

# Математическое моделирование

УДК 621.39

## Прохождение электромагнитной волны через субволновые дифракционные структуры

А. А. Хохлов

*Кафедра систем телекоммуникаций  
Российский университет дружбы народов  
ул. Миклуто-Маклая, д. 6, Москва, Россия, 117198*

Решается задача прохождения плоской монохроматической линейно поляризованной электромагнитной волны оптического диапазона через кусочно-однородную непоглощающую диэлектрическую структуру (дифракционную решётку), характерные размеры неоднородностей которой сравнимы с длиной волны оптического излучения либо меньше неё. Решение приводится для поляризованной падающей волны в случае плоской дифракции. Также рассмотрена коническая дифракция и решётки из оптически анизотропных материалов.

**Ключевые слова:** дифракционная решётка, плоская дифракция, коническая дифракция, метод связанных волн, уравнение Гельмгольца, гипотеза Релея.

### 1. Введение

В настоящее время актуальна задача моделирования взаимодействия света с периодическими структурами, характерные размеры (период, толщина, высота) которых сравнимы с длиной волны оптического диапазона (300–800 нм) или меньше неё. Среди таких структур можно выделить дифракционные решётки различного вида и типа [1] и структуры более общего типа, периодические в одном, двух или трёх направлениях — фотонные кристаллы [2–5]. Примерами современных устройств, в основе которых лежат периодические структуры, являются отражатели Брэгга [6], зеркала Беркли [7], матрицы для современных 3D дисплеев и другие [8].

### 2. Применяемые математические модели

Математический аппарат моделирования взаимодействия электромагнитных волн с периодическими структурами построен на решении уравнений Максвелла при условии периодичности параметров среды, описываемых тензорами диэлектрической и магнитной проницаемости. Будем считать, что нелинейные оптические эффекты и оптическая активность среды отсутствуют. Такие предположения соответствуют большому количеству реальных задач.

При решении дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами обычно используют теорию Флоке–Блоха [6, 9]. Для представления рассеянного структурой электромагнитного поля в однородных областях пространства используется гипотеза Релея и её модификации [10–13], это позволяет записать общее решение уравнений Максвелла в однородной среде в виде линейной комбинации волн, например, плоских.

Тензоры эффективной диэлектрической и магнитной проницаемости моделируемой периодической структуры вследствие трансляционной симметрии в общем случае являются периодическими функциями своих координат [6]. Можно записать:

$$\hat{\varepsilon}(\vec{x}) = \hat{\varepsilon}(\vec{x} + \vec{d}), \quad \hat{\mu}(\vec{x}) = \hat{\mu}(\vec{x} + \vec{d}), \quad d = \{d_x, d_y, d_z\}, \quad (1)$$

где  $d_x, d_y, d_z$  — периоды среды в соответствующих направлениях, то есть расстояния вдоль координатных осей, при сдвиге на которые среда сохраняет свои свойства. Также среда инвариантна относительно любого целого числа таких сдвигов:

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}(x, y, z) &= \hat{\varepsilon}(x + md_x, y + nd_y, z + ld_z), \quad m, n, l \in \mathbb{Z}, \\ \hat{\mu}(x, y, z) &= \hat{\mu}(x + md_x, y + nd_y, z + ld_z), \quad m, n, l \in \mathbb{Z}.\end{aligned}\quad (2)$$

Таким образом, если в уравнения Максвелла (например, в Гауссовой системе единиц в отсутствие сторонних токов и зарядов для изотропных немагнитных сред с учётом уравнений материальной связи) для монохроматического поля [14, 15]

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{x}) = ik_0 \varepsilon(\vec{x}) \vec{E}(\vec{x}), \\ \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{x}) = -ik_0 \vec{H}(\vec{x}), \end{cases} \quad k_0 = \omega/c \quad (3)$$

