
Математическая теория телетрафика и сети телекоммуникаций

УДК 621.39

Об одной системе массового обслуживания с активным управлением очередью

Ю. В. Гайдамака*, **А. Г. Масленников**†

* *Кафедра систем телекоммуникаций*
Российский университет дружбы народов
ул. Миклухо-Маклая, д. 6, Москва, 117198, Россия

† *Представительство компании «Аастра Европа АГ»*
ул. Обручева, 23, копр.3, Москва, 117630, Россия

В статье рассмотрена система передачи данных с активным управлением очередью, предназначенным для предотвращения перегрузок, где в качестве функции управления используется нечёткий регулятор. Решена задача построения математической модели, учитывающей особенности функционирования системы передачи данных с активным управлением очередью, целью которого является удержание длины очереди в области значений, близких к заданному эталонному значению длины очереди. При построении модели использован метод гистерезисного управления поступающей нагрузкой с двумя порогами. Математической моделью является система массового обслуживания с пороговым управлением очередью, которая предназначена для анализа возможностей применения метода гистерезисного управления нагрузкой в системах с активным управлением. Модель описывается марковским процессом, для которого численно решена система уравнения равновесия, найдены стационарные вероятности состояний. Основными вероятностно-временными характеристиками модели являются средняя длина очереди, среднеквадратическое отклонение длины очереди и вероятность отклонения длины очереди от эталонного значения в заданных пределах. Результаты численного анализа в диапазоне нагрузки, включающем перегрузки системы, показали адекватность построенной математической модели с гистерезисным управлением нагрузкой системе с активным управлением очередью на базе нечёткого регулятора.

Ключевые слова: система массового обслуживания, активное управление очередью, гистерезисное управление, марковский процесс, система уравнений равновесия, средняя длина очереди.

1. Введение

Несмотря на постоянный рост скоростей передачи данных в сетях TCP/IP, проблема возникновения перегрузок остаётся по-прежнему актуальной. Экономически оправданно в пакетных сетях предоставлять абонентам суммарную скорость подключения большую, чем доступно на узле агрегации. Поэтому всегда существует вероятность перегрузки и переполнения выходного буфера маршрутизатора и ухудшения параметров качества обслуживания, таких как процент потерянных пакетов, задержка и джиттер. Использование функции управления поступающими в буфер заявками на основе нечёткого регулятора позволяет в моменты перегрузки эффективно управлять нелинейной динамикой нагрузки и поддерживать длину очереди на заданном уровне, что обеспечивает стабильность задержки [1, 2].

Рассматривается система передачи данных с буфером емкости B, для которого определена величина Q_{ref} $(0 < Q_{\mathrm{ref}} < B)$ эталонной длины очереди. На систему поступает поток пакетов, которые передаются в канал в порядке «первым пришёл

Статья поступила в редакцию 25 июля 2013 г.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 12-07-00108, 13-07-00953) и Министерства образования и науки Российской Федерации (проект 8.7962.2013).

— первым обслужен» с постоянной скоростью передачи. В моменты t_i измерений модуль «Монитор» (рис. 1) фиксирует два параметра системы — текущую длину q_i очереди и интенсивность r_i поступления пакетов на последнем закончившемся интервале наблюдения $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$, $i \geqslant 1$.

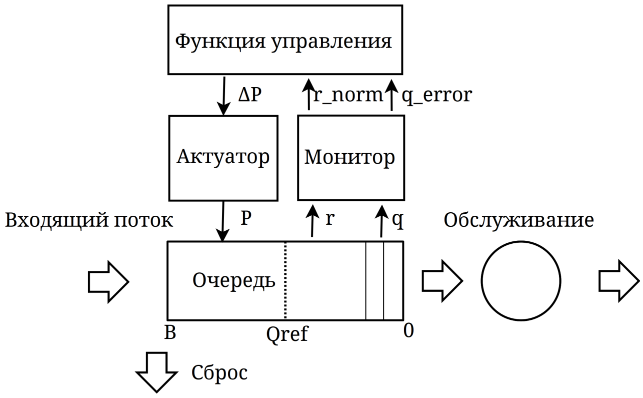

Рис. 1. Система передачи данных с активным управлением очередью

Модуль «Монитор» на вход модуля «Функция управления» передаёт нормированное значение $q^i_{\text{errornorm}}$ отклонения длины очереди от эталонного значения и нормированное значение интенсивности поступления пакетов на интервале Δt_i, которые вычисляются по формулам:

