УДК 530.1

Принцип Маха в теории Хойла–Нарликара и в унарном реляционном подходе. Часть I.

Ю. С. Владимиров, М. Ю. Ромашка

Кафедра теоретической физики
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Россия, 119899, Москва, Воробьёвы Горы

В связи с развитием унарного реляционного подхода к описанию физических взаимодействий обсуждены теории прямого межчастичного взаимодействия, к которым относятся электродинамика Фоккера–Фейнмана–Уилера, теория прямого межчастичного гравитационного взаимодействия и теория гравитации Хойла–Нарликара. Названные теории имеют ряд сходств, главным из которых является использование в них принципа Маха, согласно которому существует связь между распределением частиц во вселенной, их массами и гравитационной постоянной. В теории Хойла–Нарликара и в унарном реляционном подходе свободное действие выделенной частицы представляется в виде её взаимодействия со всем окружающим миром. В работе установлено соответствие между теорией Хойла–Нарликара и реляционной теорией, связь между их параметрами, указаны различия между этими теориями, а также обсуждена связь принципа Маха с космологическими совпадениями.

Ключевые слова: Принцип Маха, прямое межчастичное взаимодействие, гравитация, электродинамика, теория Хойла–Нарликара, реляционное направление в физике, унарный реляционный подход, космологические совпадения.

1. Введение. Принцип Маха и прямое межчастичное взаимодействие

Под принципом Маха [1] обычно понимают утверждение, согласно которому инертные свойства каждого физического тела определяются совокупностью всех остальных тел во вселенной. Возможна и более общая формулировка этого принципа: *локальные свойства частиц и их систем определяются взаимосвязями этих частиц со всей остальной вселенной.* В данной работе обсуждаются теории прямого межчастичного взаимодействия, в которых фигурирует принцип Маха, а также некоторые их следствия, и проводится сравнение их с унарным реляционным подходом.

Как известно, электродинамика Максвелла является полевой теорией, где электромагнитное поле трактуется как самостоятельная категория, наряду с категорией частиц. В рамках теоретико-полевого подхода действие для двух частиц «1» и «2» имеет следующий общий вид: $S_{12} = [S_0(1) + S_{\text{int}}(1)] + S_F + [S_0(2) + S_{int}(2)]$, где $S_0(1)$ и $S_0(2)$ — свободное действие частиц, S_F — действие поля, S_{int} — взаимодействие частиц с полем. Принцип экстремальности действия позволяет, зная конкретный вид действия, находить уравнения эволюции полей и движения частиц.

В теориях прямого межчастичного взаимодействия [2–12] *исключено понятие поля*, и действие для двух взаимодействующих частиц имеет общий вид $S_{12} = S_0(1) + S_{int}(1,2) + S_0(2)$. Согласно принципу Фоккера, действие для случая электродинамики [2] принимает вид (индекс f обозначает свободное действие частиц, e — электромагнитное взаимодействие):

$$S_{f+e}(1,2) = -m_1 c \int \mathrm{d}s_1 - m_2 c \int \mathrm{d}s_2 - \frac{1}{c} \int\int j^\mu(1) j_\mu(2) \delta(s^2(1,2)) \mathrm{d}s_1\, \mathrm{d}s_2. \qquad (1)$$

где $j^\mu = e\mathrm{d}x^\mu/\mathrm{d}s$ — векторы 4-тока, $\mathrm{d}s$ — элементы мировых линий частиц, $\eta_{\mu\nu}$ — метрический тензор пространства-времени Минковского, а дельта-функция от

Статья поступила в редакцию 5 мая 2010 г.

квадрата интервала представима в виде

$$\delta(s^2(1,2)) = \frac{1}{2|r_{12}|}[\delta(ct_{12} - r_{12}) + \delta(ct_{12} + r_{12})].$$

В последнем выражении *запаздывающее и опережающее взаимодействия* представлены симметрично, тогда как в общепринятой теории поля рассматриваются лишь запаздывающие взаимодействия. Решение этой проблемы было предложено Фейнманом и Уилером в работе [13]. Проблема исключения опережающего взаимодействия была решена с помощью *принципа Маха, т. е. учётом вкладов во взаимодействие между любыми двумя зарядами со стороны всех других зарядов Вселенной* — своеобразного «отклика Вселенной» на акт взаимодействия. Авторы показали [13], что за счёт окружающего мира *опережающее воздействие нивелируется, а запаздывающее удваивается.* Другой принципиально важный результат, следующий из учёта поглотителя, состоит в том, что в теории *автоматически возникает сила радиационного трения, которая оказывается обусловленной воздействием на «излучающую» частицу со стороны всех частиц окружающей вселенной.*

С помощью вариационного принципа можно получить из действия (1) систему уравнений движения взаимодействующих частиц, в которые *не входят какие бы то ни было характеристики поля*, т. е. их взаимодействие описывается без привлечения понятия электромагнитного поля.