вместо  $\varepsilon(\vec{x})$  подставить  $\varepsilon(\vec{x} + m\vec{d})$ ,  $m \in \mathbb{Z}^3$ , уравнения должны оставаться неизменными. Согласно теореме Флоке–Блоха [6], решение в таком случае можно записать в виде:

$$\vec{E} = \vec{E}_{K_n}(\vec{x}) e^{-i\vec{K}_n \vec{x}}; \quad \vec{H} = \vec{H}_{K_n}(\vec{x}) e^{-i\vec{K}_n \vec{x}}, \quad (4)$$

$\vec{E}_{K_n}(\vec{x})$  и  $\vec{H}_{K_n}(\vec{x})$  — периодические функции с периодом  $\vec{d}$ :

$$\begin{cases} \vec{E}_{K_n}(\vec{x}) = \vec{E}_{K_n}(\vec{x} + m\vec{d}), \\ \vec{H}_{K_n}(\vec{x}) = \vec{H}_{K_n}(\vec{x} + m\vec{d}), \end{cases} \quad m \in \mathbb{Z}^3, \quad (5)$$

где  $\vec{K}_n$  — волновой вектор Блоха [6].

Часто в реальных задачах периодическая структура освещается волной из однородной среды (например, из воздуха), в этой же среде в общем случае существует отражённое от структуры электромагнитное излучение и, если структура оптически прозрачна, также формируется прошедшее через неё электромагнитное излучение. Будем считать, что среда по другую сторону от структуры также однородна.

На рис. 1 пространство разделено на три области. В однородной области 1 присутствует падающее и отражённое электромагнитное поле. В однородной области 3 присутствует прошедшее электромагнитное поле, а в неоднородной области 2 (или, иначе говоря, в зоне модуляции) присутствует электромагнитное поле, которое согласно теории Флоке–Блоха можно описать формулами (4) и (5).

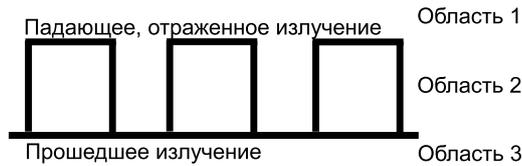


Рис. 1. Разделение пространства на области

Обычно в модельных задачах падающее на структуру электромагнитное поле имеет вид плоской волны определённой линейной поляризации. Для описания электромагнитного поля в двух областях 1 и 3 применяется разложение Релея [10, 16, 17], согласно которому поле в однородных областях можно представить в виде линейной комбинации плоских волн. Поле в области 1:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{incident} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n e^{-i\vec{K}_n \vec{x}} \quad (6)$$

Поле в области 3:

$$\vec{E}_1 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_n e^{-i\vec{K}_n \vec{x}} \quad (7)$$

Формулы (6) и (7) представляют собой функциональные ряды Фурье, а коэффициенты  $R_n$  и  $T_n$  соответствуют амплитудам отражённых и прошедших волн, иногда называемых дифракционными модами.

Для согласования полей на границах между областями 1 и 2, а также 2 и 3 используются условия равенства тангенциальных компонент напряжённостей электрического и магнитного полей на границе раздела в отсутствие сторонних токов и зарядов [15, 18]:

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}; H_{\tau 1} = H_{\tau 2} \quad (8)$$

Для периодической среды приравняемые компоненты полей записываются в виде бесконечных рядов.

Изначально гипотеза Релея была сформулирована только для полей в дальней зоне относительно зоны модуляции. Впоследствии она была дополнена предположением о сходимости функциональных рядов вида (7) к функциям, описывающим электромагнитное поле на границах с модулируемой областью. Её применимость в разных случаях и модификация для конечных наборов отражённых и прошедших волн (MRC, Modified Rayleigh Conjecture) была строго обоснована в серии работ А. Рамма [12, 13].

При решении задач взаимодействия электромагнитных волн с одномерными дифракционными решётками следует разделять два случая — случай «плоской» дифракции и случай «конической» дифракции. В первом случае волновой вектор падающей на решётку электромагнитной волны, а также волновые вектора наборов отражённых и прошедших волн лежат в одной плоскости, при этом сохраняется состояние поляризации волн. В случае конической дифракции волновые векторы наборов отражённых и прошедших мод лежат на поверхности конусов, при этом падающая волна одной поляризации порождает в общем случае отражённые и прошедшие волны, имеющие обе  $TE$  и  $TM$  компоненты. В данной статье эти случаи рассмотрены ниже отдельно.