$$q^i_{\text{errornorm}} = \begin{cases} \dfrac{q^i - Q_{\text{ref}}}{B - Q_{\text{ref}}}, & q_i \geqslant Q_{\text{ref}}, \\ \dfrac{q^i - Q_{\text{ref}}}{Q_{\text{ref}}}, & q_i < Q_{\text{ref}}, \end{cases} \tag{1}$$

$$r^i_{\text{norm}} = \begin{cases} \dfrac{r^i - \mu}{\mu}, & \dfrac{r_i}{\mu} \leqslant 2, \\ 1, & \dfrac{r_i}{\mu} > 2, \end{cases} \tag{2}$$

где μ — интенсивность обслуживания.

Модуль «Функция управления» использует значение входных параметров $q^i_{\text{errornorm}}$ и r^i_{norm} для расчета выходного параметра – приращения вероятности сброса пакета ΔP^i на следующем интервале наблюдения Δt_{i+1}, $i \geqslant 1$. В рассматриваемой нами системе функция управления получена с помощью метода нечёткой логики в [3, 4], и ее вид показан на рис. 2.

Рассчитанное с помощью функции управления значение приращения сброса пакета $\Delta P^i \in [-1, 1]$ используется модулем «Актуатор» для вычисления вероятности сброса пакета по формуле

$$P^{i+1} = P^i + \Delta P^i \cdot P_{\max}, \quad i \geqslant 1, \tag{3}$$

где $0 < P_{\max} < 1$ максимальное значение приращения вероятности сброса на любом интервале наблюдения. Таким образом, на интервале Δt_i с вероятностью P^i модуль «Актуатор» сбрасывает пакеты на входе в буфер маршрутизатора.

Задачей данной статьи является построение математической модели, учитывающей особенности функционирования системы передачи данных с активным управлением очередью, а также исследование возможности применения в такой системе гистерезисного управления нагрузкой.

В разделе 2 статьи мы строим модель в виде системы массового обслуживания (СМО) с гистерезисным управлением нагрузкой аналогично [5, 6], в разделе 3 выводится система уравнений марковского процесса, описывающего функционирование СМО, а в разделе 4 приводим пример численного анализа ее основных вероятностно-временных характеристик (ВВХ).

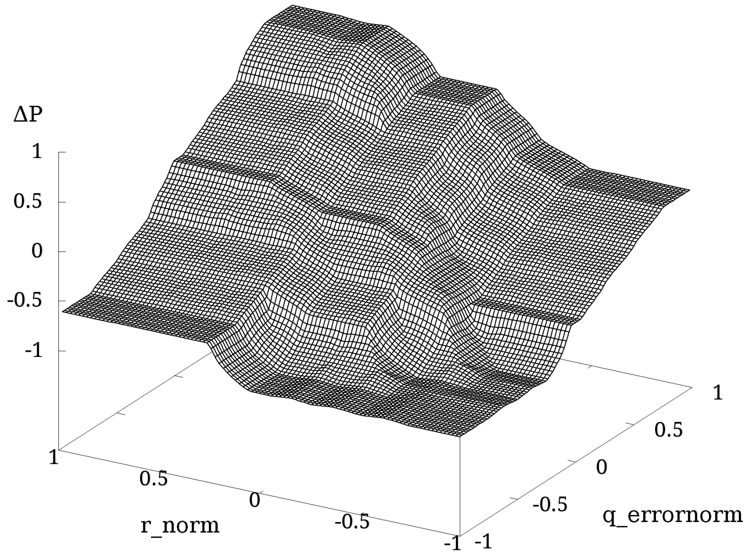

Рис. 2. Функция активного управления очередью

2. Модель СМО с гистерезисным управлением

Проведем дискретизацию параметров функции управления очередью, введя параметр $r \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$, характеризующий уровень интенсивности нагрузки на систему, и параметр $s \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ статуса перегрузки, который определяет уровень загрузки системы, т.е. степень наполненности буфера. При этом состояниям с одинаковым уровнем интенсивности нагрузки rможет соответствовать разный статус перегрузки s.

