilon^{\alpha} = (1 - 2\nu_{12}^{\alpha})(\varepsilon_{11}^{\alpha} - \varepsilon_{11}^{\alpha 0})/3,$$

$$Э_{11}^{\alpha} = 2(1 + \nu_{12}^{\alpha})(\varepsilon_{11}^{\alpha} - \varepsilon_{11}^{\alpha 0})/3, \quad Э_{22}^{\alpha} = Э_{33}^{\alpha} = -(1 + \nu_{12}^{\alpha})(\varepsilon_{11}^{\alpha} - \varepsilon_{11}^{\alpha 0})/3, \tag{5}$$

$$Э_{ij} = 0 \quad \text{при} \quad i \neq j$$

При этом, приведенные параметры E^{*2} и ν^{*2} материала матрицы, будут вычислены для текущего значения пористости p, т.е. из равенств

$$E_1^2 = E^{*2}(p), \quad \nu_{12}^2 = \nu^{*2}(p). \tag{6}$$

Текущая пористость материала определяется из соотношения [2]:

$$p = p_0 + (1 - p_0)[1 - exp\{-(V/V_0)(\langle\sigma_1\rangle - \sigma_0)/\sigma_u]^{\chi}\}]^{1/\theta},$$

где $\langle\sigma_1\rangle$ - осредненное главное напряжение материала матрицы, σ_0 – пороговое значение прочности материала матрицы с начальной пористостью p_0, σ_u – параметр масштаба и χ – параметр (модуль Вейбулла) рассеяния, θ – параметр, характеризующий степень влияния изменения пористости p на скорость роста повреждений. Кроме того, в выписанных соотношениях (2)-(5) учтено существование начальных технологических остаточных напряжений и равенств

$$E_1 = E^1, \quad \nu_{12}^1 = \nu^1, \; E_1^3 = E^3, \quad \nu_{12}^3 = \nu^3.$$

Если соответствующие выражения из (2)-(5) с учетом (6) подставить в равенства (1)

$$\sigma_{11} - \sigma_{11}^{0} = \nu^{\alpha}(\sigma_{11}^{\alpha} - \sigma_{11}^{\alpha 0}) = \nu^1(\sigma_{11}^{1} - \sigma_{11}^{10}) + \nu^2(\sigma_{11}^{2} - \sigma_{11}^{20}) + \nu^3(\sigma_{11}^{3} - \sigma_{11}^{30}),$$

$$\varepsilon_{22} - \varepsilon_{22}^{0} = \nu^{\alpha}(\varepsilon_{22}^{\alpha} - \varepsilon_{22}^{\alpha 0}) = \nu^1(\varepsilon_{22}^{1} - \varepsilon_{22}^{10}) + \nu^2(\varepsilon_{22}^{2} - \varepsilon_{22}^{20}) + \nu^3(\varepsilon_{22}^{3} - \varepsilon_{22}^{30}), \tag{7}$$

$$\varepsilon_{33} - \varepsilon_{33}^{0} = \nu^{\alpha}(\varepsilon_{33}^{\alpha} - \varepsilon_{33}^{\alpha 0}) = \nu^1(\varepsilon_{33}^{1} - \varepsilon_{33}^{10}) + \nu^2(\varepsilon_{33}^{2} - \varepsilon_{33}^{20}) + \nu^3(\varepsilon_{33}^{3} - \varepsilon_{33}^{30}),$$

то после несложных преобразований можно получить

$$\begin{aligned} E_1^* &= \nu^{\alpha} E_1^{\alpha} = \nu^1 E_1^1 + \nu^2 E_1^2 + \nu^3 E_1^3, \\ \nu_{12}^* &= \nu^{\alpha}\nu_{12}^{\alpha} = \nu^1\nu_{12}^1 + \nu^2\nu_{12}^2 + \nu^3\nu_{12}^3. \end{aligned} \tag{8}$$

Таким образом, два (E_1^*, ν_{12}^*) из пяти параметров упругости трансверсально-изотропного тела (1) могут быть аналитически определены соотношениями (8). В качестве примера на рис. 2 представлены три расчетные кривые деформирования композиционного материала при различных значениях объёмного содержания волокон v^1 (v^1=0.2, v^1=0.4 и v^1=0.6).