Вычислив амплитудные коэффициенты Релея  $R_n$  и  $T_n$  из (6) и (7), которые иногда называются коэффициентами эффективности мод, можно вычислить энергетические коэффициенты отражения и пропускания каждой моды, а также всей структуры в целом.

### 3. Краткий обзор методов моделирования дифракции на субволновых структурах

Для решения задач моделирования взаимодействия электромагнитного поля с периодическими структурами было разработано несколько методов, которые можно условно разделить на приближенные и точные.

Среди приближенных методов можно отметить метод Релея, основанный на представлении электромагнитного поля в виде суперпозиции простых (например, плоских) волн не только в однородных областях пространства 1 и 3 (см. рисунок 2), но и в зоне модуляции. Метод имеет очень ограниченную по геометрическим характеристикам решётки область применения [16].

Часто используется метод, основанный на разностной схеме решения уравнений Максвелла [17, 19]. Этот метод имеет название FDTD (Finite Difference Time Domains). Существует большое количество его модификаций и реализаций в виде компьютерных программ.

Среди точных методов можно отметить основанные на разложении электромагнитного поля в ряды Фурье и преобразовании системы уравнений Максвелла в бесконечную систему дифференциальных уравнений для описания поля в зоне модуляции. Эти методы схожи между собой и приводят к аналогичным результатам. В их числе обычно выделяют классический модальный метод Фурье (FMM, Fourier Modal Method) [20] и точный метод связанных волн (RCWA,

Rigorous Coupled-Wave Analysis) [20–22]. Также существует класс интегральных методов [20] и класс методов, основанный на координатных преобразованиях [20].

В данной статье рассматривается классическая дифференциальная теория распространения электромагнитного поля в периодических структурах [1, 20, 23], по сути являющаяся базой для модального метода Фурье и точного метода связанных волн.

#### 4. Моделирование взаимодействия плоской электромагнитной волны с одномерной бинарной дифракционной решёткой

Рассмотрим задачу нахождения коэффициентов Релея отражения и пропускания для одномерной бинарной дифракционной решётки из изотропного немагнитного диэлектрика. Будем считать, что дифракция «плоская» — проекция волнового вектора падающей волны на плоскость решётки перпендикулярна «штрихам» решётки.

Электромагнитная волна падает под углом  $\theta$ , период решётки обозначен  $d$ . Рассматриваем три области — область 1 над решёткой, в ней присутствует падающая волна и набор отражённых волн, область 2 — полоса, содержащая решётку (зона модуляции), и область 3 — зона под решёткой, в ней присутствует набор прошедших волн (см. рис. 2). Будем считать, что в первой области диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_1 = 1$ , в зоне модуляции  $\varepsilon(x) = \varepsilon(x + md)$ ,  $m \in \mathbb{Z}$ . Рассматривается решётка из немагнитного материала,  $\mu(x) = 1$  повсюду.

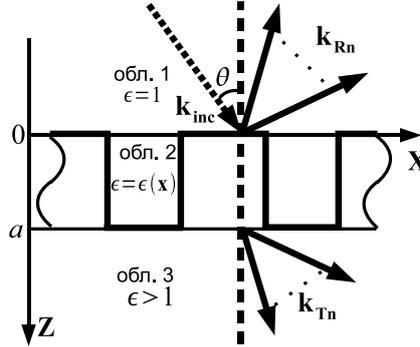


Рис. 2. Плоская дифракция

Запишем уравнения Максвелла (3) по координатам:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_y}{\partial z} &= ik_0 H_x; \quad \frac{\partial E_x}{\partial z} + ik_x E_z = -ik_0 H_y; \quad k_x E_y = k_0 H_z, \\ -\frac{\partial H_y}{\partial z} &= ik_0 \varepsilon(x) E_x; \quad \frac{\partial H_x}{\partial z} + ik_x H_z = ik_0 \varepsilon(x) E_y; \quad -k_x H_y = k_0 \varepsilon(x) E_z. \end{aligned} \quad (9)$$

