УДК 531.395

Физика неинерциальных систем отсчёта и квантовая механика

Т. Ф. Камалов

Кафедра физики
Московский государственный открытый университет
ул. Павла Корчагина, д. 22, г. Москва, 107996, Россия

Представленная модель с высшими производными координат по времени основывается на обобщении классических законов Ньютона на специальный класс произвольных систем отсчёта (как инерциальных, так и неинерциальных) с уравнениями динамики, описываемыми дифференциальными уравнениями с высшими производными. Высшие производные могут дополнять классическое и квантовое описание физической реальности как нелокальные скрытые параметры.

Ключевые слова: нелокальные скрытые параметры, высшие производные координаты по времени, формализм Остроградского, обобщённая динамика Ньютона, расширенная динамика.

1. Введение

Обсуждается методическое изложение законов Ньютона, расширенное на такой класс произвольных систем отсчёта, в которых инвариантом является высшая производная координаты по времени. В частности, для наблюдателя в равноускоренной системе отсчёта (инвариантом системы отсчёта является вторая производная, т.е. ускорение) свободное от внешних сил тело сохраняет своё ускорение, а динамика любого тела в такой системе отсчёта (с силой, зависящей от координаты и скорости) описывается дифференциальным уравнением четвёртого порядка. Предлагаются преобразования перехода от одной системы отсчёта (с инвариантом системы отсчёта в виде высшей производной) к произвольной системе отсчёта (включая случай инварианта системы отсчёта другого порядка). Обобщая законы Ньютона на более широкий класс задач классической динамики, такой подход даёт более подробное описание для расширенного класса систем отсчёта не только классических задач, но и предлагает перспективы для плавного квазиклассического перехода к квантовой механике.

Классическая механика Ньютона представляет собой наиболее удобный и простой способ описания динамики механических систем, который вместо общих описаний с помощью дифференциальных уравнений высшего порядка путём выбора специального класса систем отсчёта (из всего возможного разнообразия произвольных систем отсчёта выбираются инерциальные системы отсчёта) позволяет перейти к дифференциальным уравнениям второго порядка.

Для выполнения законов Ньютона в неинерциальных системах отсчёта, не входящих в указанный класс инерциальных систем отсчёта, например, в равноускоренных системах отсчёта, необходимо искусственное введение фиктивных сил, называемых силами инерции. Обобщённая динамика тел в произвольных системах отсчёта (инерциальных, равноускоренных или не равноускоренных, со сложным переменным ускорением) может быть рассмотрена с помощью дифференциальных уравнений с высшими производными координаты тела по времени. Если при этом высшие производные оказываются равными нулю, а это так для инерциальных систем отсчёта или для равноускоренных систем отсчёта с фиктивными силами инерции, то такое общее описание переходит в классическую механику Ньютона.

Статья поступила в редакцию 19 февраля 2009 г.

Реальное пространство–время практически всегда неинерциально, так как всегда существуют малые поля, волны или силы, возмущающие идеальную инерциальную систему отсчёта. Этот же вывод следует из одного из общих определений принципа Маха [1]: «Локальные физические законы определяются крупномасштабной структурой вселенной». В пользу неинерциальности реального пространства–времени говорит и то, что по данным наблюдательной астрономии, расширение Вселенной происходит с ускорением. Иными словами, любая реальная система отсчёта практически является неинерциальной, а физическая реальность с наблюдателем, находящимся в неинерциальной системе отсчёта, может описываться дифференциальным уравнением с производными от координат по времени порядка выше второго.

В физике Аристотеля считалось, что скорость пропорциональна приложенной силе, поэтому динамика тела описывается дифференциальным уравнением первого порядка. В физике Ньютона динамика тела в инерциальных системах отсчёта описывается дифференциальным уравнением второго порядка — ускорение пропорционально силе [2]. Этому случаю инерциальных систем отсчёта с преобразованиями Лоренца соответствует функция Лагранжа, зависящая от координат и их первых производных (скоростей), и следующее из принципа наименьшего действия уравнение Эйлера–Лагранжа. Приложенные к телу силы, выражающиеся через производные от функции Лагранжа, также должны в этом случае зависеть от координаты и скорости.