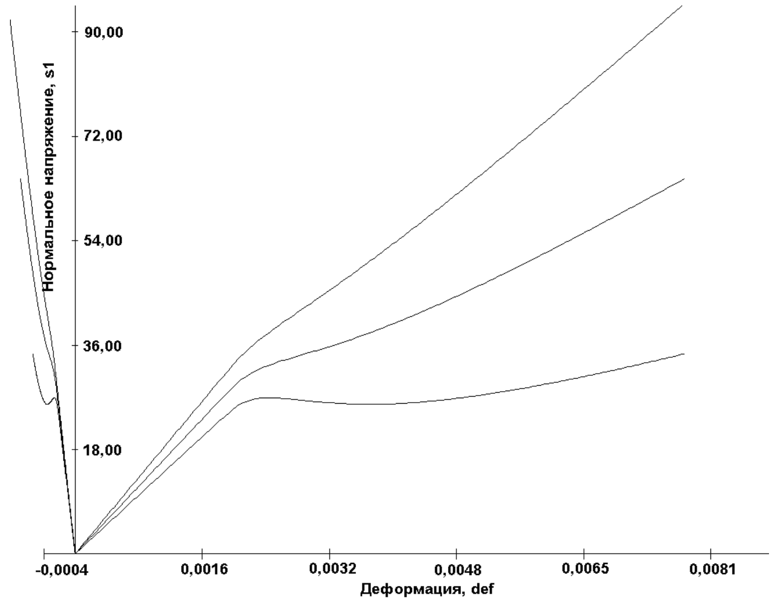

Рис. 2. Кривые нелинейного деформирования ($\varepsilon_{11} \sim \sigma_{11}$, $\varepsilon_{22} \sim \sigma_{11}$) композиционных материалов с хрупкой матрицей при растяжении в направлении армирования в зависимости от объемного содержания волокна v^1.

Растяжение в плоскости изотропии

Пусть растягивающее напряжение приложено к длинному призматическому образцу в плоскости изотропии (для определенности в направлении оси x_2). Для композиционных материалов с микронеодноростью в хрупкой матрице, выполняется комплекс предположений

$$\begin{aligned}
&\sigma_{22}^{\alpha} - \sigma_{22}^{\alpha 0} = t_{22} = \sigma_{22} - \sigma_{22}^{0}), \quad \sigma_{11} - \sigma_{11}^{0} = v^{\alpha}(\sigma_{11}^{\alpha} - \sigma_{11}^{\alpha 0}) = 0, \\
&\varepsilon_{11}^{\alpha} - \varepsilon_{11}^{\alpha 0} = e_{11} = \varepsilon_{11} - \varepsilon_{11}^{0}, \quad \varepsilon_{33}^{\alpha} - \varepsilon_{33}^{0\alpha} = -\nu_{23}^{\alpha}(\varepsilon_{22}^{\alpha} - \varepsilon_{22}^{\alpha 0}), \\
&\varepsilon_{22} - \varepsilon_{22}^{0} = e_{22} = v^{\alpha}(\varepsilon_{22}^{\alpha 1} - \varepsilon_{22}^{\alpha 0}), \quad \varepsilon_{33} - \varepsilon_{33}^{0} = e_{33} = v^{\alpha}(\varepsilon_{33}^{\alpha} - \varepsilon_{33}^{\alpha 0}).
\end{aligned} \tag{9}$$