Все компоненты напряжённости электрического поля можно выразить (с учётом геометрии задачи) через  $E_y(x, z)$ , а компоненты напряжённости магнитного поля через  $H_y(x, z)$ :

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{1}{ik_0 \varepsilon(x)} \frac{\partial H_y}{\partial z}; \quad H_x = \frac{1}{ik_0} \frac{\partial E_y}{\partial z}; \\ E_z &= \frac{1}{ik_0 \varepsilon(x)} \frac{\partial H_y}{\partial z}; \quad H_z = -\frac{1}{ik_0} \frac{\partial E_y}{\partial z}. \end{aligned} \quad (10)$$

$E_y(x, z)$  и  $H_y(x, z)$  удовлетворяют уравнениям:

$$\frac{1}{\varepsilon(x)} \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\varepsilon(x)} \frac{\partial H_y}{\partial x} \right) + k_0^2 \varepsilon(x) H_y = 0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + k_0^2 \varepsilon(x) E_y = 0. \quad (12)$$

В случае  $TM$  поляризации падающей, отражённых и прошедших волн, компоненты  $E_y = H_x = H_z = 0$ , а ненулевые компоненты  $H_y, E_x, E_z$ , а значит и уравнение (11), полностью описывают электромагнитное поле. Аналогично, уравнение (12) описывает электромагнитное поле для случая  $TE$  поляризации, тогда  $E_x = E_z = H_y = 0$ , а  $E_y \neq 0, H_x \neq 0, H_z \neq 0$ .

Рассмотрим алгоритм нахождения амплитудных коэффициентов Релея для случая падения  $TE$  поляризованной плоской монохроматической волны на одномерную бинарную решётку [1, 23].

В области 1 поле описываем при помощи разложения Релея:

$$E_y(x, z) = e^{i(\alpha_0 x - \gamma_0 z)} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n e^{i(\alpha_n x + \gamma_n z)}, \quad (13)$$

$$\alpha_n = k_0 \sin \theta + n \frac{2\pi}{d}, \quad \gamma_n = \sqrt{k_0^2 - \alpha_n^2}, \quad z < 0.$$

Первое слагаемое представляет собой поле падающей волны с единичной амплитудой, второе — набор отражённых волн,  $R_n$  — амплитудные коэффициенты отражения Релея. Поле в области 3, где присутствует только набор прошедших мод:

$$E_y(x, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_n e^{i(\alpha_n x - \tilde{\gamma}_n z)}, \quad \tilde{\gamma}_n = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_3 - \alpha_n^2}, \quad z > d, \quad (14)$$

где  $T_n$  — амплитудные коэффициенты пропускания Релея.

В зоне модуляции электромагнитное поле описывается уравнением (12), его решение согласно теореме Флоке–Блоха:

$$E_y(x, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} E_m(z) e^{i\alpha_m x}, \quad \alpha_m = \alpha_0 + \frac{2\pi m}{d}, \quad \alpha_0 = k_0 \sin \theta. \quad (15)$$

Функция  $k^2(x) = k_0^2 \varepsilon(x)$  также является периодической по координате  $x$ , и её можно представить в виде ряда Фурье:

$$k^2(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{i\frac{2\pi}{d} n x}. \quad (16)$$

Коэффициенты разложения  $c_n$  можно вычислить при помощи непосредственного интегрирования.