В равноускоренной системе отсчёта функция Лагранжа(а значит и сила) должна зависеть ещё и от ускорения. Поэтому законы Ньютона не применимы в такой системе отсчёта, а для применимости второго закона Ньютона в этом случае необходимо добавить фиктивные силы инерции.

Например, для наблюдателя, находящегося в равноускоренной ракете, астероиды будут сохранять своё ускорение даже при отсутствии внешних сил. В этом случае ускорение наблюдателя является инвариантом системы отсчёта, а астероид сохраняет своё ускорение, равное инварианту системы отсчёта со знаком минус. Тогда будем говорить, что кинематическое состояние астероида определяет ускорение. Кинематическое состояние астероида в этом случае постоянно в отсутствии приложенных к астероиду внешних сил. При наличии таких сил кинематическое состояние астероида будет меняться, т.е изменяется его ускорение, и динамика астероида с внешними силами, зависящими от координаты, скорости и ускорения, должна описываться дифференциальным уравнением с производными от ускорения.

Так же как и в вышеописанном случае, законы Ньютона видоизменяются в микромире. Но в этом случае не используют фиктивные силы, а вводят средние значения наблюдаемых физических величин, которые в микромире дают приближенный аналог второго закона Ньютона — это так называемая «вторая теорема Эренфеста». Уравнение Эренфеста даёт среднее, а не точное соотношение между второй производной от координаты по времени и силой.

Итак, предлагаемой модели динамики с высшими производными координат по времени рассматривается классическая и квантовая теории с дополнительными переменными в виде высших производных координат по времени, при этом динамика тел описывается дифференциальными переменными высшего порядка. В такой модели необходимо рассматривать функцию Лагранжа (и силу, приложенную к телу), зависящую не только от координат и их первых производных, но ещё и от высших производных от координат по времени. Классическая динамика движения пробных частиц с высшими производными координат по времени впервые была описана в 1850 г. М. Остроградским [3] и известна как «Формализм Остроградского». Будучи математиком, М. Остроградский рассматривал не системы отсчёта, а системы координат. Этому случаю как раз и соответствует реальная система отсчёта, включающая в себя не только инерциальные, но и неинерциальные системы отсчёта. Лагранжиан в таком общем случае имеет вид:

$$L = L(q, \dot{q}, \ddot{q}, ..., \dot{q}^{(n)}, ...).$$

2. Обобщённая динамика Ньютона для наблюдателя в неинерциальной системе отсчёта с инвариантом в виде высшей производной координаты по времени

Рассмотрим подробнее точное описание динамики движения тел с учётом произвольных систем отсчёта. Для описания расширенной модели динамики тел в произвольной системе координат (это соответствует случаю любой системы отсчёта) будем различать понятия кинематического состояния тела и кинематического инварианта произвольной системы отсчёта.

Определение. Кинематическое состояние тела определено, если n производная её координаты по времени конечна и равна со знаком минус инварианту произвольной системы отсчёта: $\dfrac{\mathrm{d}^n q}{\mathrm{d}t^n} = \dot{q}^{(n)} = \mathrm{const}$.

Заметим, что система отсчёта, совершающая гармонические колебания относительно инерциальной системы отсчёта, не обладает определёнными кинематическим инвариантом.

Рассматривая частицы в любых системах отсчёта, мы предлагаем два постулата.

Постулат 1. Практически любая реальная система отсчёта является неинерциальной, поэтому в произвольной системе отсчёта в отсутствии взаимодействия с другими телами любая частица сохраняет своё состояние движения с неизменным кинематическим состоянием, определяемым инвариантом системы отсчёта.

В частности, для наблюдателя в равноускоренной системе отсчёта, когда инвариантом системы отсчёта является вторая производная, т.е. ускорение, свободное от сил тело сохраняет своё ускорение.