Следует отметить, что локальные несовершенства в виде пор в материале матрицы и на границе раздела компонентов оказывают заметное влияние на распределение местных напряжений. Если в физические соотношения (1) для композиционных материалов и их компонентов подставить параметры изотермического напряженно-деформированного состояния растягиваемого в плоскости изотропии образца, определенные соотношениями (9), то легко получить совокупность равенств – компоненты напряжений и деформаций в компонентах композиционного материала:

$$\begin{aligned}
&\sigma_{11}^{\alpha} - \sigma_{11}^{\alpha 0} = (\nu_{12}^{\alpha} - \nu_{12} E_1^{\alpha} / E_1) k^{\alpha} (\sigma_{22} - \sigma_{22}^{0}), \\
&\varepsilon_{11}^{\alpha} - \varepsilon_{11}^{\alpha 0} = \varepsilon_{11} - \varepsilon_{11}^{0} = -\nu_{12}^{\alpha}(\sigma_{22} - \sigma_{22}^{0}) / E_1, \\
&\varepsilon_{22}^{\alpha} - \varepsilon_{22}^{\alpha 0} = [1 - \nu_{21}^{\alpha}(\nu_{12}^{\alpha} - \nu_{12} E_1^{\alpha} / E_1)] k^{\alpha} (\sigma_{22} - \sigma_{22}^{0}) / E_2^{\alpha}, \\
&\varepsilon_{33}^{\alpha} - \varepsilon_{33}^{\alpha 0} = -[\nu_{23}^{\alpha} + \nu_{21}^{\alpha}(\nu_{12}^{\alpha} - \nu_{12} E_1^{\alpha} / E_1)] k^{\alpha} (\sigma_{22} - \sigma_{22}^{0}) / E_2^{\alpha}
\end{aligned} \tag{10}$$

– компоненты напряжений в композиционном материале, шаровые и девиаторные их составляющие:

$$\sigma_1 = \sigma_{22} - \sigma_{22}^0, \quad \sigma_1^\alpha = \sigma_{22}^\alpha - \sigma_{22}^{\alpha 0},$$
$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{22} - \varepsilon_{22}^0, \quad \varepsilon_1^\alpha = \varepsilon_{22}^\alpha - \varepsilon_{22}^{\alpha 0}, \quad \sigma = (\sigma_{22} - \sigma_{22}^0)/3, \tag{11}$$
$$s_{11} = s_{33} = -(\sigma_{22} - \sigma_{22}^0)/3, \quad s_{22} = 2(\sigma_{22} - \sigma_{22}^0)/3, \quad s_{ij} = 0 \text{ при } i \neq j;$$

– компоненты деформаций в композиционном материале, шаровые и девиаторные их составляющие:

$$\sigma_1 = \sigma_{22} - \sigma_{22}^0, \quad \sigma_1^\alpha = \sigma_{22}^\alpha - \sigma_{22}^{\alpha 0},$$
$$\varepsilon = (\varepsilon_{11} - \varepsilon_{11}^0 + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{22}^0)/3, \quad Э_{11} = [2(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{11}^0) - (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{22}^0)]/3,$$
$$Э_{22} = [-(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{11}^0) + 2(\varepsilon_{22} - \varepsilon_{22}^0)]/3, \tag{12}$$
$$Э_{33} = -[\varepsilon_{11} - \varepsilon_{11}^0 + \varepsilon_{22} - \varepsilon_{22}^0]/3, \quad Э_{ij} = 0 \text{ при } i \neq j;$$