Теперь выражения (15), (16) и полученные коэффициенты можно подставить в уравнение (12) и после некоторых преобразований получить систему линейных дифференциальных уравнений [23]:

$$\sum_{m=-N}^N \frac{\partial^2 E_m(x)}{\partial z^2} e^{i\alpha_m x} - \sum_{m=-N}^N \alpha_m^2 E_m(x) e^{i\alpha_m x} =$$

$$= - \sum_{l=-N}^N E_l(x) e^{i\alpha_l x} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{i\frac{2\pi}{d} n x}. \quad (17)$$

Для получения конечного размера системы (17) используется метод Галёркина [24–26] и учитываются ограничения на  $N$  согласно модифицированной гипотезе Релея [12, 13]. Для однозначного разрешения системы (17) необходимо ввести  $2N + 1$  векторов граничных условий (8) на верхней границе и  $2N + 1$  векторов на нижней границе. Полученное решение полностью описывает электромагнитное поле поляризации внутри модулированной области, что позволяет найти амплитудные коэффициенты Релея [23].

Рассмотренный алгоритм можно применять также и для  $TM$  поляризованных волн. В этом случае для описания электромагнитного поля в зоне модуляции решается уравнение (11).

## 5. Коническая дифракция

Если проекция волнового вектора на плоскость решётки не перпендикулярна её «штрихам» (рис. 3), то векторы отражённых и прошедших волн будут лежать на поверхности конуса с главной осью, перпендикулярной плоскости решётки [27].

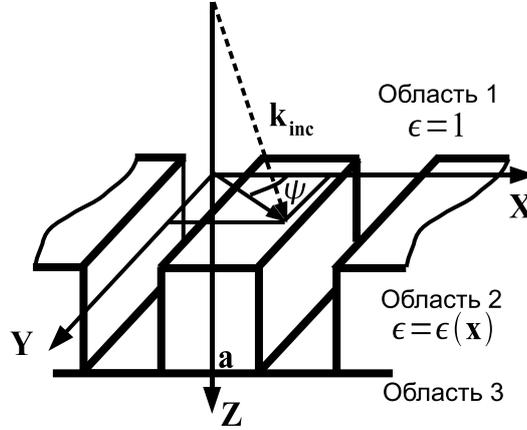


Рис. 3. Коническая дифракция

Используя формулы разложения Релея и учитывая, что согласно постановке задачи волновые векторы падающей, отражённых и прошедших волн будут иметь ненулевые проекции на все три координатные оси, запишем выражения для электромагнитных полей в областях 1 и 3. В области 1:

$$E^{(1)} = e^{-i(k_{0x}x + k_{0y}y + k_z^{(I)}z)} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n e^{-i(k_{xn}x + k_y y - k_{n,z}^{(I)}z)}, \quad z < 0. \quad (18)$$

В области 3:

$$E^{(3)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_n e^{-i(k_{xn}x + k_y y + k_{n,z}^{(III)}d)}, \quad z > a. \quad (19)$$

Также необходимо записать выражение для разложения в ряд Фурье диэлектрической проницаемости, периодичной по  $x$ . Независимо от поляризации падающей волны, отражённые и прошедшие моды имеют вклады различных поляризаций, и поэтому помимо разложения в ряд Фурье функции диэлектрической проницаемости  $\varepsilon(x)$  также необходимо записать разложение для функции  $\varepsilon^{-1}(x)$ , которая фигурирует в (11) для  $TM$  поляризованных волн:

$$\varepsilon(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \varepsilon_n e^{n \frac{2\pi}{d} i x}, \quad \frac{1}{\varepsilon(x)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{\varepsilon}_n e^{i \frac{2\pi}{d} n x}. \quad (20)$$

Чтобы получить систему дифференциальных уравнений для описания поля в зоне модуляции, необходимо провести рассуждения, аналогичные представленным для  $TE$  поляризованных волн. Отличие заключается в необходимости совместного решения уравнений (11) и (12) либо аналогичной системы из четырёх дифференциальных уравнений первого порядка. Вводя векторы граничных условий непрерывности тангенциальных компонент полей, можно получить систему алгебраических уравнений для нахождения коэффициентов Релея каждой поляризации:  $R_{TE}, R_{TM}, T_{TE}, T_{TM}$ .

