

Устойчивость стержней и стержневых систем

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО СТЕРЖНЯ В СЛУЧАЕ ЭКСЦЕНТРИЧНОГО ПРИЛОЖЕНИЯ БЫСТРОВОЗРАСТАЮЩЕЙ НАГРУЗКИ С УЧЕТОМ ВСЕХ СИЛ ИНЕРЦИИ

М.М. МАНЧЕНКО, аспирант.

Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный
университет (СПбГАСУ),

190005, Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская, д. 4; salsa87@bk.ru

В работе рассматривается метод определения критической нагрузки в случае, когда элемент прямоугольного сечения нагружается интенсивно возрастающей во времени силой. При составлении уравнений движения принимается во внимание зависимость предела текучести материала σ_y от скорости деформирования.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: динамическое нагружение, устойчивость, критическая сила.

Вопросам изучения устойчивости конструкций и их элементов под воздействием ударных нагрузок посвящены работы многочисленных исследователей [1], [2], [3]. История глубокого, методичного решения этой проблемы насчитывает не менее 80-ти лет. Но нельзя утверждать, что теория динамической устойчивости в задачах строительной механики, достаточно разнообразных, за это время приобрела законченный вид и располагает достаточно точными для применения в инженерной практике методами. Исключение составляют, пожалуй, лишь упругие системы, находящиеся под действием консервативных сил. Разработка новых методик, позволяющих рассчитать упругопластические системы в случае, когда нагружающие силы быстро меняются во времени, не утратила своей актуальности и в наши дни. Напротив, она приобрела новое звучание. Например, в связи с необходимостью надежной работы зданий и сооружений при воздействии высокоинтенсивных динамических сил, возникающих в результате: возросших, как по частоте, так и по территории прохождения, природных катастроф (землетрясения, ураганные ветры и т.п.); проведения террористических актов с использованием взрывчатых веществ и др.

Целью данного исследования является определение устойчивости внецентренно сжатого упругопластического металлического стержня, испытывающего воздействие быстро возрастающей во времени нагрузки. При составлении уравнений движения стержня учитываются поперечные и продольные силы инерции, а также инерция вращения сечений стержня (рис.1). Особенно важным для точного решения поставленной задачи является замена статического предела текучести материала σ_{y1}^s стержня динамическим σ_{y1} . Зависимость последнего от скорости деформации $\partial\varepsilon/\partial t$, где ε – величина относительной деформации, t – время, проявляется слишком явно и ярко [4], [5], [6], что показывает необходимость учитывать это явление в рассмотрении вопроса динамической устойчивости. На сегодняшний день известно лишь несколько работ, авторы которых принимали во внимание вышеуказанный факт при рассмотрении подобных задач [7], [8].

Используем ряд допущений, характерных для задач упругопластического изгиба:

- а) изогнутая ось стержня аппроксимируется полуволной синусоиды (косинусоиды);
- б) справедлива гипотеза плоских сечений Бернулли;
- в) используется приближенное выражение для кривизны упругой линии;
- г) действительное распределение напряжений в зоне текучести принимается прямой линией.

Зная величину краевых деформаций, можно выразить стрелу прогиба f следующей известной зависимостью

$$f = k(\varepsilon_{fc} + \varepsilon_{fd}), \quad (1)$$

где $k = l^2 / (h\pi^2)$; l, h – длина стержня и ширина его поперечного сечения соответственно; ε_{fc} и ε_{fd} – фибровые деформации сжатия и растяжения соответственно. Элементарная поперечная сила инерции выражается зависимостью

$$dI_1 = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} F \gamma dx, \quad (2)$$

где y – абсцисса изогнутой оси, отсчитываемая от середины длины стержня; F – площадь поперечного сечения стержня; γ – плотность материала стержня; x – ордината изогнутой оси, соответствующая y .