- шаровые и девиаторные составляющие напряжений и деформаций в компонентах композиционного материала:

$$\sigma^\alpha = (\sigma_{11}^\alpha - \sigma_{11}^{\alpha 0} + \sigma_{22}^\alpha - \sigma_{22}^{\alpha 0})/3, \quad s_{11}^\alpha = (\sigma_{11}^\alpha - \sigma_{11}^{\alpha 0} - \sigma^\alpha),$$
$$s_{22}^\alpha = (\sigma_{22}^\alpha - \sigma_{22}^{\alpha 0} - \sigma^\alpha), \quad s_{33}^\alpha = -\sigma^\alpha,$$
$$\varepsilon^\alpha = (\varepsilon_{11}^\alpha - \varepsilon_{11}^{\alpha 0} + \varepsilon_{22}^\alpha + \varepsilon_{22}^{\alpha 0} + \varepsilon_{33}^\alpha + \varepsilon_{33}^{\alpha 0})/3, \quad Э_{11}^\alpha = \varepsilon_{11}^\alpha - \varepsilon_{11}^{\alpha 0} - \varepsilon^\alpha, \tag{13}$$
$$Э_{22}^\alpha = \varepsilon_{22}^\alpha - \varepsilon_{22}^{\alpha 0} - \varepsilon^\alpha, \quad Э_{33} = \varepsilon^\alpha, \quad Э_{ij}^\alpha = 0 \; при \; i \neq j.$$

Здесь $\sigma_1, \varepsilon_1, \varepsilon_1^\alpha, \sigma_1^\alpha$ – главные напряжения и деформации в композиционном материале и его компонентах. Соотношения (10)-(13), а также зависимости (9) и (1), после несложных преобразований приводят к равенствам:

$$1/E_2^* = \nu^\alpha [1 - \nu_{21}^\alpha (\nu_{12}^\alpha - \nu_{12}^* E_1^\alpha / E_1^*)]/E_2^\alpha,$$
$$\nu_{23}^* = \nu^\alpha [\nu_{23}^\alpha + \nu_{21}^\alpha (\nu_{12}^\alpha - \nu_{12}^* E_1^\alpha / E_1^*)] E_2 / E_2^\alpha. \tag{14}$$

В (14) по одинаковым верхним индексам $^\alpha$ предполагается суммирование. Переменные параметры «упругости» ν_{12}^*, E_1^* определяются из равенств (8). По полученным данным (8) и (14) построены зависимости главных напряжений σ_{22} от главных деформаций ε_{22} и σ_{22} от ε_{33} для различных уровней объёмного содержания волокон v^1 (v^1=0.2, v^1=0.4 и v^1=0.6).

$$\sigma_{22} = E^{*2}(p)\varepsilon_{22}, \quad \varepsilon_{33} = -(\nu^{*2}(p)/E^{*2}(p))\sigma_{22}. \tag{15}$$

Результаты вычислений приведены на рис. 3. Обращает внимание то, что при начальном неизменном уровне пористости p_0 модуль упругости хрупкой матрицы E^{*2} оказывает определяющее влияние на поведение композиционного материала при его растяжении в плоскости изотропии (сравнение рис. 2 и 3). Объёмное содержание волокна v^1 начинает сказываться только при больших уровнях деформаций.

Сдвиговые деформации в плоскости армирования

Пусть напряжение сдвига τ приложено к призматическому образцу, однонаправлено-армированному в плоскости армирования x_1x_2. В этом случае можно допустить, что предположения

$$\sigma_{12} - \sigma_{12}^0 = \sigma_{12}^\alpha - \sigma_{12}^{\alpha 0},$$
$$\varepsilon_{12} - \varepsilon_{12}^0 = \nu^\alpha (\varepsilon_{12}^\alpha + \varepsilon_{12}^{\alpha 0}) \tag{16}$$

имеют место и для композиционных материалов с хрупкой неоднородной матрицей–матрицей, содержащей поры.

