

Метод спектрального анализа

А. А. Любомудров

*Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Каширское шоссе, д. 31, 115409, Москва, Россия*

Был улучшен известный метод спектрального анализа. Улучшение было сделано с помощью вспомогательного синус-сигнала.

Ключевые слова: спектральный анализ, метод, улучшение, вспомогательный синус-сигнал.

Разработка методов и средств обработки сигнальной информации является одним из важных направлений в области вычислительной техники.

Известен метод спектрального анализа сигналов, основанный на формуле:

$$\Phi(t, \omega, \varphi) = \left| \int_0^t F(\tau) \cdot \sin(\omega\tau + \varphi) d\tau \right|, \quad (1)$$

где $F(\tau)$ — исследуемый сигнал, $\sin(\omega\tau + \varphi)$ — сканирующий синусоидальный сигнал с циклической частотой ω и начальной фазой φ , которая (начальная фаза) подлжит подбору [1].

Недостатком метода спектрального анализа, основанного на формуле (1), является необходимость подбора величины начальной фазы. Предлагается усовершенствование метода спектрального анализа. Усовершенствование достигается за счет исключения подбора величины начальной фазы φ .

Рассмотрим принцип фиксации синусоидальных составляющих вида $A \cdot \sin(\omega\tau)$ в исследуемом сигнале $F(\tau)$ с использованием формулы (1), где A — амплитуда синусоидальной составляющей. Если исследуемый сигнал $F(\tau)$ состоит из одной синусоидальной составляющей, т.е. $F(\tau) = A \cdot \sin(\omega\tau)$, то получаем

$$\begin{aligned} \Phi(t, \omega, \varphi) &= \left| \int_0^t A \cdot \sin(\omega\tau) \cdot \sin(\omega\tau + \varphi) d\tau \right| = \\ &= \left| \frac{A}{\omega} \cdot \left[\frac{\omega\tau}{2} \cdot \cos(\varphi) - \frac{1}{4} \cdot \sin(2\omega\tau + \varphi) \right]_0^{\omega \cdot t} \right| = \\ &= \left| \frac{A}{\omega} \cdot \left[\frac{\omega t}{2} \cdot \cos(\varphi) + \frac{1}{2} \cdot \sin(\omega t) \cdot \cos(\omega t + \varphi) \right] \right| = \\ &= \left| \frac{At}{2} \cdot \cos(\varphi) + \frac{A}{2\omega} \cdot \sin(\omega t) \cdot \cos(\omega t + \varphi) \right| \quad (2) \end{aligned}$$

Формула (2) отражает формирование спектрального пика на частоте ω . Спектральный пик на частоте ω линейно увеличивается во времени за счет первой составляющей $(At \cos \varphi)/2$, пульсируя во времени за счет второй составляющей $\frac{A}{2\omega} \cdot \sin(\omega t) \cdot \cos(\omega t + \varphi)$.

Из формулы (2) также следует, что при значениях начальной фазы φ в сканирующем синусоидальном сигнале $\sin(\omega\tau + \varphi)$, близких к $\pm \frac{\pi}{2}$, синусоидальная составляющая в исходном сигнале $F(\tau)$ может быть не зафиксирована. Это обусловлено тем, что при значениях начальной фазы φ , близких к $\pm \frac{\pi}{2}$, т.е. при $\varphi \approx \pm \frac{\pi}{2}$, $\cos \varphi \approx 0$.

Одним из подходов, позволяющих обеспечить уверенную фиксацию синусоидальных составляющих в сигнале $F(\tau)$ независимо от величины начальной фазы

φ в сканирующем синусоидальном сигнале, является введение дополнительного сканирующего синусоидального сигнала $\sin(\omega\tau + \varphi + \Delta)$. При этом подходе запись спектра $\Phi(t, \omega, \varphi)$ принимает следующий вид

$$\Phi(t, \omega, \varphi) = \left| \int_0^t F(\tau) \cdot \sin(\omega\tau + \varphi) d\tau \right| + \left| \int_0^t F(\tau) \cdot \sin(\omega\tau + \varphi + \Delta) d\tau \right|. \quad (3)$$

Фиксация синусоидальной составляющей вида $A \sin(\omega\tau)$ в исследуемом сигнале $F(\tau)$ при использовании формулы (3) осуществляется следующим образом:

$$\begin{aligned} \Phi(t, \omega, \varphi) &= \left| \int_0^t A \cdot \sin(\omega\tau) \cdot \sin(\omega\tau + \varphi) d\tau \right| + \\ &+ \left| \int_0^t A \cdot \sin(\omega\tau) \cdot \sin(\omega\tau + \varphi + \Delta) d\tau \right| = \\ &= \left| \frac{At}{2} \cdot \cos(\varphi) + \frac{A}{2\omega} \cdot \sin(\omega t) \cdot \cos(\omega t + \varphi) \right| + \\ &+ \left| \frac{At}{2} \cdot \cos(\varphi + \Delta) + \frac{A}{2\omega} \cdot \sin(\omega\tau) \cdot \cos(\omega\tau + \varphi + \Delta) \right| \approx \\ &\approx \frac{At}{2} \cdot (|\cos(\varphi)| + |\cos(\varphi + \Delta)|). \quad (4) \end{aligned}$$

Из (4) следует, что уверенная фиксация синусоидальной составляющей $A \sin(\omega\tau)$ в сигнале $F(\tau)$ при произвольном значении начальной фазы φ , где $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$, осуществляется при $\Delta = \pm \frac{\pi}{2}$. Это обусловлено тем, что при $\Delta = \pm \frac{\pi}{2}$ выражение (4), отражающее формирование спектрального пика на частоте ω , принимает вид

$$\Phi(t, \omega, \varphi) \approx \frac{At}{2} \cdot (|\cos \varphi| + |\sin \varphi|) \quad (5)$$

В выражении (5) величина $|\cos \varphi| + |\sin \varphi|$ заключена в диапазоне $1 \div 1,41$. Это и позволяет фиксировать синусоидальные составляющие вида $A \times \sin(\omega \times \tau)$ в исследуемом сигнале $F(\tau)$ при произвольной величине начальной фазы φ в сканирующих синусоидальных сигналах.

Из выражения (5) следует, что при $\Delta = \pm \frac{\pi}{2}$ формулу (3) возможно использовать как для фиксации наличия синусоидальных составляющих в сигнале, так и для измерения амплитуды A этих составляющих. Это обусловлено тем, что величина A синусоидальной составляющей на частоте ω , согласно формуле (5), пропорциональна величине спектрального пика на этой частоте. В силу того, что величина $|\cos \varphi| + |\sin \varphi|$ заключена в диапазоне $1 \div 1,41$, измерение амплитуды A с использованием формулы (3) осуществляется с относительной погрешностью $\delta \approx 21\%$, что достаточно для многих практических приложений.

Моделирование подтвердило возможность исключения подбора начальной фазы φ в методе спектрального анализа, основанного на формуле (1), за счёт введения второго сканирующего синусоидального сигнала в соответствии с формулой (2).

Литература

1. Харкевич А. А. Спектры и анализ. — М.: Изд-во физ-мат. литер., 1962.

[*Kharkevich A. A. Spektrih i analiz. — M.: Izd-vo fiz-mat. liter., 1962.*]

UDC 53.082

Spectrum Analysis Method

A. A. Lyubomudrov

*National Research Nuclear University "MEPhI"
31, Kashirskaya str., 115409, Moscow, Russia*

The known spectrum analysis method was improved. The improvement was done by using the auxiliary sine signal.

Key words and phrases: spectrum analysis, method, improvement, auxiliary sine signal.