Интегрируя (2) по длине стержня, находим

$$P_{i1} = \int_0^{l/2} F \gamma \frac{d^2 f}{dt^2} \cos \frac{\pi x}{l} dx = \frac{F \gamma l}{\pi} \frac{d^2 f}{dt^2},$$

$$M_{i1} = \int_0^{l/2} F \gamma \frac{d^2 f}{dt^2} \cos \frac{\pi x}{l} x dx - R_2 \frac{l}{2} = \frac{F \gamma l^2}{\pi^2} \frac{d^2 f}{dt^2}, \quad (3)$$

где P_{i1} – величина главного вектора поперечных сил инерции, действующих на отсеченную половину; M_{i1} – главный момент системы поперечных сил инерции относительно центра тяжести наиболее нагруженного сечения; R_2 – поперечная реакция опоры.

Продольное перемещение элементарной длины стержня с учетом изгиба и сжатия его оси выражается известной формулой [9]

$$u_x = \frac{1}{2} \int_0^x \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 dx + \frac{P(t)x}{EF},$$

где $P(t)$ – величина внешней сжимающей силы; E – модуль упругости материала стержня. После интегрирования получаем

$$u_x = \frac{\pi^2 f^2}{4l^2} \left(x + \frac{l}{2\pi} \sin \frac{2\pi x}{l} \right) + \frac{P(t)x}{EF}.$$

Ускорение этого элемента в продольном направлении

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{\pi^2}{2l^2} \left[\left(\frac{df}{dt} \right)^2 + f \frac{d^2 f}{dt^2} \right] \left(x + \frac{l}{2\pi} \sin \frac{2\pi x}{l} \right) + \frac{x}{EF} \frac{\partial^2 P(t)}{\partial t^2}. \quad (4)$$

Используя (4), находим элементарную продольную силу инерции dI_2 и её момент относительно начала координат O и относительно центра тяжести среднего сечения A

$$dI_2 = F\gamma \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} dx = \gamma F \left\{ \frac{\pi^2}{2l^2} \left[\left(\frac{df}{dt} \right)^2 + f \frac{d^2 f}{dt^2} \right] \left(x + \frac{l}{2\pi} \sin \frac{2\pi x}{l} \right) + \frac{x}{EF} \frac{\partial^2 P(t)}{\partial t^2} \right\} dx, \quad (5)$$

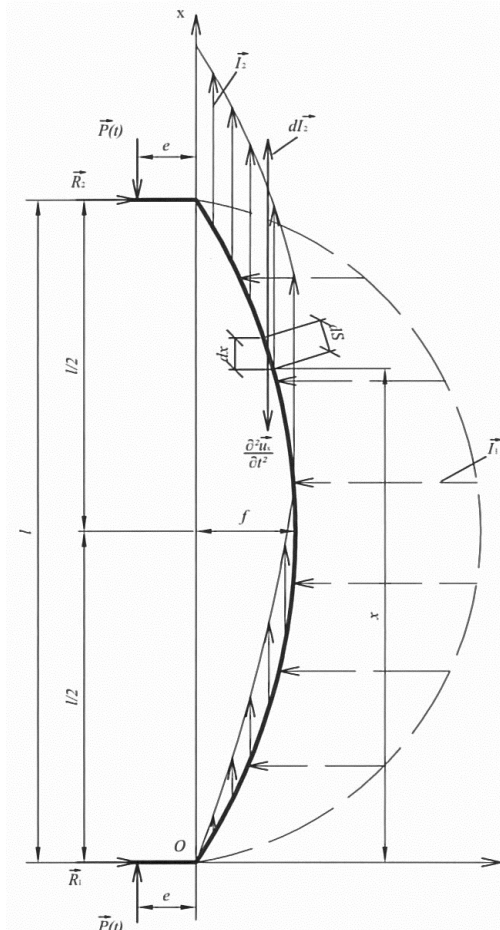


Рис. 1. Расчетная схема шарнирно опертого стержня с учетом всех сил инерции

$$dM_{i2}^O = dI_2 y, \quad (6)$$

$$dM_{i2}^A = dI_2 (f - y). \quad (7)$$

С учетом (5), (6) и (7) определяем поперечные опорную реакцию, изгибающий момент в среднем сечении стержня от продольных сил инерции и величину главного вектора продольных сил инерции, действующих на верхнюю половину стержня