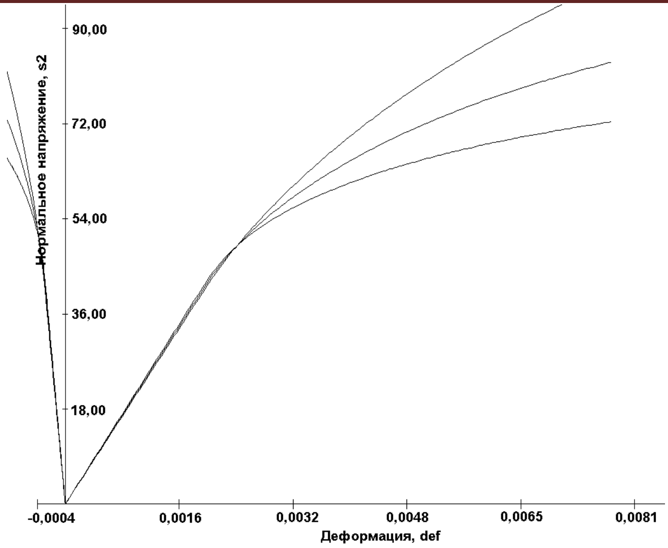

Рис. 3. Кривые нелинейного деформирования ($\varepsilon_{22} \sim \sigma_{22}$, $\varepsilon_{33} \sim \sigma_{22}$) композиционных материалов с хрупкой матрицей при растяжении в плоскости изотропии в зависимости от объемного содержания волокна v^1.

Из соотношений (16), (1) для композиционных материалов можно получить:
– компоненты напряжений в компонентах композиционного материала и шаровые и девиаторные их составляющие:

$$\begin{aligned}
&\sigma^{\alpha} = 0,\\
&s_{ij}^{\alpha} = 0, \quad s_{12}^{\alpha} = \tau, \quad (\sigma_{22}^{\alpha} - \sigma_{22}^{\alpha 0} - \sigma^{\alpha}), \quad s_{13}^{\alpha} = s_{23}^{\alpha} = 0,\\
&s_{i}^{\alpha} = \tau, \quad \sigma_{1}^{\alpha} = \tau,\\
&\varepsilon_{12}^{\alpha} - \varepsilon_{12}^{\alpha 0} = \tau / G_{12}^{\alpha}, \quad \varepsilon_{1}^{\alpha} = \sigma_{1}^{\alpha} / G_{12}^{\alpha}, \quad \varepsilon^{\alpha} = 0,\\
&Э_{12}^{\alpha} = \tau / G_{12}^{\alpha}, \quad Э_{13}^{\alpha} = Э_{23}^{\alpha} = 0, \quad Э_{1}^{\alpha} = \sigma_{1}^{\alpha} / G_{12}^{\alpha}, \quad Э_{ij}^{\alpha} = 0 \text{ при } i \neq j;
\end{aligned} \tag{17}$$

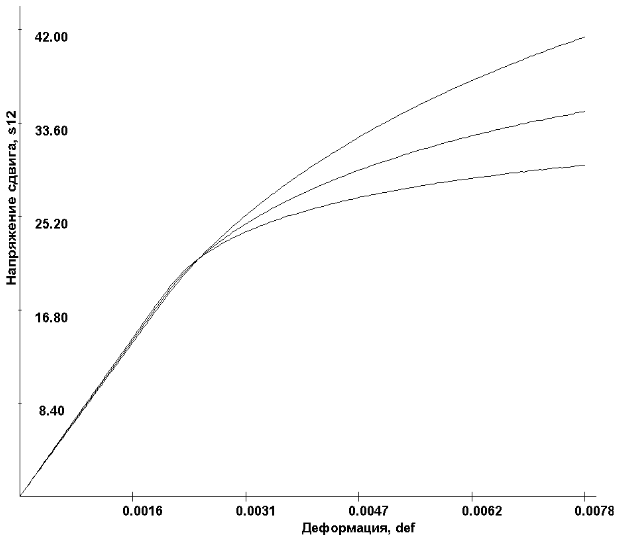

Рис. 4. Нелинейная зависимость сдвиговых напряжений σ_{12} от сдвиговых деформаций ε_{12} при различных значениях объемного содержания волокна v^1