С помощью принципа Фоккера (1) можно получить тождества, соответствующие уравнениям Максвелла. Для этого можно ввести вторичные (вспомогательные) понятия, соответствующие потенциалам и напряжённостям электромагнитного поля. Выделим одну частицу с номером $i = 1$, запишем (формально) для неё действие в более привычной форме, и, сопоставляя его с (1), найдём выражение для потенциала:

$$S_1 = -m_1 c \int \mathrm{d}s_1 - \frac{1}{c} \sum_{k \neq 1} \int j^{\mu}(1) A_{\mu}(1,k) \mathrm{d}s_1, \quad A_{\mu}(1,k) = \int j_{\mu}(k) \delta(s^2(1,k)) \mathrm{d}s_k. \quad (2)$$

Последнее выражение интерпретируется как вектор-потенциал, создаваемый зарядом e_k в точке, где находится заряд e_1. Однако в этой теории *бессмысленно говорить о потенциале в точках пространства–времени, где отсутствуют электрические заряды.*

Учитывая принцип суперпозиции $A_{\mu}(1) = \sum_{k \neq 1} A_{\mu}(1,k)$ и применяя вариационный принцип, можно получить известное уравнение Лоренца движения заряженной частицы. Таким образом, в теории прямого электромагнитного взаимодействия Фейнмана–Уилера:

1) нет потенциалов поля в точках пространства-времени, где отсутствуют частицы, а значит, нет и полевых уравнений Максвелла;
2) потенциалы поля можно ввести искусственно в местах расположения заряженных частиц, и для них выполняются тождества, соответствующие уравнениям Максвелла.

Обобщение принципа Фоккера на случай гравитационного взаимодействия рассматривалось в работах Я.И. Грановского и А.А. Пантюшина (1965–1969 гг.) [3, 4], К.А. Пирагаса и В.И. Жданова (1972–1995 гг.) [5] и ряда других авторов. В этих работах была развита линеаризованная теория гравитации в первом приближении по гравитационной константе G в терминах прямого межчастичного взаимодействия и рассмотрен ряд её приложений. Построение теории прямого межчастичного гравитационного взаимодействия в любом порядке по G, совпадающей с эйнштейновской теорией гравитации, было осуществлено в работах Владимирова и Турыгина (1986 г.) [6]. Для линеаризованного прямого гравитационного взаимодействия (в первом приближении по константе G) действие системы частиц записывается в следующем виде (здесь, в отличие от принципа Фоккера для электродинамики (1), в подынтегральном выражении гравитационной части действия стоят уже квадратичные по току выражения):

$$S_{f+g} = -c\sum_i m_i \int \mathrm{d}s_i + \frac{G}{2c}\sum_i \sum_{k\neq i} m_i m_k \times$$
$$\times \int\!\!\int u^{\mu}_{(i)} u^{\nu}_{(i)} (\eta_{\mu\alpha}\eta_{\nu\beta} + \eta_{\mu\beta}\eta_{\nu\alpha} - \eta_{\mu\nu}\eta_{\alpha\beta}) u^{\alpha}_{(k)} u^{\beta}_{(k)} \delta(s^2(i,k))\, \mathrm{d}s_i\, \mathrm{d}s_k\,. \quad (3)$$

Это действие описывает совокупность гравитационно взаимодействующих частиц на фоне заданного плоского пространства-времени Минковского. Выделим из этого суммарного действия, описывающего «задачу многих тел», вклад одной частицы i, и представим его в форме

$$S_{f+g}(i) = -cm_i \int \left(1 - G\sum_{k\neq i} \varphi_{\mu\nu}(i,k) u^{\mu}_i u^{\nu}_i \right) \mathrm{d}s_i\,, \quad (4)$$

где введён потенциал гравитационного воздействия на частицу i со стороны частицы k:

$$\varphi_{\mu\nu}(i,k) = \frac{m_k}{2c^2}\int \delta(s^2(i,k))(\eta_{\mu\alpha}\eta_{\nu\beta} + \eta_{\mu\beta}\eta_{\nu\alpha} - \eta_{\mu\nu}\eta_{\alpha\beta}) u^{\alpha}_{(k)} u^{\beta}_{(k)}\, \mathrm{d}s_k,$$
$$\varphi_{\mu\nu}(i) = \sum_{k\neq i} \varphi_{\mu\nu}(i,k)\,. \quad (5)$$

Вторая из формул (5) выражает суммарный потенциал в точке нахождения частицы i. Таким образом обычно переходят от «задачи многих тел» к задаче о движении одной частицы в заданном фиксированном потенциале. Варьируя действие (4) в предположении, что потенциал является заданной функцией координат и что вариация координат равна нулю на концах траектории, можно получить уравнение движения частицы [6, 7].

Возможность описания электромагнетизма и гравитации в терминах прямого межчастичного взаимодействия говорит о том, что *можно не вводить понятие поля, а работать лишь на дискретном множестве объектов.* Имея в виду ряд проблем теории поля, связанных с расходимостями интегралов, этот факт можно использовать для пересмотра роли пространственно-временного континуума в фундаментальных физических теориях, описывающих микромир. Микромир, возможно, состоит из дискретных объектов, а континуум — это идеализация, пришедшая из опыта чувственного восприятия. Подобные представления привели к появлению *реляционного направления* в физике (от англ. relation — отношение), главная идея которого заключается в следующем: *пространство и время не существуют как самостоятельные объекты, а наши представления о пространстве и времени обусловлены тем, что между частицами (объектами микромира) существуют некоторые отношения.* Теории прямого межчастичного электромагнитного и гравитационного взаимодействия являются предшественниками реляционного подхода, однако они опираются на готовое пространство–время. Реляционный подход нацелен на построение классического пространства–времени из некоторых более элементарных объектов и множества отношений между ними статистическим путём.