$$R_2 = \int_0^l dM_{i2}^O = \frac{\gamma f}{l} \left\{ \frac{\pi f}{2} \left[\left(\frac{df}{dt} \right)^2 + f \frac{d^2 f}{dt^2} \right] + \frac{fl^2}{\pi EF} \frac{\partial^2 P(t)}{\partial t^2} \right\}$$

$$M_{i2} = R_2 \frac{l}{2} - \int_{l/2}^l dM_{i2}^A = \gamma F f \left\{ \omega_1 \left[\left(\frac{df}{dt} \right)^2 + f \frac{d^2 f}{dt^2} \right] + \frac{\partial^2 P(t)}{\partial t^2} \omega_2 \right\} \quad (8)$$

$$P_{i2} = \int_{l/2}^l dI_2 = \gamma F \left\{ \omega_3 \left[\left(\frac{df}{dt} \right)^2 + f \frac{d^2 f}{dt^2} \right] + \frac{\partial^2 P(t)}{\partial t^2} \omega_4 \right\}. \quad (9)$$

где M_{i2} – изгибающий момент в среднем сечении стержня от продольных сил инерции;

$$\omega_1 = \frac{3\pi}{4} - \frac{3\pi^2}{16} - \frac{5}{12}; \quad \omega_2 = \frac{l^2}{EF} \left(\frac{3}{2\pi} - \frac{1}{\pi^2} - \frac{3}{8} \right);$$

P_{i2} – главный вектор продольных сил инерции, действующих на отсеченную половину стержня; $\omega_3 = 3\pi^2/16 - 1/4$; $\omega_4 = 3l^2/(8EF)$.

Помещая на рис. 1 начало координат в середине стержня, определим переменный угол поворота θ и соответствующее ему угловое ускорение элемента стержня dx

$$\theta = \frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{\pi}{l} f \sin \frac{\pi x}{l}, \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = -\frac{\pi}{l} \frac{d^2 f}{dt^2} \sin \frac{\pi x}{l}.$$

Момент сил инерции вращения выделенного элемента и изгибающий момент этих же сил в среднем сечении будут равны соответственно

$$dM_{i3} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \gamma J dx = -\frac{d^2 f}{dt^2} \frac{\pi \gamma J}{l} \sin \frac{\pi x}{l} dx, \quad M_{i3} = \int_0^{l/2} dM_{i3} = \frac{d^2 f}{dt^2} \gamma J, \quad (10)$$

где J – момент инерции поперечного сечения стержня.

Используя выражения (3), (8), (9) и (10), составим, применяя для отсеченной половины стержня принцип Даламбера, уравнения равновесия

$$\begin{cases} P(t) - P_{ins} - \omega_3 \omega_5 f \frac{d^2 f}{dt^2} - \omega_3 \omega_5 \left(\frac{df}{dt}\right)^2 - \omega_4 \omega_5 \frac{\partial^2 P(t)}{\partial t^2} = 0 \\ P(t)(e + f) - M_{ins} - \frac{d^2 f}{dt^2} (\omega_6 - \omega_1 \omega_5 f^2) - \omega_1 \omega_5 f \left(\frac{df}{dt}\right)^2 - \omega_2 \omega_5 f \frac{\partial^2 P(t)}{\partial t^2} = 0, \end{cases} \quad (11)$$

где P_{ins} – величина главного вектора внутренних нормальных сил наиболее нагруженного сечения; $\omega_5 = \gamma F$, M_{ins} – величина главного момента внутренних нормальных сил; $\omega_6 = \gamma J + \gamma F l^2 / \pi^2$.

