

## Расчет машиностроительных конструкций

### РАСЧЕТ ДОПУСКАЕМЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ КОНТАКТНОЙ ПРОЧНОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ ПРИ ПИКОВОЙ НАГРУЗКЕ

Ю.В. БЕЛОУСОВ, канд. техн. наук, доцент

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,  
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

*В статье рассмотрены вопросы расчета допускаемых напряжений для оценки контактной прочности прямозубых и косозубых цилиндрических передач в условиях кратковременных перегрузок. Проведен расчет допускаемых напряжений для нормализованных, улучшенных колес, а также для колес подвергнутых упрочняющей поверхностной обработке. Результаты расчета сопоставлены со стандартом.*

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** площадка контакта, критерий прочности, интенсивность напряжений, прямозубые и косозубые цилиндрические передачи.

При работе цилиндрических передач в условиях кратковременных перегрузок возможно появление в зоне контакта малых пластических деформаций. Допускаемые контактные напряжения назначают для исключения остаточных (пластических) деформаций или хрупкого разрушения упрочненного поверхностного слоя зубьев. У прямозубых передач первоначальное касание рабочих поверхностей зубьев происходит по линии. При возрастании нагрузки линейное касание переходит в сопряжение по узкой площадке, ограниченной двумя прямыми. Затем упругая деформация в контакте изменяется на упругопластическую. Неравномерность распределения напряжений в объеме материала контактирующих тел приводит к тому, что наибольшие касательные напряжения первоначально появляются на некоторой глубине. Затем с ростом нагрузки пластическая деформация выходит на поверхность, где прежде всего возникает в точках продольной оси симметрии площадки контакта.

Пластические деформации на глубине не вызывают значительного искажения поля напряжений в зоне контакта и закономерности теории упругости остаются справедливыми до момента появления пластических деформаций на поверхности [3].

Для описания предельного состояния материала в зоне контакта воспользуемся критерием прочности Писаренко-Лебедева, согласно которому предельное состояние материала определяется как касательными, так и нормальными напряжениями. В соответствии с этим критерием выражение для эквивалентных напряжений имеет вид

$$\sigma_{\text{экв}} = x\sigma_i + (1 - x)\sigma_1 < \sigma_B, \quad (1)$$

где  $x = \sigma_B / \sigma_{\text{сж}}$ ;  $\sigma_B$  и  $\sigma_{\text{сж}}$  – предел прочности материала при растяжении и сжатии соответственно;  $\sigma_i$  – интенсивность напряжений;  $\sigma_1$  – наибольшее главное напряжение.

Наряду с критерием прочности Мора, критерий Писаренко-Лебедева является наиболее общим условием прочности, который при  $x = 1$  (пластичный материал) переходит в критерий интенсивности напряжений. При  $x = 0$  (очень хрупкий материал) критерий Писаренко-Лебедева совпадает с критерием наибольших нормальных напряжений. Интенсивность напряжений может быть определена через главные напряжения:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}. \quad (2)$$

Для прямозубых передач

$$\sigma_1 = -2\mu p_0 ; \sigma_2 = \sigma_3 = -p_0 \quad (3)$$

в точках продольной оси симметрии полосы контакта ( $p_0$  – наибольшее давление на поверхности контакта;  $\mu$  – коэффициент Пуассона).

Подставив выражения (3) в (2), получим

$$\sigma_i = p_0(1 - 2\mu) . \quad (4)$$

Площадка контакта зубьев косозубой передачи имеет форму сильно вытянутого эллипса, а не полосы, длина которой равна длине зуба [1, 2]. Главные напряжения будут иметь наибольшее значение в центре площадки контакта [2]. Они определяются по формулам:

$$\sigma_1 = - \left[ 2\mu + \frac{(1 - 2\mu)b}{a + b} \right] q_0 ; \sigma_2 = - \left[ 2\mu + \frac{(1 - 2\mu)a}{a + b} \right] q_0 ; \sigma_3 = -q_0 , \quad (5)$$

где  $q_0$  – максимальное давление на площадке контакта (в ее центре);  $\sigma_1$  – напряжение в направлении меньшей оси эллипса,  $\sigma_2$  – в направлении большей оси эллипса,  $\sigma_3$  – по нормали к площадке контакта,  $a$  и  $b$  – размеры большей и меньшей полуосей эллипса соответственно.