2. Теория гравитации Хойла–Нарликара

В работах Хойла и Нарликара [8–12] была предпринята попытка решить сразу несколько задач путём модификации теории гравитации Эйнштейна. В отличие от рассмотренной выше теории прямого межчастичного гравитационного взаимодействия, которая строится итерационным методом, теория Хойла и Нарликара является изначально нелинейной. В теорию были введены два скалярных поля, которые интерпретировались как прямое межчастичное взаимодействие в искривлённом пространстве-времени. Первое, так называемое С-поле [8], было введено с целью устранения сингулярностей, возникающих на обрывах мировых линий частиц. Второе, массовое поле [10], было введено путём переинтерпретации свободного действия частиц с учётом принципа Маха с целью объединения свободного и гравитационного действия в одно выражение, а также описания механизма возникновения масс частиц. Под «полями» здесь понимается прямое межчастичное взаимодействие, подобно теориям, описанным выше. Была предпринята попытка объединить гравитацию, свободное действие, электромагнетизм и С-поле в одном выражении для действия. Однако в полной мере такое объединение достигнуто не было. Была установлена взаимосвязь между электромагнитным полем и С-полем [8], а также общность гравитационного поля и массового поля, но не удалось объединить все четыре объекта в одной модели. Поэтому в работе [10] авторы встали на путь развития теории гравитации со скалярным массовым полем, исключив из рассмотрения электромагнитное поле и С-поле.

Массовое скалярное поле было введено [10] путём придания нового смысла известному выражению для свободного действия $S_0 = -mc\int \mathrm{d}s$ с учётом принципа Маха: оно было представлено как взаимодействие выделенной частицы со всем окружающим миром.

Одним из важных моментов в теории Хойла–Нарликара является учёт связей между полями при варьировании действия. Получающееся в итоге уравнение [10] отличается от уравнения Эйнштейна, которое получается в теории Хойла–Нарликара как некоторый частный случай.

2.1. Основная идея: масса как прямое межчастичное взаимодействие

Полное действие системы частиц в [9, 10] было записано в следующем виде[1]:

$$J = \frac{1}{16\pi G}\int R\sqrt{-g}\,\mathrm{d}^4x - \sum_a m_a \int \mathrm{d}s_a - \sum_{a<b} 4\pi e_a e_b \int\int \bar{G}_{\mu_A\mu_B}\,\mathrm{d}x^{\mu_A}\,\mathrm{d}x^{\mu_B}\,. \quad (6)$$

В работе [10] авторы переформулировали первый и второй члены таким образом, что между ними, а также третьим членом обнаружилось сходство. Чтобы преобразовать линейный интеграл $\int m_a\,\mathrm{d}s_a$ в сумму двойных линейных интегралов, использовались следующие предположения:

1. Масса частицы m_a создаётся всеми другими частицами вселенной посредством прямого скалярного взаимодействия;
2. Так как масса является скаляром, то функция Грина этого взаимодействия должна быть скалярной;
3. Действие должно быть инвариантным относительно перестановки любой пары частиц.

В итоге для свободного действия было записано выражение[2]:

$$\int m_a\,\mathrm{d}s_a = -\lambda\sum_{b\neq a}\int\int \tilde{G}(A,B)\,\mathrm{d}s_a\,\mathrm{d}s_b\,. \quad (7)$$

[1]В оригинальных работах [9,10] в суммарном действии присутствует также член, соответствующий С-полю. В рамках настоящей работы этот член не играет существенной роли и может быть опущен. Ознакомиться с циклом работ Хойла и Нарликара более подробно читатель может в обзорах [11, 12].

[2]Здесь мы сохраняем обозначения оригинальных работ [8–10], в которых принята система единиц, где c = 1.

где λ — константа связи, а $\tilde{G}(A, B)$ — ещё не определённая скалярная функция Грина, такая, что $\tilde{G}(A, B) = \tilde{G}(B, A)$. Вклад частицы k в массовую функцию в точке x определяется как

$$m^k(x) = -\lambda \int \tilde{G}(X, K)\,\mathrm{d}s_k\,. \tag{8}$$

Массовая функция (8) в общем случае различна в различных точках пространства.