Исключение из (11) величины $d^2 f / dt^2$ приводит к следующей системе

$$\begin{cases} Z_1 = \sqrt{\frac{P(t) - P_{ins} - \omega_1 \omega_7 \frac{\partial^2 P(t)}{\partial t^2}}{\omega_1 \omega_6} + \frac{M_{ins} f - P(t) f (f + e) + \omega_1 \omega_8 f^2 \frac{\partial^2 P(t)}{\partial t^2}}{\omega_{10}}} + \\ \sqrt{\frac{\omega_9 f^2 \left[P(t) - P_{ins} - \omega_1 \omega_7 \frac{\partial^2 P(t)}{\partial t^2} \right]}{\omega_6 \omega_{10}}} \\ Z_1 Z_2 - 2 \omega_3 \omega_5 \omega_6 Z_1^3 + Z_3 \frac{\partial P_{ins}}{\partial t} - Z_4 \frac{\partial M_{ins}}{\partial t} - Z_5 \frac{\partial P(t)}{\partial t} + Z_6 \frac{\partial^3 P(t)}{\partial t^3} = 0, \end{cases} \quad (12)$$

где $Z_1 = \partial f / \partial t$; e – эксцентриситет приложения внешней нагрузки;

$$Z_2 = P(t) (2\omega_6 + 2\omega_3 \omega_5 f^2 - 2\omega_1 \omega_5 f^2 + \omega_3 \omega_5 f) + P_{ins} (\omega_1 \omega_5 f^2 - \omega_6) -$$

$$- 2\omega_5 \left(\partial^2 P(t) / \partial t^2 \right) (\omega_4 \omega_6 + \omega_2 \omega_3 \omega_5 f^2 - \omega_1 \omega_4 \omega_5 f^2) - \omega_3 \omega_5 M_{ins} f;$$

$$Z_3 = f (\omega_1 \omega_5 f^2 + \omega_6); \quad Z_4 = \omega_3 \omega_5 f^2; \quad Z_5 = f (\omega_6 - \omega_3 \omega_5 f^2 + \omega_1 \omega_5 f^2 - \omega_3 \omega_5 f e);$$

$$Z_6 = f \omega_5 (\omega_4 \omega_6 - \omega_2 \omega_3 \omega_5 f^2 + \omega_1 \omega_4 \omega_5 f^2).$$

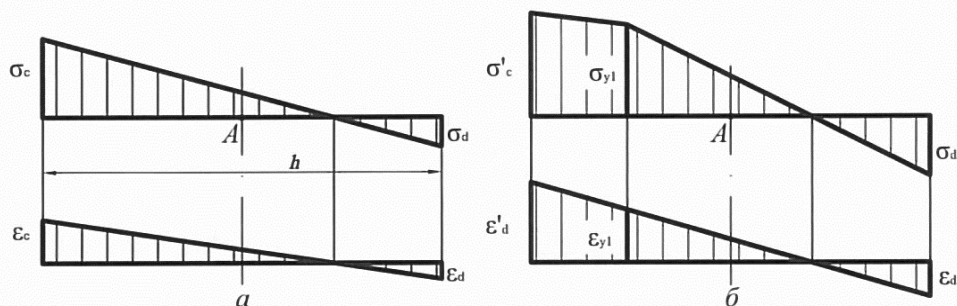


Рис. 2. Эпюры напряжений и относительных удлинений среднего сечения стержня при упругой (а) и упругопластической (б) работе материала