В табл. 1 показано соответствие значений параметра r диапазонам изменения интенсивности поступления пакетов r_i, а в табл. 2 – соответствие значения статуса перегрузки.

Таблица 1

Уровни интенсивности нагрузки

Уровень нагрузки	Значение параметра r	Диапазон параметра r^i_{norm}
Малая	0	[-1; -0,6)
Средняя	1	[-0,6; -0,2)
Норма	2	[-0,2; 0,2)
Высокая	3	[0,2; 0,6)
Перегрузка	4	[0,6; 1]

Для управления интенсивностью предложенной нагрузки в очереди системы вводятся два порога – нижний порог L и верхний порог H таким образом, что выполняется соотношение $L < Q_{\text{ref}} < H$. Пока общее число заявок в системе не

Таблица 2

Уровни статуса перегрузки

Статус перегрузки	Значение параметра s
Малая нагрузка	0
Нормальная нагрузка	1
Начало перегрузки	2
Перегрузка	3
Сброс нагрузки	4

превышает значение $H+1$, система функционирует в нормальном режиме (малая и нормальная нагрузка). Если число заявок в системе превысило значение $H+1$, система переходит в режим перегрузки (начало перегрузки и перегрузка). Система остается в режиме перегрузки до тех пор, пока число заявок в очереди q не достигнет значения $Q_{\text{ref}}-1$ или B. При достижении длиной очереди значения $Q_{\text{ref}}-1$ система возвращается в нормальный режим функционирования, а при достижении длиной очереди значения B система переходит в режим сброса нагрузки, в котором остается до тех пор, пока длина очереди превышает порог H, и возвращается в режим перегрузки, когда число заявок в очереди становится равным H.

Рассмотрим изображенную на рис. 3 СМО. На систему с буферным накопителем емкости B, нижним порогом L, верхним порогом H и эталонным значением длины очереди Q_{ref} поступает пуассоновский поток заявок с интенсивностью $\lambda(s,q,r)$, зависящей от состояния системы. Заявки обслуживаются в порядке поступления по экспоненциальному закону с интенсивностью μ.

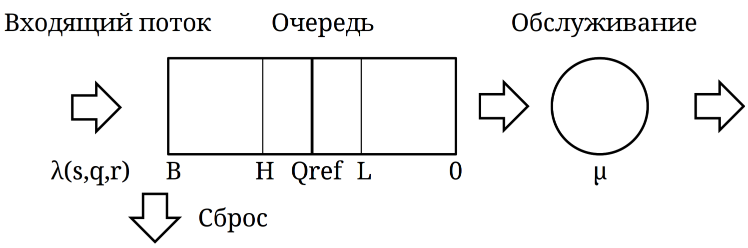

Рис. 3. СМО с активным пороговым управлением очередью

Множество состояний СМО представим в виде

$$X = X_0 \cup X_1 \cup X_2 \cup X_3 \cup X_4, \tag{4}$$

где непересекающиеся множества X_r описывают состояния, соответствующие уровням r интенсивности нагрузки на СМО: X_0 — множество состояний малой нагрузки, X_1 — множество состояний средней нагрузки, X_2 — множество состояний нормальной нагрузки, X_3 — множество состояний высокой нагрузки и X_4 — множество состояний перегрузки.

Множества уровней r интенсивности нагрузки, в свою очередь, также могут быть представлены в виде объединения непересекающихся множеств по следующей формуле:

$$X_r = \begin{cases} X_{0,0}, \\ X_{s-1,r} \bigcup X_{s,r}, \quad s=r, \quad r=1,2,3 \\ X_{4,4}, \end{cases}, \tag{5}$$