## 6. Примеры вычислений

Рассмотренные выше алгоритмы имеют устойчивую численную реализацию в программном комплексе, разработанном в лаборатории «Оптика наноструктур» кафедры систем телекоммуникаций РУДН. Ниже представлен пример численного решения задачи с использованием разработанного программного обеспечения.

На рис. 4 показана рассчитанная зависимость энергетических коэффициентов одномерной бинарной дифракционной решётки от угла падения на неё волны, случай плоской дифракции. Период решётки 200 нм, ширина штриха 100 нм, высота 160 нм. Волна падает на решётку из среды с показателем преломления  $n = 1$ , решётка сделана из материала с показателем преломления  $n = 1,51$ , волна проходит в среду с показателем преломления  $n = 1,33$ .

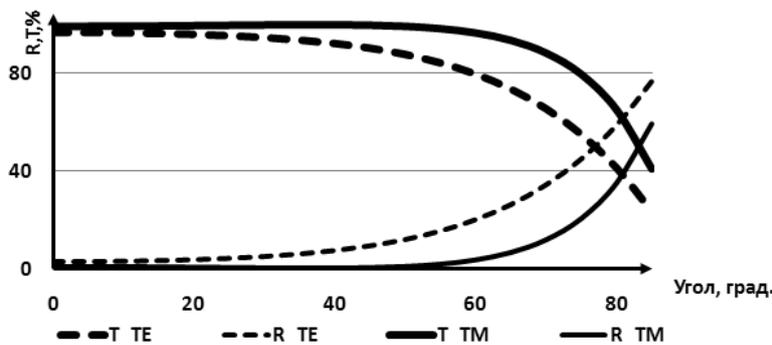


Рис. 4. Пример расчёта для случая плоской дифракции

На рис. 5 приведены результаты расчёта зависимости коэффициентов отражения и пропускания одномерной бинарной дифракционной решётки от высоты штрихов в случае конической дифракции. Период решётки 200 нм, ширина штриха 100 нм, угол  $\psi = 45^\circ$ . Волна падает на решётку из среды с показателем преломления  $n = 1$ , решётка сделана из материала с показателем преломления  $n = 1,51$ , волна проходит в среду с показателем преломления  $n = 1,51$ .

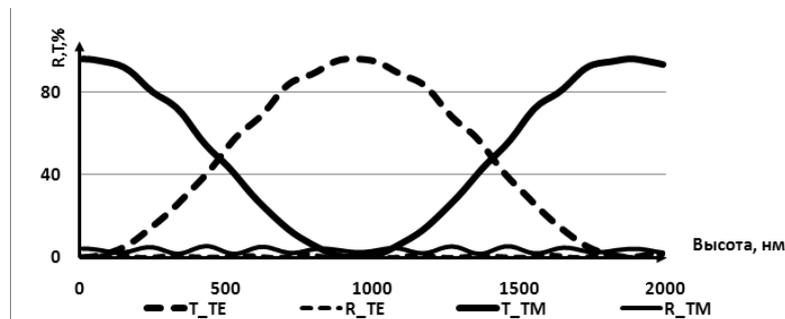


Рис. 5. Пример расчёта для случая конической дифракции

## 7. Дифракция на решётках, состоящих из анизотропных материалов

Материалы, обладающие свойствами оптической анизотропии, проявляют во взаимодействии со световыми волнами интересные свойства — двойное лучепреломление, изменение поляризации и другие [18, 21, 28]. Для моделирования взаимодействия световых волн с оптическими системами, состоящими из однородных анизотропных материалов, разработано несколько устойчивых методов, среди них — метод Берремана [29, 30], метод Джонса [31], метод Мюллера [31], точный метод был предложен автором в [32]. Дифференциальная теория моделирования субволновых решёток также была модифицирована для структур из анизотропного материала [20].

Для оптически анизотропной среды характерна более сложная зависимость между напряжённостью электрического поля и электрической индукцией:

$$\vec{D} = \hat{\epsilon} \vec{E} \quad (21)$$

где  $\hat{\epsilon}$  — тензор диэлектрической проницаемости.