Подставив величины внутренних сил и момента при упругой работе материала стержня (рис.2а) в (12), приходим к системе дифференциальных уравнений движения крайних волокон стержня

$$\begin{cases} \frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = \frac{2\omega_3\omega_5\omega_6 Z_1^3 - Z_1 Z_2 + Z_5(\partial P(t)/\partial t) - Z_6(\partial^3 P(t)/\partial t^3)}{EFZ_3} + \frac{Z_1(6Z_3 + Z_4 h)}{12Z_3 k} \\ \frac{\partial \varepsilon_d}{\partial t} = \frac{Z_1 Z_2 - 2\omega_3\omega_5\omega_6 Z_1^3 - Z_5(\partial P(t)/\partial t) + Z_6(\partial^3 P(t)/\partial t^3)}{EFZ_3} - \frac{Z_1(6Z_3 + Z_4 h)}{12Z_3 k} \end{cases} \quad (13)$$

где ε_c и ε_d – деформации сжатия и растяжения крайних волокон среднего сечения стержня.

Дополнение системы (13) начальными условиями сводит отыскание ее решений к задаче Коши, реализация которой в современных математических программных пакетах не доставляет больших трудностей. В результате, для различных моментов времени получим набор дискретных значений деформаций и скоростей деформаций, необходимых для дальнейшего решения задачи.

Для случая односторонней текучести (рис.2б) уравнения движения крайних волокон записываются следующим образом

$$\begin{cases} \frac{\partial \varepsilon'_c}{\partial t} = \frac{Z_1 Z_2 - 2\omega_3\omega_5\omega_6 Z_1^3 - Z_5(\partial P(t)/\partial t) + Z_6(\partial^3 P(t)/\partial t^3)}{W_1 Z_3 + W_2 Z_3 + W_3 Z_4 - W_4 Z_4} - \\ - \frac{W_1 Z_1 Z_3 + W_4 Z_1 Z_4}{k(W_1 Z_3 + W_2 Z_3 + W_3 Z_4 - W_4 Z_4)} \\ \frac{\partial \varepsilon_d}{\partial t} = \frac{2\omega_3\omega_5\omega_6 Z_1^3 - Z_1 Z_2 + Z_5(\partial P(t)/\partial t) - Z_6(\partial^3 P(t)/\partial t^3)}{W_1 Z_3 + W_2 Z_3 + W_3 Z_4 - W_4 Z_4} + \\ + \frac{W_2 Z_1 Z_3 + W_3 Z_1 Z_4}{k(W_1 Z_3 + W_2 Z_3 + W_3 Z_4 - W_4 Z_4)} \end{cases} \quad (14)$$

где ε'_c – деформация сжатия за пределом текучести;

$$\begin{aligned} W_1 &= F \frac{E(\varepsilon_{y1} + \varepsilon_d)(\varepsilon_{y1} - \varepsilon_d - 2\varepsilon'_c) - E_1(\varepsilon_{y1} - \varepsilon'_c)^2}{2(\varepsilon'_c + \varepsilon_d)^2}; \\ W_2 &= F \frac{E_1(\varepsilon_{y1} - \varepsilon'_c)(2\varepsilon_d + \varepsilon_{y1} + \varepsilon'_c) - E(\varepsilon_{y1} + \varepsilon_d)^2}{2(\varepsilon'_c + \varepsilon_d)^2}; \\ W_3 &= F \frac{E(\varepsilon_{y1} + \varepsilon_d)^2(\varepsilon_d + 4\varepsilon_{y1} - 3\varepsilon'_c)}{12(\varepsilon'_c + \varepsilon_d)^3} - \\ &\quad - \frac{E_1(\varepsilon_{y1} - \varepsilon'_c)(6\varepsilon_d + 5\varepsilon_{y1} + \varepsilon'_c)(3\varepsilon_d + 4\varepsilon_{y1} - \varepsilon'_c)}{12(\varepsilon'_c + \varepsilon_d)^3}; \\ W_4 &= F \frac{E(\varepsilon_{y1} + \varepsilon_d)(\varepsilon_d^2 - \varepsilon_{y1}\varepsilon_d + 3\varepsilon'_c\varepsilon_d + 4\varepsilon_{y1}^2 - 9\varepsilon_{y1}\varepsilon'_c + 6\varepsilon'_c{}^2)}{12(\varepsilon'_c + \varepsilon_d)^3} - \\ &\quad - \frac{E_1(\varepsilon_{y1} - \varepsilon'_c)^2(9\varepsilon_d + 20\varepsilon_{y1} - 11\varepsilon'_c)}{12(\varepsilon'_c + \varepsilon_d)^3}; \end{aligned}$$

$\varepsilon_{y1} = \sigma_{y1}/E$ – деформация текучести в сжатой области среднего сечения; E_1 – приведенный модуль упругости материала.