Теперь, в пренебрежении электромагнитным полем, действие записывается в виде одного интеграла, который одновременно заменяет собой первые два члена в выражении (6):

$$J = -\sum_a \frac{1}{2} \int m_a\,\mathrm{d}s_a = \lambda \sum_{a<b} \int\int \tilde{G}(A, B)\,\mathrm{d}s_a\,\mathrm{d}s_b\,. \tag{9}$$

Предлагаемый подход отличается от классической теории гравитации. Прежде всего, массы частиц m_a уже не являются константами, а определяются всеми остальными частицами через интеграл (8). Пространство–время не является плоским, а определяется совокупностью всех частиц, и функция Грина в (7)–(9) определяется в искривлённом пространстве–времени. Таким образом, действие (9) играет двойную роль. В стандартном подходе первый член в действии (6) определяет метрику, а второй — геодезические линии пробных частиц в заданной фиксированной метрике. При варьировании действия компоненты метрического тензора и координаты пробной частицы считаются независимыми переменными. В новом подходе частицы не являются пробными, а вся их совокупность создаёт метрику, а также самосогласованно определяет их массы, и эти две задачи предполагается решать одновременно варьированием (9). Функция Грина и компоненты метрического тензора уже не являются независимыми при варьировании. Постулируется, что $\tilde{G}(X, A)$ и $g^{\mu_X \nu_X}$ для любой точки X и любой частицы A удовлетворяют уравнению вида

$$g^{\mu_X \nu_X} \tilde{G}(X, A)_{;\mu_X \nu_X} + \mu R \tilde{G}(X, A) = -\frac{1}{\sqrt{-g}} \delta^{(4)}_{(X,A)}\,, \tag{10}$$

где μ — произвольная безразмерная константа. Отмечается, что при $\mu = 1/6$ предлагаемая теория является конформно-инвариантной. Посредством варьирования (9) с учётом (10) авторы пришли к следующему уравнению [10]:

$$\begin{aligned}
\frac{2\mu}{\lambda}(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R) \sum_{a<b} m^{(a)} m^{(b)} = -g_{\mu\rho} g_{\nu\sigma} T^{\rho\sigma}_m + \\
+ \frac{2\mu}{\lambda} \sum_{a<b} \Big[m^{(a)} (g_{\mu\nu} g^{\rho\sigma} m^{(b)}_{;\rho\sigma} - m^{(b)}_{;\mu\nu}) + m^{(b)} (g_{\mu\nu} g^{\rho\sigma} m^{(a)}_{;\rho\sigma} - m^{(a)}_{;\mu\nu}) \Big] + \\
+ \frac{1}{\lambda} \sum_{a<b} \Big[(1 - 2\mu)(m^{(a)}_{;\mu} m^{(b)}_{;\nu} + m^{(a)}_{;\nu} m^{(b)}_{;\mu}) - (1 - 4\mu) g_{\mu\nu} m^{(a);\lambda} m^{(b)}_{;\lambda} \Big]\,,
\end{aligned} \tag{11}$$

где $T^{\rho\sigma}_m$ — общеизвестный тензор энергии-импульса системы точечных масс.

Здесь необходимо отметить, что вид функции Грина $\tilde{G}(X, A)$ остаётся неопределённым в данной модели, а уравнение (11) записано в терминах массовых функций, вид которых также не известен. Тензорное уравнение (11) включает в себя 10 уравнений, в то время как неизвестными являются 10 независимых компонент метрического тензора и ещё неизвестные скалярные массовые функции частиц. То есть, эта модель недоопределена (существует произвол в задании функции Грина). Нельзя найти одновременно метрику и массы частиц, пользуясь только уравнением (11). Эта теория позволяет, например, найти метрику, если вид массовых функций (или в частном случае набор постоянных масс) задан или сделаны какие-то другие дополнительные предположения. Одним из таких предположений служит приближение «квазиоднородной среды» [10].

Отметим один из важных выводов: *в теории Хойла–Нарликара «гравитационная постоянная» в общем случае не является постоянной.* Действительно, перепишем (11) в виде

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -\frac{\lambda}{2\mu \sum_{a<b} m^{(a)} m^{(b)}} T_{\mu\nu} + \dots ,$$

где многоточием обозначена добавка к обычному уравнению Эйнштейна без космологического члена, возникающая в теории Хойла–Нарликара. Проводя сравнение с теорией Эйнштейна, видим, что коэффициент перед тензором $T_{\mu\nu}$ теперь зависит от координат, поскольку массовые функции, вообще говоря, зависят от них. Аналогичная ситуация имеет место в скалярно-тензорных теориях гравитации и в некоторых вариантах 5-мерной теории [14].

2.2. Приближение «квазиоднородной среды» в теории Хойла–Нарликара

В силу аддитивности массы, можно записать массу данной выделенной частицы как сумму вкладов от всех других частиц: $m(x) = \sum_a m^{(a)}(x)$. Хойл и Нарликар делают следующее приближение: $\sum_{a<b} m^{(a)} m^{(b)} \approx \frac{1}{2} m^2$. Это подразумевает пренебрежение членами типа $(m^{(a)})^2$ по сравнению с $m^{(a)} m^{(b)}$, $b \neq a$, что допустимо для системы очень большого числа частиц. Анализируя это предположение, авторы приходят к выводу, что система этих уравнений имеет решение при $m = m_0 = \text{const}$. При этом в правой части уравнения (11) исчезают все члены, кроме первого, где стоит тензор энергии-импульса материи, и получается уравнение Эйнштейна. В этом приближении гравитационная постоянная действительно является константой, причём выражение для неё следует из сопоставления (11) с уравнением Эйнштейна:

$$G = \frac{\lambda c^2}{8\pi\mu m_0^2} \,. \tag{12}$$

Такой вариант теории Хойла–Нарликара описывает только один вид частиц и не может описывать спектр частиц. Эта теория, как и теории прямого межчастичного взаимодействия, рассмотренные в этой работе, является существенно *макроскопической.* В реляционной теории, построенной на унарных системах отношений, возникает аналогичная ситуация. Унарные системы отношений описывают только один вид идеализированных частиц (которые могут различаться лишь знаком электрического заряда), из которых конструируются макроскопические тела. Задача описания спектра частиц ставится в рамках теории на бинарных системах отношений [7, 15].