Уравнения (3) необходимо переписать с учётом зависимости (21), и, проводя рассуждения, аналогичные приведённым выше для разных случаев, можно получить систему дифференциальных уравнений для компонент поля, описывающую распространение электромагнитной волны в зоне модуляции. Подробно алгоритм решения этой задачи рассмотрен в работах [33–35].

## 8. Заключение

В работе были описаны алгоритмы решения задачи моделирования взаимодействия плоских электромагнитных монохроматических волн оптического диапазона с периодическими структурами. В качестве примера рассмотрена одномерная бинарная дифракционная решётка.

## Литература

1. Дифракционная компьютерная оптика / Д. Л. Головашкин, Л. Л. Досколович, Н. Л. Казанский и др. — М.: Физматлит, 2007. — 736 с.
2. Fourier Analysis of Bloch wave Propagation in Photonic Crystals / B. Lombardet, L. A. Dunbar, R. Ferrini, R. Houdre // Journal of the Optical Society of America. — 2005. — Vol. 22, No 6. — Pp. 1179–1190.
3. *Sakoda K.* Optical Properties of Photonic Crystals. — Berlin: Springer, 2001. — 223 p.
4. Photonic Crystals. Towards Nanoscale Photonic Devices / J.-M. Lourtioz, H. Benisty, V. Berger et al. — 2th edition. — Berlin: Springer, 2008. — 514 p.
5. Photonic Crystals. Molding the Flow of Light / J. D. Joannopoulos, S. G. Johnson, J. N. Winn, R. D. Meade. — Princeton: Princeton University Press, 2009. — 305 p.
6. *Amnon Y., Pochi Y.* Photonics: Optical Electronics in Modern Communications. — 6th edition. — New York: Oxford University press, 2007. — 836 p.
7. *Michael C. Y., Zhou Y., Connie J. C.* A Surface-Emitting Laser Incorporating a High-Index-Contrast Subwavelength Grating // Nature Photonics. — 2007. — No 1. — Pp. 119–122.
8. *Loewen E. G., Popov E.* Diffraction Gratings and Applications. — New York: MARCEL DEKKER, 1997. — 620 p.
9. *Sjoberg D., Engstrom C., Kristensson G. et al.* A Floquet-Bloch Decomposition of Maxwell's Equations, Applied to Homogenization, Department of Electrosience Electromagnetic Theory Lund Institute of Technology Sweden. — 2004. — <http://www.es.lth.se/teorel/Publications/TEAT-7000-series/TEAT-7119.pdf>.