Динамический предел текучести σ_{y1} может быть достаточно точно определен зависимостью $\sigma_{y1} = \sigma_{y1}^s \left[1 + ((\partial\varepsilon/\partial t)/D)^{1/q} \right]$, предложенной G.R. Cowper и P.S. Symonds [10]. Здесь q, D – константы, зависящие от вида материала. В работе [11] приведены значения постоянных коэффициентов данной формулы для большого числа материалов, в том числе и для металлов.

Задание начальных условий, полученных при решении системы (13), так же приведет систему (14) к задаче Коши.

Критерием, определяющим потерю стержнем устойчивости, выступает условие равенства вариаций моментов внешних и внутренних сил при условии равенства нулю вариации продольной силы [12]

$$\begin{cases} \delta M_E = \delta M_J \\ \delta P_E = 0, \end{cases} \quad (15)$$

где $\delta M_E = P(t)(e + f)$ – изгибающий момент от внешней сжимающей силы в среднем сечении стержня; δM_J – сумма моментов сил, препятствующих изгибу стержня, относительно центра тяжести среднего сечения; $\delta P_E = P(t)$ – внешняя сжимающая сила. В работе [13] показано, что критерий (15) находится в соответствии с определением устойчивости А. М. Ляпунова. Принимая во внимание уравнения равновесия, система (15) запишется в виде

$$\begin{cases} M_E = P(t)(e + f) \\ M_J = M_{ins} + M_{i1} + M_{i2} + M_{i3} \\ P_E = P_{ins} + P_{i2}. \end{cases} \quad (16)$$

Условие (15), с учетом (16), после варьирования по ε'_c и ε_d , примет вид

$$\begin{cases} \left(P(t)k - Q - \frac{\partial M_{ins}}{\partial \varepsilon'_c} \right) \delta \varepsilon'_c + \left(P(t)k - Q - \frac{\partial M_{ins}}{\partial \varepsilon_d} \right) \delta \varepsilon_d = 0 \\ \left(\frac{\partial P_{ins}}{\partial \varepsilon'_c} + \omega_1 \omega_5 k \frac{d^2 f}{dt^2} \right) \delta \varepsilon'_c + \left(\frac{\partial P_{ins}}{\partial \varepsilon_d} + \omega_1 \omega_5 k \frac{d^2 f}{dt^2} \right) \delta \varepsilon_d = 0, \end{cases} \quad (17)$$

где
$$Q = \omega_5 k \left\{ \omega_1 \left[\left(\frac{df}{dt} \right)^2 + 2f \frac{d^2 f}{dt^2} \right] + \omega_2 \frac{\partial^2 P(t)}{\partial t^2} \right\}.$$

Составив из коэффициентов при вариациях определитель системы (17) и, затем, раскрыв его, получим функционал потери устойчивости

$$\begin{aligned} \Phi = & \left(P(t)k - Q - \frac{\partial M_{ins}}{\partial \varepsilon'_c} \right) \left(\frac{\partial P_{ins}}{\partial \varepsilon_d} + \omega_1 \omega_5 \frac{d^2 f}{dt^2} \right) - \\ & - \left(P(t)k - Q - \frac{\partial M_{ins}}{\partial \varepsilon_d} \right) \left(\frac{\partial P_{ins}}{\partial \varepsilon'_c} + \omega_1 \omega_5 \frac{d^2 f}{dt^2} \right) = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Функционал (18) высчитывается одновременно с решением системы (14). Обращение этого функционала в ноль будет свидетельствовать об исчерпании стержнем его несущей способности.