В расширенной модели динамики преобразование от одной произвольной системы отсчёта к другой будем задавать так:

$$q' = q_0 + \dot{q}t + \frac{1}{2!}\ddot{q}t^2 + ... + \frac{1}{n!}\dot{q}^{(n)}t^n, \quad t' = t.$$

Постулат 2. Если кинематический инвариант системы отсчёта — это производная n порядка координаты тела по времени, то динамика тела под действием силы F описывается дифференциальным уравнением $2n$ порядка.

$$\alpha_{2n}\dot{q}^{(2n)} + ... + \alpha_2\ddot{q} + \alpha_1\dot{q} + \alpha_0 q = F(t, q, \dot{q}, \ddot{q}, ..., \dot{q}^{(n)}).$$

Здесь α_n — некоторые константы.

Это значит, что если функция Лагранжа (и сила) зависит от производной координаты по времени n порядка, то при варьировании, применив принцип наименьшего действия, мы получим порядок $2n$. Иными словами, динамика тела в системе отсчёта с инвариантом системы отсчёта n порядка описывается дифференциальным уравнением $2n$ порядка:

$$\delta S = \delta \int L(\dot{q}', q')\mathrm{d}t = \int \sum_{n=0}^{N} (-1)^n \frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}t^n} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^{(n)}} \delta \dot{q}^{(n)} \mathrm{d}t = 0.$$

Тогда уравнение, описывающее динамику тела в системе координат с n-инвариантом, является дифференциальным уравнением $2n$ порядка. Нечётные производные соответствуют трению или излучению (потерям). Для случая отсутствия потерь необходимо оставить лишь чётные производные. Случай, когда присутствуют силы трения или излучение, соответствует дифференциальному уравнению с нечётными производными. Случаю с чётными производными соответствует обратимость времени.

Если обобщать закон Галилея на случай произвольных систем отсчёта, то инвариантность законов динамики в этом случае должна означать, что в любой системе отсчёта с инвариантом n порядка динамика частицы описывается дифференциальным уравнением $2n$ порядка. Например, динамика тела с внешней силой, зависящей от координаты, скорости и ускорения, описывается дифференциальным уравнением четвёртого порядка.

Разлагая в ряд Тейлора функцию $q = q(t)$, получим

$$q = q_0 + \dot{q}t + \frac{1}{2!}\ddot{q}t^2 + ... + \frac{1}{n!}\dot{q}^{(n)}t^n + ...$$

В инерциальных системах отсчёта координата частицы, движущейся с постоянным ускорением a, выражается кинематической формулой $q = q_0 + vt + \dfrac{1}{2}at^2$.

Преобразования Лоренца содержат первую производную координаты по времени: $q_N = q(t, q, \dot{q})$. Можно обозначить разность в инерциальной и произвольной системе отсчёта следующим образом: $q(t, q, \dot{q}, \ddot{q}, ..., \dot{q}^{(n)}, ...) - q_N(t, q, \dot{q}) = \Delta q$. Аналогично для импульса: $p(t, q, \dot{q}, \ddot{q}, ..., \dot{q}^{(n)}, ...) - p_N(t, q, \dot{q}) = \Delta p$.

В нашем случае ошибка описания двух моделей равна разности описания пробных частиц в модели расширенной динамики с Лагранжианом $L(q, \dot{q}, \ddot{q}, ..., \dot{q}^{(n)}, ...)$ и динамики Ньютона в инерциальных системах отсчёта с Лагранжианом $L(q, \dot{q})$

$$\int [L(q, \dot{q}, \ddot{q}, ..., \dot{q}^{(n)}, ...) - L(q, \dot{q})]\mathrm{d}t = h,$$

где h — ошибка описания двух моделей. Или для функции действия:

$$S(q, \dot{q}, ...\dot{q}^{(n)}, ...) - S(q, \dot{q}) = h.$$

В классической механике в инерциальных системах отсчёта функция Лагранжа зависит только от координат и их первых производных. В расширенной модели в реальной системе отсчёта функция Лагранжа зависит не только от координат и их первых производных по времени, но и от высших производных. Применив принцип наименьшего действия [4], получим обобщённое уравнение Эйлера–Лагранжа:

$$\sum_{n=0}^{N}(-1)^n \frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}t^n}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^{(n)}} = 0,$$