Конформная инвариантность в теории Хойла–Нарликара, вообще говоря, не обязательна. В [6, гл. 4] проводится сравнение теории Хойла–Нарликара с теорией Бранса–Дикке. Приведённое сопоставление показывает, что в (10) не обязательно выбирать $\mu = 1/6$.

3. Унарный реляционный подход и сравнение с теорией Хойла–Нарликара

До середины прошлого века не было известно математически строгих теорий, объединяющих частицы и пространство–время в одну обобщённую категорию, хотя идейные предпосылки подобных представлений существуют уже очень давно. Теории прямого межчастичного взаимодействия Фоккера–Фейнмана–Уилера и Хойла–Нарликара, рассмотренные в данной работе, были одними из первых попыток создания реляционной картины мира. Эти теории продемонстрировали возможности реляционной концепции, но при этом они остановились на полпути: *в них использовались готовые классические представления о пространстве и времени.* «Прямое взаимодействие» описывалось в терминах пространства–времени, и это, на наш взгляд, явилось одной из причин того, что эти теории не оправдали возлагаемых на них надежд. Пространство и время — это «оболочка», в которую неявным образом уже входят некие элементарные объекты и огромное множество связей между ними. Для того чтобы создать теорию принципиально нового уровня, нужно вскрыть эти связи, ввести более элементарные объекты и описать отношения между ними. Одной из главных трудностей такого подхода является поиск или создание подходящего математического аппарата. Одним из кандидатов на эту роль стала разработанная в группе Ю. И. Кулакова [16–18] математическая *теория систем отношений* (Кулаков назвал её *теорией физических структур* в связи с физической интерпретацией, которую он ей придавал [16]). Эта теория стала основой математического аппарата реляционной теории, развиваемой в нашей группе [7, 15, 19].

3.1. Основы теории систем отношений. Унарные системы отношений

Приведём некоторые основные результаты, полученные группой Кулакова при построении теории абстрактных систем отношений [16–18]. *Унарными* называются системы отношений, построенные на одном множестве элементов. Отношения — это некоторые числа. Можно построить теорию систем отношений не на одном, а на двух множествах элементов. Такая система называется *бинарной* системой отношений. В общем случае можно было бы ожидать, что число множеств элементов, на которых строится теория, может быть произвольным. Однако в группе Кулакова было показано, что *содержательные теории систем вещественных отношений на трёх или более множествах элементов отсутствуют.*

Далее, отношения могут быть *парными* (относящимися к двум элементам), *троичными* и т. д. Мы ограничимся рассмотрением именно парных отношений.

Отношения могут быть *действительными* и *комплексными.* Для описания классической физики используются унарные системы вещественных отношений (УСВО), а для описания физики микромира — бинарные системы комплексных отношений (БСКО) [7, 15, 19].

Теория не является содержательной, пока мы не установили или не ввели из дополнительных соображений какие-либо *законы*, которым подчиняются отношения. В группе Кулакова был указан довольно естественный способ введения законов — алгебраических соотношений, связывающих между собой отношения.

В теории унарных систем отношений важен вопрос о числе элементов, связанных законом. Назовём это число элементов *рангом* (r) закона. Тогда число парных отношений, связываемых законом, очевидно, равно $r(r-1)/2$. Обозначая парные отношения между элементами i и k через a_{ik}, можно записать закон в виде равенства нулю некоторой функции $\Phi_{(r)}$ от $r(r-1)/2$ парных отношений a_{ik}:

$$\Phi_{(r)}(a_{ik}, a_{ij}, \dots, a_{jk}, \dots) = 0\,. \tag{13}$$

Законы отличаются друг от друга, прежде всего, рангами.

Для отыскания конкретных видов законов были введены два предположения:

1. Предположение о равноправности всех элементов рассматриваемого множества: *если вместо одного конкретного набора из r элементов $i, k, j, \dots$ выбрать набор из каких угодно других r элементов $p, m, n, \dots$, то закон* (13)

должен по-прежнему выполняться. Это предположение Кулаков назвал феноменологической симметрией (позднее в реляционной теории оно стало называться *фундаментальной симметрией*).

2. *Каждый элемент характеризуется некоторым набором параметров, которые могут принимать непрерывное множество значений; парные отношения являются функциями параметров элементов.* В реляционной теории пространства–времени и взаимодействий параметрам элементов придаётся смысл координат в некотором базисе из эталонных элементов.