Подставив выражения (5) в (2), получим для косозубой передачи:

$$\sigma_i^I = (1 - 2\mu)q_0 \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - ab}}{a + b} .$$

При среднем отношении размеров полуосей эллипса  $a/b = 50$  [2], получим:

$$\sigma_i^I = 0,97(1 - 2\mu)q_0 . \quad (6)$$

Условие предельного состояния передач прямозубых с учетом выражений (3) и (4) имеет вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = p_0[x(1 - 4\mu) + 2\mu] = \sigma_{\text{пр}} , \quad (7)$$

а для косозубых с учетом выражений (5) и (6):

$$\sigma_{\text{экв}} = q_0 \left[ 0,97x(1 - 2\mu) + (1 - x) \left( 2\mu + (1 - 2\mu) \frac{b}{a + b} \right) \right] = \sigma_{\text{пр}} , \quad (8)$$

где  $\sigma_{\text{пр}}$  – характеристика предельного состояния материала (предел текучести, предел прочности), полученная в условиях однородного линейного напряженного состояния.

Для материалов в пластичном состоянии, когда  $x = 1$ , условие достижения предельного состояния имеет вид:

для прямозубых передач:

$$\sigma_{\text{экв}} = p_0(1 - 2\mu) = \sigma_y , \quad (9)$$

для косозубых передач:

$$\sigma_{\text{экв}} = 0,97 q_0 (1 - 2\mu) = \sigma_y , \quad (10)$$

где  $\sigma_y$  – предел текучести материала.

Для конструкционных материалов, которые в результате упрочняющей поверхностной обработки приобрели склонность к хрупкому разрушению

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_B .$$

При кратковременных перегрузках для материалов в пластичном состоянии (нормализованные, улучшенные колеса) из формул (9) и (10) получим выражения для наибольшего давления  $p_{0\text{кр}}$  ( $q_{0\text{кр}}$ ) в опасных точках площадки контакта в момент появления пластических деформаций.

Для прямозубых передач: 
$$p_{0\text{кр}} = \frac{\sigma_y}{(1 - 2\mu)} ,$$

для косозубых передач: 
$$q_{0\text{кр}} = \frac{\sigma_y}{0,97(1 - 2\mu)} .$$

Поскольку под контактными напряжениями  $\sigma_H$  подразумевают наибольшее давление на площадке контакта, то допускаемое контактное напряжение

$[\sigma]_{H_{max}}$  при максимальной нагрузке: для прямозубых передач  $[\sigma]_{H_{max}} = p_{0_{кр}} = (2,00 \dots 2,78)\sigma_y$ , для косозубых передач  $[\sigma]_{H_{max}}^I = q_{0_{кр}} = (2,06 \dots 2,87)\sigma_y$  при изменении коэффициента Пуассона  $\mu$  от 0,25 до 0,32.

Стандартом ГОСТ 21354-87 применительно к данному случаю установлена следующая норма, ограничивающая величину допускаемых контактных напряжений,  $[\sigma]_{H_{max}} = 2,8 \sigma_y$ , которая соответствует полученным зависимостям.

Для материалов, которые приобрели повышенную склонность к хрупкому разрушению поверхностного слоя в результате упрочняющей обработки (цементации, контурной закалки, азотирования) допускаемое контактное напряжение:

для прямозубых передач:

$$[\sigma]_{H_{max}} = p_{0_{кр}} = \frac{\sigma_B}{x(1 - 4\mu) + 2\mu}, \quad (11)$$

для косозубых передач:

$$[\sigma]_{H_{max}}^I = q_{0_{кр}} = \frac{\sigma_B}{0,97x(1 - 2\mu) + (1 - x)(2\mu + (1 - 2\mu)\frac{b}{a + b})}. \quad (12)$$

Для сталей, подвергнутых термической обработке,  $x = 0,4 \dots 0,78$ . Тогда для средних значений  $x = 0,6$  и  $\mu = 0,3$  получим:

$$[\sigma]_{H_{max}} = 2,08\sigma_B \text{ и } [\sigma]_{H_{max}}^I = 2,1\sigma_B.$$