Выводы

В работе предложена методика точного исследования вопроса устойчивости динамически нагруженного стержня. При ее использовании поставленная задача распадается на два этапа: определение кинематических уравнений движения стержня и проверка условий критического состояния.

При расчетах стержней гибкости λ не выше 160 продольные силы инерции и силы инерции вращения сечений имеют второстепенное значение [14]. Поэтому в инженерной практике представленные уравнения приобретут более простой и удобный для непосредственного применения вид.

Л и т е р а т у р а

1. *Лаврентьев М. А.* Динамические формы потери устойчивости упругих систем / М. А. Лаврентьев, А. Ю. Ишлинский // Докл. АН СССР. – М., 1949. – Т. 64, № 6. – С. 779–782.

2. *Хофф Н.* Продольный изгиб и устойчивость / Н. Хофф ; пер. с англ. И. Н. Землянских ; под ред. И. В. Кепцена. – М. : Изд-во иностр. лит., 1955. – 155 с. : ил.

3. *Вольмир А. С.* Устойчивость деформируемых систем / А. С. Вольмир. – М. : Наука, 1967. – 984 с.

4. *Curtze S.* Dependence of tensile deformation behavior of TWIP steels on stacking fault energy, temperature and strain rate / S. Curtze, V. T. Kuokkala // Acta Materialia. – Elsevier, 2010. – Vol. 58, №15. – P. 5129-5141.

5. *Appleby-Thomas G. J.* A study on the strength of an armour-grade aluminum under high strain-rate loading / G. J. Appleby-Thomas, Hazell P. J. // Journal of Applied Physics. – New York: American Institute of Physics, 2010. – Vol. 107, № 12. – P. 123508.

6. *Ma D.* An interrupted tensile testing at high strain rates for pure copper bars / D. Ma, D. Chen, S. Wu, H. Wang, Y. Hou, C. Cai // Journal of Applied Physics. – New York: American Institute of Physics, 2010. – Vol. 108, № 11. – P. 114902.

7. *Перцев А. К.* Устойчивость упругопластических стержней при кратковременных динамических нагрузках / А. К. Перцев, А. Я. Руколайне // Проблемы устойчивости в строительной механике : тр. Всесоюз. конф. по пробл. устойчивости в строит. механике / под ред. В. В. Болотина [и др.]. – М., 1965. – С. 458–465.

8. *Назарук А. В.* Исследование устойчивости сжатых стержней, работающих в упругопластической стадии при динамических нагрузках: автореф. дисс. на соиск. уч. степени канд. техн. наук / А. В. Назарук – Л., 1977. – 23 с

9. *Геммерлинг А. В.* Несущая способность стержневых стальных конструкций / А. В. Геммерлинг. – М. : Стройиздат, 1958. – 216 с.

10. *Cowper G. R.* Strain-hardening and strain-rate effects in the impact loading of cantilever beams / G. R. Cowper, P. S. Symonds. – Brown, 1957. – 46 p. – Technical report / Brown University. Division of Applied Mathematics ; C11, № 28.

11. *Jones N.* Structural Impact / N. Jones. – Cambridge : Cambridge University Press, 2012. – 604 p.

12. *Rybnov E.* On the durability of reinforced concrete structures / E. Rybnov, R. Sanzharovsky, D. Beilin // Scientific Israel – Technological Advantages. – Migdal Ha Emek, 2011. – Vol. 13, № 4. – P. 111-121.

13. *Санжаровский Р. С.* О критериях прочности и устойчивости сжатых трубобетонных стержней // Механика стержневых систем и сплошных сред. : сб. науч. тр. / Ленингр. инж.-строит. ин-т. – 1971. – [Вып. 5], № 68. – С. 216-243.