где множества $X_{s,r}$ имеют следующий вид:

$$
\begin{aligned}
X_{0,0} &= \{(s,q,r):\ s=0, r=0,\ 0 \leqslant q \leqslant Q_{\mathrm{ref}}\}, \\
X_{0,1} &= \{(s,q,r):\ s=0,\ r=1,\ 1 \leqslant q \leqslant Q_{\mathrm{ref}}+1\}, \\
X_{1,1} &= \{(s,q,r):\ s=1, r=1,\ L \leqslant q \leqslant H\}, \\
X_{1,2} &= \{(s,q,r):\ s=1,\ r=2,\ L+1 \leqslant q \leqslant H+1\}, \\
X_{2,2} &= \{(s,q,r):\ s=2,\ r=2, Q_{\mathrm{ref}} \leqslant q \leqslant B-3\}, \\
X_{2,3} &= \{(s,q,r):\ s=2,\ r=3, Q_{\mathrm{ref}}+1 \leqslant q \leqslant B-2\}, \\
X_{3,3} &= \{(s,q,r):\ s=3,\ r=3,\ H \leqslant q \leqslant B-1\}, \\
X_{4,4} &= \{(s,q,r):\ s=4,\ r=4,\ H+1 \leqslant q \leqslant B\}.
\end{aligned}
\tag{6}
$$

Обозначим λ_r, $r=0,1,2,3,4$, интенсивность поступающего потока на СМО на r-м уровне интенсивности нагрузки, причем $\lambda_0=\lambda$. Тогда интенсивность $\lambda(s,q,r)$ потока, поступающего на СМО, определяется формулой

$$
\lambda(s,q,r) = \begin{cases} \lambda_0, & (s,q,r) \in X_{0,0}, \\ (1-p_r)\lambda_{r-1}, & (s,q,r) \in X \backslash (X_{0,0} \cup X_{4,4}), \\ 0, & (s,q,r) \in X_{4,4}, \end{cases} \tag{7}
$$

где p_r – вероятность сброса пакетов на r-м уровне. Вид функции $\lambda(s,q,r)$ схематично изображен на рис. 4. Здесь сплошными линиями показаны значения функции интенсивности потока и пунктирными стрелками направления переходов между множествами состояний системы.

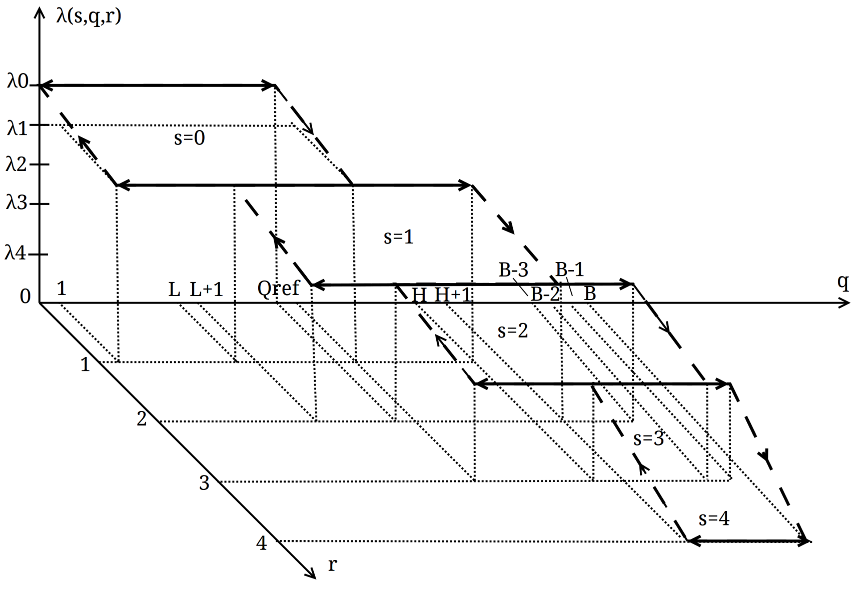

Рис. 4. Гистерезисное управление нагрузкой в СМО с активным управлением длиной очереди

3. Система уравнений равновесия

Функционирование построенной в предыдущем разделе СМО с активным управлением очередью описывается марковским процессом $X(t)$ на множестве X. Нетрудно убедиться, что диаграмма интенсивностей переходов марковского процесса $X(t)$ имеет вид, показанный на рис. 5.