– компоненты напряжений в композиционном материале и шаровые и девиаторные их составляющие:

$$\begin{gathered}\sigma_{12}-\sigma_{12}^{0}=\tau,\quad \sigma=0,\quad s_{ij}=0,\quad s_{12}=\tau,\quad s_{13}=s_{23}=0,\quad s_{i}=\tau,\\ \sigma_{1}=\tau,\quad \varepsilon=0,\quad э_{\mathrm{ij}}=0,\quad э_{13}=э_{23}=0,\quad э_{\mathrm{i}}=\tau/G_{12},\quad э_{1}=\sigma/G_{12}.\end{gathered} \tag{18}$$

На основе соотношений (17,18), (18,19) и предположений (16,17) можно получить равенство:

$$\frac{1}{G_{12}^{*}}=\frac{v^{\alpha}}{G_{12}}, \tag{19}$$

в котором под G^{2}_{12} следует понимать переменное его значение G^{*2}_{12}(р), зависящее от уровня достигнутой величины главной деформации.

На рис. 4 представлены кривые $\sigma_{12} = G_{12}\ \varepsilon_{12}$ при различных значениях объёмного содержания волокна v^1 (v^1=0.2, v^1=0.4 и v^1=0.6). Для сдвиговых деформаций можно сделать те же заключения, что и для поперечных деформаций.

Относительно простыми соотношениями (8), (14) и (19) полностью определяются пять независимых переменных параметров «упругости» трансверсально-изотропного композиционного материала с матрицей, которая может иметь начальную и развивающуюся поврежденность в виде сферических пор.

Таким образом, разработана модель нелинейного деформирования и разрушения однонаправлено-армированных керамических композиционных материалов, учитывающая начальное распределение пор в хрупкой матрице с ее дальнейшим вероятностным развитием по мере нагружения.

Л и т е р а т у р а

1. *Sorensen B.F., Holmes W.* Fatigue of continuous fiber reinforced ceramic matrix composites: review of mechanism and models. Fatigue under thermal and mechanical loading: mechanism, mechanics and modelling: Proceeding of the Symposium held at Petten, the Netherland, 22–24 May 1995, p. 487–499.

2. *Каримбаев Т.Д., Мыктыбеков Б., Панова И.М.* Математические модели нелинейного деформирования однонаправлено-армированных композиционных материалов // Труды ЦИАМ, №1334, изд. ЦИАМ, 2006. - 160 стр.

R e f e r e n c e s

1. *Sorensen, BF, Holmes, W* (1995). Fatigue of continuous fiber reinforced ceramic matrix composites: review of mechanism and models. *Fatigue under Thermal and Mechanical Loading: Mechanism, Mechanics, and Modelling:* Proceeding of the Symposium held at Petten, the Netherland, 22–24 May 1995, p. 487–499.

2. *Karimbayev, TD, Myktybekov, B, Panova IM* (2006). Matematicheskie modeli nelineinogo deformirovaniya odnonapravleno-armirovannih komposicionnih materialov. *Trudy TZIAM*, №1334, izd. TZIAM, 160 p.

MATHEMATICAL MODEL OF DEFORMING TRANSVERSAL ISOTROPIC CERAMIC COMPOSITE MATERIALS WITH TECHNOLOGICAL DEFECTS IN THE FORM OF PORES

T. Karymbaev [*], B. Myktybekov [*], M.Z. Zhumabaev [*]
[*]*ФГУП «CIAM» of P.I. Baranova (Moscow, Russia)*
[**] *the South Kazakhstan State Pedagogical Institute (Kazakhstan)*

In the present work, the deformation model nonlinear-deformed transversal isotropic ceramic composite materials with a fragile matrix is constructed in the existence assumption in a material of a matrix of initial porosity which can develop at further to load a ceramic material. Initial porosity is caused by not revealed existing methods of not destroying control technological defects.

KEYWORDS: ceramics, pressure, a layer, a composite material, porosity, a stretching, shift, fibres.