или

$$\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} + \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\frac{\partial L}{\partial \ddot{q}} - ... + (-1)^N \frac{\mathrm{d}^N}{\mathrm{d}t^N}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^{(N)}} = 0.$$

В частном случае функция Лагранжа будет выражаться через квадратичные функции от координат и их высших производных по времени

$$L = -kq^2 + k_1\dot{q}^2 - k_2\ddot{q}^2 + ... + k_\alpha \dot{q}^{(\alpha)2} = \sum_{\alpha=0}^{\infty}(-1)^\alpha k_\alpha \dot{q}^{(\alpha)2}.$$

Энергию в равноускоренной системе отсчёта можно записать в виде

$$E = \beta_0 q^2 + \beta_1 \dot{q}^2 + \beta_2 \ddot{q}^2.$$

Обозначая через Q энергию ускорений Аппеля [5], а через β_n — постоянные коэффициенты, получим для кинетической энергии и потенциальной энергии:

$$E = V + W + Q, \quad V = \beta_0 r^2, \quad W = \beta_1 \dot{r}^2, \quad Q = \beta_2 \ddot{r}^2. \tag{1}$$

В нашем случае обобщённое уравнение Якоби–Гамильтона для функции действия примет вид

$$-\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{(\nabla S)^2}{2m} + V + Q. \tag{2}$$

Последнее слагаемое в (2) является так называемой «энергией ускорений Аппеля» [5]. Дополним уравнение (1) уравнением непрерывности [6]. В первом приближении считаем, что $Q \approx \beta_3 \frac{\nabla^2 S}{m^2}$. Тогда в первом приближении для функции $\psi = e^{\frac{i}{\hbar}S}$ получим уравнение Шрёдингера

$$i\hbar\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + V\psi.$$

3. Вывод

Нашему случаю соответствует Лагранжиан $L(q, \dot{q}, \ddot{q}, ..., \dot{q}^{(n)}, ...)$, зависящий не только от координат и скоростей, но и от высших производных координат по времени, которые будем называть дополнительными переменными, добавочными слагаемыми или скрытыми переменными. Добавочные слагаемые в виде высших производных от координат по времени, имеющие нелокальный характер, дополняют в нашем случае как классическую, так и квантовую физику. Их будем называть скрытыми параметрами, дополняющими описание частиц. Заметим, что в нашем случае такими нелокальными скрытыми параметрами можно дополнять квантовое описание, причём теорема фон Неймана о скрытых параметрах здесь неуместна, так как она не распространяется на случай неинерциальных систем отсчёта. Сравнивая обобщённое уравнение Якоби–Гамильтона

$$-\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{(\nabla S)^2}{2m} + V + Q,$$

где Q — добавочные переменные с высшими производными, с квантовым потенциалом Бома, можно сделать вывод о том, что пренебрежение высшими производными от координат по времени ведёт к неполному описанию физической реальности. Производная от Q по координате определяет квантовую силу. В нашей модели — это сила инерции. Природа нелокальности волновой функции микрообъекта в этом случае может описываться флуктуациями систем отсчёта. Для такого случая Гильбертово пространство отражает совокупность неинерциальных систем отсчёта и имеет инерционно-гравитационную природу. Инерционно-гравитационная природа квантовых эффектов выражается в этой модели зависимостью вероятности нахождения микрочастицы (и волновой функции) от неинерциальности системы отсчёта с высшими производными координат по времени. Это значит, что волновая функция микрочастицы описывает в нашей модели инерционно-гравитационные свойства пространства, а микрочастица может приобретать квантовые свойства, описываемые волновой функцией, если рассматривать микрообъект как классическую пробную частицу. По аналогии с теорией «волна–пилот» де-Бройля волной де-Бройля в нашем случае является волновая функция, имеющая инерционно-гравитационную природу, которая выражает зависимость волновой функции от нелокальных скрытых параметров в виде высших производных координат по времени.