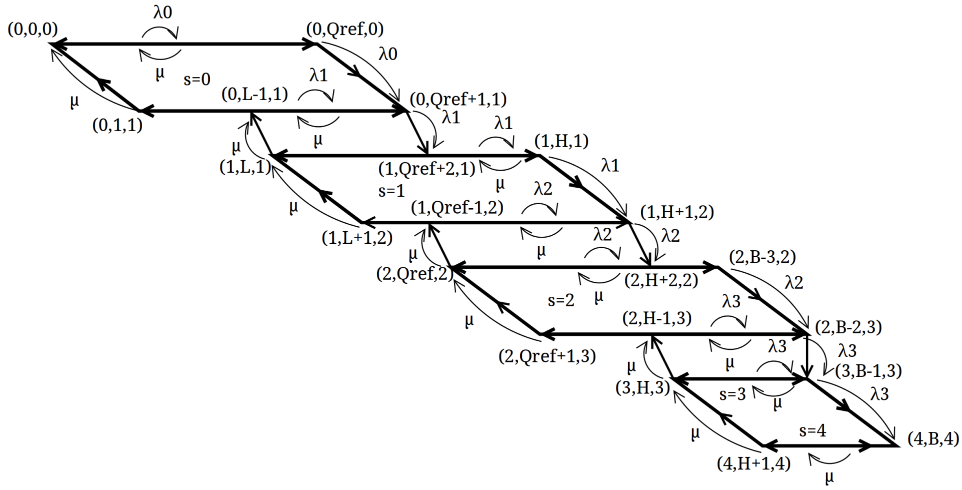

Рис. 5. Диаграмма интенсивностей переходов марковского процесса

Из диаграммы интенсивностей переходов может быть получена система уравнений равновесия марковского процесса $X(t)$ в следующем виде:

$$
\begin{cases}
\lambda_0 p_{0,0,0} = \mu p_{0,1,0} + \mu p_{1,1,1}, \\
(\lambda_0+\mu) p_{0,q,0} = \lambda_0 p_{0,q-1,0} + \mu p_{0,q+1,0}, \quad q=\overline{1,Q_{\text{ref}}-1}, \\
(\lambda_0+\mu) p_{0,Q_{\text{ref}},0} = \lambda_0 p_{0,Q_{\text{ref}}-1,0}, \\
(\lambda_1+\mu) p_{0,1,1} = \mu p_{0,2,1}, \\
(\lambda_1+\mu) p_{0,q,1} = \lambda_1 p_{0,q-1,1} + \mu p_{0,q+1,1}, \quad q=\overline{1,L-2},\ q=\overline{L,Q_{\text{ref}}}, \\
(\lambda_1+\mu) p_{0,L-1,1} = \lambda_1 p_{0,L-2,1} + \mu p_{0,L,1} + \mu p_{1,L,1}, \\
(\lambda_1+\mu) p_{0,Q_{\text{ref}}+1,1} = \lambda_1 p_{0,Q_{\text{ref}},0} + \lambda_1 p_{0,Q_{\text{ref}},1}, \\
(\lambda_1+\mu) p_{1,L,1} = \mu p_{1,L+1,1} + \mu p_{1,L+1,2}, \\
(\lambda_1+\mu) p_{1,q,1} = \lambda_1 p_{1,q-1,1} + \mu p_{1,q+1,1}, \quad q=\overline{L+1,Q_{\text{ref}}+1},\ q=\overline{Q_{\text{ref}}+3,H-1}, \\
(\lambda_1+\mu) p_{1,Q_{\text{ref}}+2,1} = \lambda_1 p_{1,Q_{\text{ref}}+1,1} + \lambda_1 p_{0,Q_{\text{ref}}+1,1} + \mu p_{1,Q_{\text{ref}}+3,1}, \\
(\lambda_1+\mu) p_{1,H,1} = \lambda_1 p_{1,H-1,1}, \\
(\lambda_2+\mu) p_{1,L+1,2} = \mu p_{1,L+2,2}, \\
(\lambda_2+\mu) p_{1,q,2} = \lambda_2 p_{1,q-1,2} + \mu p_{1,q+1,2}, \quad q=\overline{L+2,Q_{\text{ref}}-2},\ q=\overline{Q_{\text{ref}},H}, \\
(\lambda_2+\mu) p_{1,Q_{\text{ref}}-1,2} = \lambda_1 p_{1,Q_{\text{ref}}-2,2} + \mu p_{1,Q_{\text{ref}},2} + \mu p_{2,Q_{\text{ref}},2}, \\
(\lambda_2+\mu) p_{1,H+1,2} = \lambda_1 p_{1,H,2} + \lambda_1 p_{1,H,1}, \\
(\lambda_2+\mu) p_{2,Q_{\text{ref}},2} = \mu p_{2,Q_{\text{ref}}+1,2} + \mu p_{2,Q_{\text{ref}}+1,3}, \\
(\lambda_2+\mu) p_{2,q,2} = \lambda_2 p_{2,q-1,2} + \mu p_{2,q+1,2}, \quad q=\overline{Q_{\text{ref}}+1,H+1},\ q=\overline{H+3,B-4}, \\
(\lambda_2+\mu) p_{2,H+2,2} = \lambda_2 p_{2,H+1,2} + \lambda_2 p_{1,H+1,2} + \mu p_{2,H+3,2}, \\
(\lambda_2+\mu) p_{2,B-3,2} = \lambda_2 p_{2,B-4,2}, \\
(\lambda_3+\mu) p_{2,Q_{\text{ref}}+1,3} = \mu p_{2,Q_{\text{ref}}+2,3}, \\
(\lambda_3+\mu) p_{2,q,3} = \lambda_2 p_{2,q-1,3} + \mu p_{2,q+1,3}, \quad q=\overline{Q_{\text{ref}}+2,H-2},\ q=\overline{H,B-3}, \\
(\lambda_3+\mu) p_{2,H-1,3} = \lambda_3 p_{2,H-2,3} + \mu p_{2,H,3} + \mu p_{3,H,3}, \\
(\lambda_3+\mu) p_{2,B-2,3} = \lambda_3 p_{2,B-3,3} + \lambda_2 p_{2,B-3,2}, \\
(\lambda_3+\mu) p_{3,H,3} = \mu p_{3,H+1,3} + \mu p_{4,H+1,4}, \\
(\lambda_3+\mu) p_{3,q,3} = \lambda_3 p_{3,q-1,3} + \mu p_{3,q+1,3}, \quad q=\overline{H+1,B-2}, \\
(\lambda_3+\mu) p_{3,B-1,3} = \lambda_3 p_{3,B-2,3} + \lambda_3 p_{2,B-2,3}, \\
\mu p_{4,B,4} = \lambda_3 p_{3,B-1,3}, \\
p_{4,q-1,4} = p_{4,q,4}, \quad q=\overline{H+1,B}.
\end{cases}
$$