В законе (13) всегда можно выделить $r-2$ эталонных элемента, отношения между которыми считаются изначально заданными. Тогда закон (13) определяет отношение a_{ik} между двумя произвольными (неэталонными) элементами через их отношения к $r-2$ эталонным элементам, образующим базис структуры. Отношения любого элемента к $n=r-2$ эталонным образуют систему параметров, характеризующих выделенный элемент. Этим устанавливается соответствие между унарной системой отношений и геометрией. Конкретные решения поставленной задачи о нахождении функции (13) дают различные метрики, среди которых есть и метрика Минковского.

Два введённых выше предположения о системах отношений оказались чрезвычайно содержательными и позволили перейти к системе функционально-дифференциальных уравнений и из них находить возможные виды функции (13), т. е. конкретные виды законов. Группой Кулакова были получены все возможные законы (при вещественных парных отношениях) для унарных систем рангов $r=3$, 4, 5. С увеличением ранга существенно возрастает трудность нахождения законов. Для каждого ранга r имеется несколько решений, которые, как оказалось, соответствуют известным геометриям: Евклида, Лобачевского, Римана и некоторым другим.

Для систем ранга $r=5$ имеется 10 различных законов, среди которых есть законы, соответствующие геометрии Лобачевского и геометрии Римана постоянной положительной кривизны. Они выражаются в виде равенства нулю определителя Грама:

$$\Phi_{(5)} = \begin{vmatrix} \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{ab} & \tilde{u}_{ac} & \tilde{u}_{ad} & \tilde{u}_{ae} \\ \tilde{u}_{ba} & \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{bc} & \tilde{u}_{bd} & \tilde{u}_{be} \\ \tilde{u}_{ca} & \tilde{u}_{cb} & \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{cd} & \tilde{u}_{ce} \\ \tilde{u}_{da} & \tilde{u}_{db} & \tilde{u}_{dc} & \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{de} \\ \tilde{u}_{ea} & \tilde{u}_{eb} & \tilde{u}_{ec} & \tilde{u}_{ed} & \tilde{e}^2 \end{vmatrix} = 0\,. \tag{14}$$

где $\tilde{e}^2$ — некоторая константа, а парные отношения $\tilde{u}_{ik}$ могут быть выражены через параметры элементов $\tilde{u}_i^1$, $\tilde{u}_i^2$, $\tilde{u}_i^3$; $\tilde{u}_k^1$, $\tilde{u}_k^2$, $\tilde{u}_k^3$ одним из четырёх способов, соответствующих различным сигнатурам. Выделим наиболее интересный для дальнейшего случай, соответствующий гиперболической 3-мерной геометрии Лобачевского (геометрии постоянной отрицательной кривизны):

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{ik} = -\tilde{u}_i^1\tilde{u}_k^1 - \tilde{u}_i^2\tilde{u}_k^2 - \tilde{u}_i^3\tilde{u}_k^3 + {}& \\ + \sqrt{(\tilde{e}^2 + (\tilde{u}_i^1)^2 + (\tilde{u}_i^2)^2 + (\tilde{u}_i^3)^2)(\tilde{e}^2 + (\tilde{u}_k^1)^2 + (\tilde{u}_k^2)^2 + (\tilde{u}_k^3)^2)}&\,. \end{aligned} \tag{15}$$

Всего существует десять законов для УСВО ранга 5, девять законов для ранга 4 и четыре закона для ранга 3. Для систем более высоких рангов полное исследование вопроса связано с математическими трудностями. Закон типа определителя Кэли–Менгера (и некоторые другие виды законов) справедлив для УСВО любого ранга. Например, таковым является закон УСВО ранга 6, соответствующий геометрии Минковского:

$$\Phi_{(6)} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & s^2_{ik} & s^2_{ia} & s^2_{ib} & s^2_{ic} & s^2_{id} \\ 1 & s^2_{ki} & 0 & s^2_{ka} & s^2_{kb} & s^2_{kc} & s^2_{kd} \\ 1 & s^2_{ai} & s^2_{ak} & 0 & s^2_{ab} & s^2_{ac} & s^2_{ad} \\ 1 & s^2_{bi} & s^2_{bk} & s^2_{ba} & 0 & s^2_{bc} & s^2_{bd} \\ 1 & s^2_{ci} & s^2_{ck} & s^2_{ca} & s^2_{cb} & 0 & s^2_{cd} \\ 1 & s^2_{di} & s^2_{dk} & s^2_{da} & s^2_{db} & s^2_{dc} & 0 \end{vmatrix} = 0\,. \tag{16}$$

где отношения имеют смысл квадратов интервалов между парами точек-событий:

$$s^2_{ik} = (x^0_i - x^0_k)^2 - \sum_{l=1}^{3}(x^l_i - x^l_k)^2\,. \tag{17}$$

3.2. Основные понятия и постулаты унарной реляционной теории пространства–времени и взаимодействий