Для полноты описания физической реальности необходимо рассматривать дифференциальные уравнения выше второго порядка, а неопределённость положения исследуемой частицы в этом случае можно отнести к флуктуациям тела отсчёта и связанной с ним произвольной системой отсчёта. Тогда дифференциальное уравнение, описывающее такой случай, будет выше второго порядка. В этом случае неопределённость частицы объясняется неполнотой описания реальности и отсутствием в этом случае полного описания с дополнительными переменными в виде высших производных от координат по времени.

Современная физика предполагает использование преимущественно инерциальных систем отсчёта. Однако такую идеальную систему отсчёта получить очень трудно — всегда присутствуют внешние посторонние влияния, например, в виде гравитационных сил, полей или волн. В этом случае принцип относительности позволяет перейти от гравитационных сил или волн к силам инерции. Например, если рассмотреть корабль с двумя наблюдателями в разных каютах, то можно увидеть, что это неидеальная система отсчёта, а силы инерции (или фиктивные силы), зависящие от высших производных, здесь могут играть роль нелокальных скрытых параметров. В этом случае наложение двух распределений, полученных наблюдателями, дадут коэффициент корреляции, отличный от нуля, хотя каждое из двух наблюдений, казалось бы, носит случайный характер. Если не знать, что система отсчёта неинерциальная и существуют нелокальные скрытые параметры, то не понятен нелокальный корреляционный характер, казалось бы, независимых наблюдений. Этот пример может иллюстрировать не только интерференцию микрообъектов, но и демонстрировать нелокальность квантовых корреляций при рассмотрении эффекта запутанности (entanglement) [7–9].

Литература

1. *Mach E.* Die Mechanik in Ihrer Entwickelung: Historisch-Kritisch Dargestellt, 3rd revised & enlarged edition F. A. Brockhaus. — Leipzig, 1897 [First published 1883].
2. *Newton I.* Philosophiae Naturalis Principia Mathematica. — London, 1687. — 220 p.
3. *Ostrogradskii M. V.* Memoire Sur les Equations Differentielles Relatives Aux Problemes des Isoperim‘etres // Memoires de l’Academie Imperiale des Sciences de Saint-Peterbourg. — 1850. — Vol. 6. — P. 385.
4. *Lagrange J. I.* Mecanique Analitique. — De Saint, 1788. — 131 p.
5. *Appel P.* Traite’ de Me’caique Rationelle. — Paris: Gauthier-Villars, 1953.
6. *Bohm D.* A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of "Hidden" Variables I // Physical Review. — 1952. — Vol. 85. — P. 166.
7. *Kamalov T. F.* Hidden Variables and the Nature of Quantum Statistics // Journal of Russian Laser Research. — 2001. — Vol. 22, No 5. — Pp. 475–479.
8. *Kamalov T. F.* A model of Extended Mechanics and non-local hidden variables for Quantum Theory // Journal of Russian Laser Research. — 2009. — Vol. 30, No 5. — Pp. 466–471.
9. *Kamalov T. F.* How to Complete the Quantum-Mechanical Description? // Quantum Theory: Reconsideration of Foundation-2. — Sweden: Vaxjo University Press, 2003. — Pp. 315–322.

UDC 531.395

Physics of Non-Inertial Reference Frames and Quantum Mechanics

T. F. Kamalov

Physics Department, Applied Mathematics Faculty
Moscow State Open University
P. Korchagina str., 22, Moscow, 107996, Russia

The present model with higher time derivatives of coordinates is based on generalization of Newton’s classical laws onto special class of arbitrary reference frames (both inertial and non-inertial ones) with body dynamics being described by higher order differential equations. Higher order derivatives could complement classical and quantum descriptions of physical reality as non-local hidden variables.

Key words and phrases: non-local hidden variables, higher order time derivatives of coordinates, Ostrogradskii’s formalism, extended dynamics.