Для численного анализа вероятностных характеристик исследуемой СМО, система уравнений равновесия решалась численно с использованием метода LU-разложения.

4. Численный анализ

Обозначим Y множество тех состояний СМО, в которых длина очереди находится в диапазоне $q \in [L, H]$, и представим его в виде

$$Y = Y_0 + Y_1 + Y_2, \tag{8}$$

где

$$Y_0 = \{(s,q,r): \ s=0, \ r=0, \ L \leqslant q \leqslant Q_{\text{ref}}\} \cup \cup \{(s,q,r): \ s=0, \ r=1, \ L \leqslant q \leqslant Q_{\text{ref}}+1\};$$

$$Y_1 = \{(s,q,r): \ s=1, \ r=1, \ L \leqslant q \leqslant H\} \cup \cup \{(s,q,r): \ s=1, \ r=2, \ L+1 \leqslant q \leqslant H\};$$

$$Y_2 = \{(s,q,r): \ s=2, \ r=2, \ Q_{\text{ref}} \leqslant q \leqslant H\} \cup \cup \{(s,q,r): \ s=2, \ r=3, \ Q_{\text{ref}}+1 \leqslant q \leqslant H\}.$$

Необходимо оптимизировать систему с целью достижения максимального значения вероятности $P(Y)$ отклонения длины очереди от эталонного значения в пределах $L \leqslant q \leqslant H$.

Для проведения численного анализа в качестве исходных данных выберем емкость буферного накопителя $B = 50$, значение эталонной длины очереди $Q_{\text{ref}} = 25$, значения порогов $L = 20$ и $H = 30$. Заметим, что при данных значениях мощность множества состояний СМО и, следовательно, размерность системы уравнений равновесия, равна 160. Подберём значения интенсивностей предложенной нагрузки такими, чтобы вероятность $P(Y)$ достигла максимального значения. В рассматриваемом нами примере при значениях интенсивностей $\lambda_0 = 1.95$, $\lambda_1 = 1.2$, $\lambda_2 = 0.47$, $\lambda_3 = 0.43$, $\lambda_4 = 0$ и интенсивности обслуживания $\mu = 1$ эта вероятность достигает значения $P(Y) = 0,68$. Стационарные вероятности пребывания системы в подмножествах множества состояний марковского процесса $X(t)$ показаны на рис. 6.