14. *Тимошенко С. П.* Колебания в инженерном деле / С. П. Тимошенко, Д. Х. Янг, У. Уивер; пер. с англ. Л. Г. Корнейчука ; под ред. Э. И. Григолюка – М. : Машиностроение., 1985. – 472 с.

R e f e r e n c e s

1. *Lavrentiev, M.A., Ishlinskiy, A.Yu.* (1949). Dynamical forms of buckling elastic systems, *Dokl. AN SSSR*, Vol. 64, № 6, pp. 779–782.

2. Hoff, N. (1955). *Progolniy Izhib i Ustoychivost*, M. : Izd-vo inostr. lit., 155 p.
3. Volmir, A.S. (1967). *The Stability of Deformable Systems*, M.: Nauka, 984 p.
4. Curtze, S., Kuokkala, V. T. (2010). Dependence of tensile deformation behavior of TWIP steels on stacking fault energy, temperature and strain rate, *Acta Materialia*, Elsevier, Vol. 58, №15, pp. 5129-5141.
5. Appleby-Thomas, G. J., Hazell, P. J. (2010). A study on the strength of an armour-grade aluminum under high strain-rate loading, *Journal of Applied Physics*, New York: American Institute of Physics, Vol. 107, № 12, P. 123508.
6. Ma, D., Chen, D., Wu S., Wang, H., Hou, Y., Cai, C. (2010). An interrupted tensile testing at high strain rates for pure copper bars, *Journal of Applied Physics*, New York: American Institute of Physics, Vol. 108, № 11, P. 114902.
7. Pertsev, A.K., Rukolayne, A.Ya. (1965). *Ustoychivost uprugo-plasticheskikh stержney pri kratkovremennih dinamicheskikh nagruzkah*, Problemi ustoychivosti v stroit. mehanike: Tr. Vsesoyuzn. konf. po probl. ustoychivosti, Pod red. V.V. Bolotina, Moscow, pp. 458–465.
8. Nazaruk, A.V. (1977). The research of stability of compressed bars working in elastic-plastic stage under dynamic loads, *Thesis of PhD*, Leningrad, 23 p.
9. Gemmerling, A.V. (1958). *A Bearing Capacity of Grid Steel Structures*, M.: Stroyizdat, 216 p.
10. Cowper, G.R., Symonds, P.S. (1957). Strain-hardening and strain-rate effects in the impact loading of cantilever beams, 46 p. – *Technical report* / Brown University. Division of Applied Mathematics; C11, № 28.
11. Jones, N. (2012). *Structural Impact*, Cambridge : Cambridge University Press, 604 p.
12. Rybnov, E., Sanzharovsky, R., Beilin, D. (2011). On the durability of reinforced concrete structures, *Scientific Israel – Technological Advantages*, Migdal Ha Emek, Vol. 13, № 4, pp. 111-121.
13. Sanzharovsky, R.S., (1971). On criteria of strength and stability of compressed concrete pipe bars, *Mehanika stержnevih system i sploshnih sred*: Proc. Leningrad. inzhn.-stroit. in-t, [Iss. 5], № 68, pp. 216-243.
14. Timoshenko, S.P., Yang D.H. (1985). *Kolebaniya v Inzhenernom Dele*, Moscow: Mashinostroyeniye, 472 p.

THE STUDY THE ELASTO-PLASTIC BAR STABILITY IN CASE OF ECCENTRICITY APPLICATION OF THE FAST INCREASING LOAD

Manchenko M.M.

Sankt-Peterburgskiy Gosudarstvenniy Arhitecturno-Stroitelniy Universitet, Sankt-Petersburg

In the paper, the method of finding the critical load in case when the metallic rectangular bar is loaded intensively increasing in time force is overviewed. In the formation of equations of movement taken in account, the relation of the flexural yield stress σ_y from strain rate is presented.

KEY WORDS: dynamic load, stability, critical force.