В теории Хойла–Нарликара отношения между объектами были представлены взаимодействиями, и при этом они выражались через пространственные характеристики. Взаимодействия и пространственные характеристики были «переплетены» друг с другом. В реляционной теории эти понятия «расцепляются» [7, гл. 3]. Для этого рассматривается два вида отношений: пространственно-временные и токовые, через которые выражаются взаимодействия. То есть, имеются две гигантские *мировые матрицы* отношений: одна для пространственно-временных отношений, а другая для взаимодействий:

$$M^{(1)}_{\text{world}} = \begin{pmatrix} s_{aa} & s_{ab} & s_{ac} & \cdots \\ s_{ba} & s_{bb} & s_{bc} & \cdots \\ s_{ca} & s_{cb} & s_{cc} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix}, \quad M^{(2)}_{\text{world}} = \begin{pmatrix} \tilde{u}_{aa} & \tilde{u}_{ab} & \tilde{u}_{ac} & \cdots \\ \tilde{u}_{ba} & \tilde{u}_{bb} & \tilde{u}_{bc} & \cdots \\ \tilde{u}_{ca} & \tilde{u}_{cb} & \tilde{u}_{cc} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix}. \tag{18}$$

Все частицы в унарном реляционном подходе считаются одинаковыми и представляют собой идеализированные объекты, участвующие в двух системах унарных отношений. Идеализированные частицы имеют заряд, равный по модулю некоторому элементарному заряду e, и могут отличаться лишь знаком заряда. Благодаря вводимым законам, можно отвлечься от всей мировой матрицы и ограничиться рассмотрением её подматриц из отношений между относительно малым числом элементов.

Постулируется, что пространственно-временные и токовые отношения удовлетворяют двум законам, рассмотренным в параграфе 3.1. Пространственно-временные отношения в (18) удовлетворяют закону (16) с метрикой (17), который соответствует геометрии Минковского. Токовые отношения, соответствующие взаимодействиям, удовлетворяют закону (14). От выражения (14) можно перейти к определителю с единицами на главной диагонали посредством конформного преобразования всех параметров элементов. Очевидно, что конформные факторы разных элементов могут отличаться друг от друга лишь знаком. Предлагается их интерпретировать (с точностью до размерного множителя) как электрические заряды частиц. То есть,

$$\tilde{u}_{ik} = \tilde{e}_i \tilde{e}_k u_{ik}\,, \tag{19}$$

и считается, что в данной модели заряды всех частиц равны по модулю: $|\tilde{e}_i| = |\tilde{e}_k| = \tilde{e}$.

На закон (14) можно взглянуть под иным углом зрения. Парные отношения можно трактовать как скалярные произведения векторов, характеризующие элементы множества. Для этого формально вводится «нулевая координата» элементов:

$$(u_i^0)^2 = 1 + (u_i^1)^2 + (u_i^2)^2 + (u_i^3)^2 \,. \tag{20}$$

С учётом эффективной координаты (20) и замены переменных (19), выражение (15) представляется в виде

$$u_{ik} = u_i^0 u_k^0 - u_i^1 u_k^1 - u_i^2 u_k^2 - u_i^3 u_k^3 \equiv u^{\mu}_{(i)} u_{(k)\mu} \,, \tag{21}$$

то есть, в виде скалярного произведения 4-векторов с сигнатурой $(+---)$. Векторы u_i^{μ} интерпретируются как 4-скорости элементов (частиц). Элементы такой системы отношений можно представить как единичные векторы, концы которых лежат на гиперболоиде, отстоящем от начала координат на единицу (этот гиперболоид асимптотически приближается к изотропному конусу будущего).

Далее, подобно теоретико-полевому и геометрическому подходам, вводится действие системы частиц. В соответствии с дуалистическим характером реляционного подхода действие системы взаимодействующих частиц определяется в виде произведения двух функций от пространственно-временных и токовых отношений, конкретный вид которых приведён ниже.

Сформулируем теперь кратко постулаты реляционной теории на унарных системах отношений. Они являются обобщением реляционного подхода к описанию электромагнитного взаимодействия и гравитации, о котором пойдёт речь в следующих разделах.

1. Теория строится на системах отношений двух типов (18): пространственно-временных и токовых. Эти отношения удовлетворяют соответственно двум законам: закону ранга (6) с метрикой Минковского (16)–(17) и закону ранга (5), имеющему вид (14)–(15). Парным отношениям в (14) придаётся смысл скалярного произведения 4-скоростей (21).
2. Вводится так называемый прообраз действия в виде произведения двух функций: одной от пространственно-временных отношений, и другой от токовых. В общем случае прообраз действия представляется в виде

$$S_{(ik\ldots;js\ldots)} = C \cdot D^{(p)}_{ik\ldots,js\ldots} \cdot B^{(q)}_{ik\ldots} \,, \tag{22}$$