На рис. 7 показаны рассчитанные для данного численного примера зависимости средней длины очереди, среднеквадратического отклонения (СКО) длины очереди и вероятности $P(Y)$ отклонения длины очереди от эталонного значения в пределах $L \leqslant q \leqslant H$ в зависимости от нагрузки на систему ρ в диапазоне, включающем перегрузки системы $\rho \in [0, 2]$.

Из графиков на рис. 7 видно, что с увеличением нагрузки и переходе системы в режим перегрузки $\rho > 1$ средняя длина очереди стремится к заданному эталонному значению длины очереди $Q_{\text{ref}} = 25$, а вероятность отклонения длины очереди от эталонного значения в пределах порогов от $L = 20$ до $H = 30$ с началом перегрузки также достигает максимального значения $P(Y) = 0,68$.

5. Заключение

В статье построена математическая модель системы передачи данных с активным управлением очередью. Модель построена с целью исследования возможности применения гистерезисной политики при активном управлении очередью и качественного анализа ее вероятностно-временных характеристик.

Результаты численного анализа показывают адекватность построенной математической модели с гистерезисным управлением нагрузкой системы с активным управлением очередью на базе нечёткого регулятора.

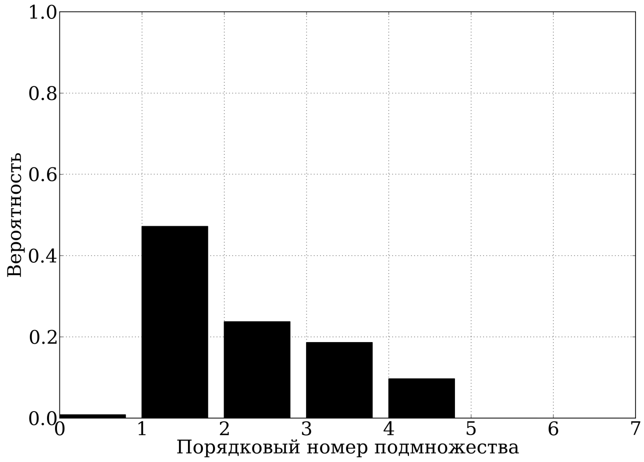

Рис. 6. Вероятности пребывания СМО в подмножествах $X_{0,0},\ X_{0,1}, X_{1,1}, X_{1,2}, X_{2,2}, X_{2,3}, X_{3,3}, X_{4,4}$