У сталей, которые обычно используют для изготовления зубчатых колес, подвергаемых улучшению и закалке ТВЧ  $\sigma_B \approx 18,33 \text{ HRC}$ . Для них

$$[\sigma]_{H_{max}} = 38,13 \text{ HRC} \text{ и } [\sigma]_{H_{max}}^I = 38,49 \text{ HRC}.$$

У сталей, подвергаемых улучшению, цементации и контурной закалке  $\sigma_B \approx 16,81 \text{ HRC}$ . Для них  $[\sigma]_{H_{max}} = 34,96 \text{ HRC}$  и  $[\sigma]_{H_{max}}^I = 35,3 \text{ HRC}$ .

У азотируемых сталей  $\sigma_{вр} \approx 18,49 \text{ HRC}$ . Для них

$$[\sigma]_{H_{max}} = 38,46 \text{ HRC} \text{ и } [\sigma]_{H_{max}}^I = 38,83 \text{ HRC}.$$

ГОСТ 21354-87 в первых двух случаях устанавливает  $[\sigma]_{H_{max}} = 40 \text{ HRC}$ , а в третьем –  $[\sigma]_{H_{max}} = 35 \text{ HRC}$ .

Таким образом, для сталей, подвергаемых закалке ТВЧ и цементации норма, установленная стандартом, вполне соответствует полученным зависимостям. Для азотируемых сталей значения, установленные стандартом несколько ниже полученных расчетом. Однако следует учесть, что для азотированных зубьев вследствие малой толщины упрочненного поверхностного слоя возможно вдавливание поверхностного слоя в относительно мягкую сердцевину зуба под действием высоких контактных напряжений, а также возникновение глубинных контактных разрушений. В этом случае значения допускаемых контактных напряжений, определяемые формулами (11) и (12), следует уменьшить приблизительно в 1,35 раза. Тогда для азотированных зубьев

$$[\sigma]_{H_{max}} = 28,49 \text{ HRC} \text{ и } [\sigma]_{H_{max}}^I = 28,76 \text{ HRC},$$

что также хорошо согласуется с существующими стандартами.

#### Л и т е р а т у р а

1. Белоусов Ю.В. Расчет контактных давлений на рабочей поверхности зубьев цилиндрических передач// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2014. – №2. – С. 63-67.
2. Белоусов Ю.В. Расчет напряжений на рабочей поверхности зубьев косозубых цилиндрических передач// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2015. – №2. – С. 35-38.
3. Hoffman N.P., Stolz U. On transient growth of wear pattern properties// Wear. – 2010. – Vol. 268. – № 7-8. – P. 886-892.

References

1. *Belousov, Yu.V.* (2014) Raschet kontaktnykh davlenij na rabochej poverhnosti zubev tsilindricheskikh peredach, *Stroitel'naya mehanika inzhenernykh konstruksij i sooruzhenij*, №2, p. 63-67.
2. *Belousov, Yu.V.* (2015) Raschet napriazhenij na rabochej poverhnosti zubev kosozubich tsilindricheskikh peredach, *Stroitel'naya mehanika inzhenernykh konstruksij i sooruzhenij*, №4, p. 35-38.
3. *Hoffman, N.P., Stolz U* (2010). On transient growth of wear pattern properties, *Wear*, Vol. 268, № 7-8, p. 886-892.

**CALCULATION OF THE ADMISSIBLE TENSILE STRESSES TO APPRECIATE CONTACT STRENGTH OF SPUR GEARS AT THE UNFAVORABLE LOADING**

Yu.V. Belousov

*Moscow State Technical University named after N. Bauman*

In the article, the questions for calculation of the admissible tensile stresses to appreciate contact strength of spur gears at the unfavorable loading are considered. Calculations the admissible tensile stresses for normal, improvement wheels, and for wheels after strengthen surface work are specified. The results were confronted to the standards.

KEY WORDS: admissible stress, elliptical contact area, criterion of strength, intensive of stresses, spur gears.