10. *Paulick T. C.* Applicability of the Rayleigh Hypothesis to Real Materials // *Phys. Review.* — 1990. — Vol. 42, No 5. — Pp. 2801–2824.
11. *Elfouhaily T., Hahn T.* Rayleigh's Hypothesis and the Geometrical Optics Limit // *Phys. Review.* — 2006. — Vol. 97, No 5. — P. 120404.
12. *Ramm A. G.* Modified Rayleigh Conjecture and Applications // *Journal of Physics A: Mathematical and General.* — 2002. — No 35. — Pp. 357–361.
13. *Ramm A. G.* Modified Rayleigh Conjecture for Scattering by Periodic Structures // *Differential Equations and Applications.* — New York: Nova Sci. publishers, 2004.
14. *Агранович В. М., Гинзбург В. Л.* Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. — М.: Наука, 1965. — 376 с.
15. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. — М.: Наука, 1973. — 721 с.
16. *Palmer C., Loewen E.* Diffraction Grating Handbook. — New York: Newport Corporation, 2005. — 271 p.
17. *Taflove A., Brodwin M. E.* Numerical Solution of Steady — State Electromagnetic Scattering Problems using the Time-Depended Maxwell's Equations // *IEEE Transactions on Microwave Theory.* — 1975. — Vol. 23, No 8. — Pp. 623–630.
18. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред. — 4-е издание. — М.: Физматлит, 2005. — 656 с.
19. *Ловецкий К. П., Севастьянов Л. А.* Методы дифференциальных разностей расчета оптических покрытий. — М.: РУДН, 2008. — 161 с.
20. *Neviere M., Popov E.* Light Propagation in Periodic Media. Differential Theory and Design. — New York: MARCEL DEKKER, 2003. — 410 p.
21. *Ахманов С. А., Никитин С. Ю.* Физическая оптика. — М.: Наука, 2004. — 656 с.
22. Formulation for Stable and Efficient Implementation of the Rigorous Coupled-Wave Analysis of Binary Gratings / M. G. Moharam, E. B. Grann, D. A. Pommet, T. K. Gaylord // *J. Opt. Soc. Am.* — 1995. — Vol. 12, No 5. — Pp. 1077–1086.
23. Методы связанных волн расчета оптических покрытий / К. П. Ловецкий, Л. А. Севастьянов, М. В. Паукшто, А. А. Жуков. — М.: РУДН, 2008. — 144 с.
24. *Флетчер К.* Численные методы на основе метода Галеркина. — М.: Мир, 1988. — 352 с.
25. *Канторович Л. В., Крылов В. И.* Приближенные методы высшего анализа. — Л.: Физматгиз, 1962. — 708 с.
26. *Мишлин С. Г.* Вариационные методы в математической физике. — М.: Наука, 1970. — 512 с.
27. *Шмидт Г.* Электромагнитное рассеяние на периодических структурах // *Современная математика. Фундаментальные направления.* — 2003. — № 3. — С. 113–128.
28. *Федоров Ф. И.* Оптика анизотропных сред. — 2-е издание. — М.: Едиториал УРСС, 2004. — 384 с.
29. *Berreman D. W.* Optics in Stratified and Anisotropic Media: 4x4-Matrix Formulation // *Journal of the optical society of America.* — 1972. — No 4. — Pp. 502–510.
30. *Палто С. П.* Алгоритм решения оптической задачи для слоистых анизотропных сред // *ЖЭТФ.* — 2001. — Т. 119, № 4. — С. 638–648.
31. *Handbook of Optics / B. Michael, W. Eric, R. David, L. William.* — Chicago: McGRAW-HILL, 1995. — 1606 p.
32. *Хохлов А. А.* Решение задачи описания прохождения электромагнитной волны через слоистую среду // *Вестник РУДН, серия «Математика. Информатика. Физика».* — 2010. — Т. 2. — С. 103–105.
33. *Watanabe K., Yasumoto K.* Reformulation of Differential Method for Anisotropic Gratings // *Proceedings of the 2001 URSI International Symposium on Electromagnetic Theory (Victoria Conference Centre, Victoria, Canada).* — 2001. — Pp. 13–15.
34. *Watanabe K.* Fast Converging Formulation of Differential Theory for Non-Smooth Gratings Made of Anisotropic Materials // *Radio Science.* — 2002. — Vol. 38, No 2.
35. *Watanabe K.* Numerical Techniques of the Differential Method for Surface-Relief Gratings Made of Anisotropic and Conducting Materials, Fukuoka Institute of Technology, Japan. — 2005. — <http://www.fit.ac.jp/EN/index.html>.

UDC 621.39

## Propagation of Electromagnetic Wave Through Diffraction Structures

A. A. Khokhlov

*Telecommunication Systems Department  
Peoples' Friendship University of Russia  
6, Miklukho-Maklaya str., Moscow, 117198, Russia*

The problem of propagation of a plane monochromatic linearly polarized electromagnetic wave through a piecewise homogeneous dielectric structure (diffraction grating) without absorption, the characteristic dimensions of inhomogeneities is comparable with the wavelength of optical radiation or less than it. The problem is solved for the polarization. The case of conical diffraction is described, also the problem is formulated in the case of a lattice of optically anisotropic material.

**Key words and phrases:** diffraction grating, plane diffraction, conical diffraction, coupled wave analysis, Helmholtz equation, Rayleigh Hypothesis.