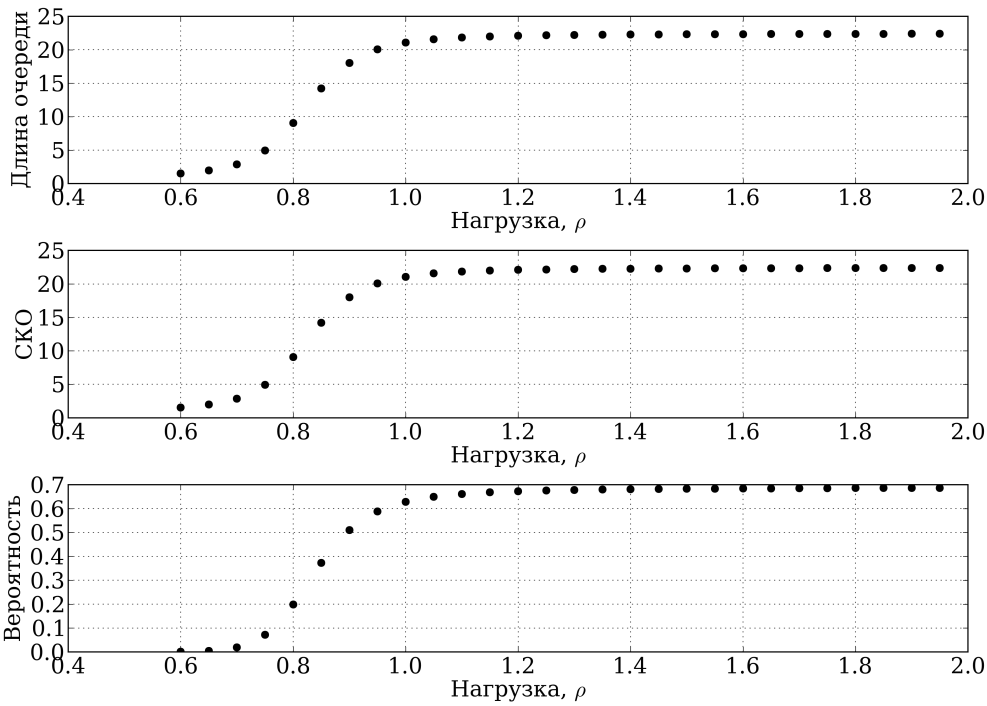

Рис. 7. Средняя длина очереди, среднеквадратическое отклонение длины очереди и вероятность отклонения длины очереди от эталонного значения

Литература

1. *Fengyuan R., Yong R., Xiuming S.* Design of Fuzzy Logic Controller for Active Queue Management // Computer Communications. — 2002. — No 25. — Pp. 874–883.
2. *Chrysostomou C., Pitsillides A., Sekercioglu Y. A.* Fuzzy Explicit Marking: a Unified Congestion Controller for Best-Effort and Diff-Serv Networks // Computer Networks. — 2009. — No 53. — Pp. 650–667.
3. *Пегат А.* Нечёткое моделирование и управление / пер. с англ. — М.: Бином. Лаборатория знаний, 2009. — 798 с. [Piegat A. Fuzzy Modeling and Control. — Moscow: Binom. Laboratory of knowledge, 2009. — 798 p.]
4. *Деарт В. Ю., Масленников А. Г.* Исследование влияния параметров канала передачи данных на процедуры управления очередью // T-Comm. — 2012. — № 7. — С. 77–81. [Deart V., Maslennikov A. Investigation of Influence of Data Transmission Link Parameters on Queue Management Procedures // T-Comm. — 2012. — No 7. — P. 77–81.]
5. *Абаев П. О., Гайдамака Ю. В., Самуйлов К. Е.* Гистерезисное управление сигнальной нагрузкой в сети SIP-серверов // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». — 2011. — № 4. — С. 54–71. [Abaev P.O., Gaidamaka Yu.V., Samouylov K.E. Signaling Load Hysteretic Control in the SIP-servers Network // Bulletin of Peoples' Friendship University of Russia. Series "Mathematics. Informatics. Physics". — 2011. — No 4. — P. 54–71.]
6. *Gaidamaka Y. V.* Model with Threshold Control for Analyzing a Server with an SIP Protocol in the Overload Mode // Automatic Control and Computer Sciences. — 2013. — Vol. 47, No 4. — Pp. 211–218.

UDC 621.39

On a Queuing System with an Active Queue Management

Yu. V. Gaidamaka*, **A. G. Maslennikov**†

* *Telecommunication Systems Department*
Peoples' Friendship University of Russia
Miklukho-Maklaya str., 6, Moscow, 117198, Russia

† *Representative office of Aastra Europe AG*
Obrucheva str., 23,bld. 3, Moscow, 117630, Russia

We consider a data transfer system with an active queue management designed to prevent overloading, where fuzzy logic controller is used. We developed a mathematical model that takes into account the features of the data transfer system with an active queue management, which keeps the queue length in the range of values close to a given reference value of the queue length. The method of hysteretic control for incoming load with two thresholds was used as a basis of the model. The mathematical model is a queuing system with a threshold control, which is designed for the analysis of the possibility of hysteresis in modeling of systems with active queue management. The model was described by a Markov process, for which the numerical solution of the equilibrium equations was obtained, steady state probabilities were calculated. The main probabilistic measures are the following: the mean value and the standard deviation of a queue length, and the probability for the queue length of being within the specified limits from the reference value. The numerical analysis in the load range, which includes a system overload, indicated the adequacy of the constructed mathematical model with hysteretic control and system with an active queue management based on fuzzy logic controller.

Key words and phrases: queuing system, active queue management, hysteretic control, Markov process, system of equilibrium equations, average queue length.