   где $B^{(q)}_{ik\ldots}$ — функция пространственно-временных отношений между q объектами, $D^{(p)}_{ik\ldots,js\ldots}$ — функция токовых отношений (смысл индекса p пояснён ниже), а C — некоторая константа. В рассмотренном ниже случае электродинамики имеем $p = 2$, $q = 2$; $B^{(2)}_{ik} = \delta(s^2(i,k))$; $D^{(2)}_{ik} = u_{ik} = u^{\mu}_{(i)} u_{(k)\mu}$; $C = -\hbar$. Функции $B^{(q)}_{ik\ldots}$ и $D^{(p)}_{ik\ldots,js\ldots}$ для случаев, рассмотренных в данной работе, строятся по аналогии с теориями прямого межчастичного взаимодействия, рассмотренными в части 1.
3. Постулируется, что *функция токовых отношений $D^{(p)}_{ik\ldots,js\ldots}$ представляет собой один из миноров определителя в закон* (14). В случае электромагнитного взаимодействия таковым является минор первого порядка $D^{(2)}_{ik} = u_{ik}$, т. е. одно отношение. В общем случае рассматриваются миноры высших порядков, причём не только диагональные (диагональ которых совпадает с главной диагональю (14)), но и все другие. Число p обозначает ранг используемого минора.
4. Из прообраза действия (22) получается действие интегрированием по мировым линиям частиц. В общем случае, когда в функции $B^{(q)}_{ik\ldots}$ участвует q объектов, интегрирование ведётся по q мировым линиям соответствующих

частиц. Далее с помощью вариационного принципа получаются уравнения движения.

3.3. Электромагнитное взаимодействие

Действие для электродинамики вводится в унарном реляционном подходе по аналогии с принципом Фоккера (1). Заметим, что в подынтегральном выражении (1) стоит произведение токов $j^{\mu}_{(i)} = e_i u^{\mu}_{(i)}$. Исходя из этого, реляционный прообраз действия (22) для электромагнитного взаимодействия записывается в виде:

$$\tilde{S}^{(e)}_{(ik)} = \tilde{u}_{ik} B^{(2)}_{ik} = \tilde{e}_i \tilde{e}_k u^{\mu}_{(i)} u_{(k)\mu} B^{(2)}_{ik} \,, \tag{23}$$

где $B^{(2)}_{ik}$ — некоторая функция от пространственно-временного отношения. Из сопоставления формулы (23) и принципа Фоккера (1) делается вывод, что в качестве $B^{(2)}_{ik}$ нужно взять дельта-функцию от квадрата интервала между событиями в двух точках:

$$B^{(2)}_{ik} = \delta\big(s^2(i,k)\big)\,. \tag{24}$$

В развиваемой теории можно перейти от идеализированных частиц к макрообъектам, состоящим из большого их числа, считая эти макрообъекты материальными точками. Для зарядов тел A и B имеем:

$$\tilde{q}_A = \sum_{(i\subset A)} \tilde{e}_i, \quad \tilde{q}_B = \sum_{(k\subset B)} \tilde{e}_k\,.$$

Переход к размерной величине заряда осуществляется с помощью соотношения для постоянной тонкой структуры:

$$\tilde{e}^2 = \frac{e^2}{\hbar c} \equiv \gamma_0\,. \tag{25}$$

Сопоставляя (23) и (1), можно найти также значение коэффициента C: $C = -\hbar$. Тогда для прообраза действия имеем:

$$S^{(e)}_{(ik)} = -\frac{q_i q_k}{c} u^{\mu}_{(i)} u_{(k)\mu} \delta\big(s^2(i,k)\big)\,. \tag{26}$$

Везде с тильдами пишутся безразмерные величины, а без тильд — размерные (кроме $B^{(2)}_{ik}$, которое всегда без тильды). Выражение для действия получается из прообраза (26) интегрированием по мировым линиям:

$$S^{(e)}(i,k) = \int\!\!\int S^{(e)}_{ik}\, \mathrm{d}s_i\, \mathrm{d}s_k\,. \tag{27}$$

Уравнение движения, получаемое из этого действия вариационной процедурой, очевидно, совпадает с общеизвестным уравнением (Лоренца) движения заряженной частицы.

Рассматривая миноры более высокого (второго и более) порядка в определителе (14), можно построить теорию прямого межчастичного гравитационного взаимодействия. Этому посвящена Часть II настоящей работы.

Литература

1. *Мах Э.* Механика: историко-критический очерк её развития. — Ижевск: Ижевск. республ. типогр., 2000. [*Makh Eh.* Mekhanika: istoriko-kriticheskiyj ocherk eyo razvitiya. — Izhevsk: Izhevsk. respubl. tipogr., 2000.]

2. *Wheeler J. A., Feynman R. P.* Classical Electrodynamics in Terms of Direct Interparticle Action // Rev. Mod. Phys. — 1949. — Vol. 24. — Pp. 425–433.
3. *Грановский Я. И., Пантюшин А. А.* К релятивистской теории тяготения // Изв. АН Каз. ССР, сер. физ-мат. — 1965. — № 2. — С. 65–69. [*Granovskiyj Ya. I., Pantyushin A. A.* K relyativistskoyj teorii tyagoteniya // Izv. AN Kaz. SSR, ser. fiz-mat. — 1965. — No 2. — S. 65–69.]
4. *Пантюшин А. А.* Теория прямого гравитационного взаимодействия тел // Сб. Гравитация и теория относительности. — 1969. — Т. 6. — С. 30–40. [*Pantyushin A. A.* Teoriya pryamogo gravitacionnogo vzaimodeyjstviya tel // Sb. Gravitaciya i teoriya otnositeljnosti. — 1969. — T. 6. — S. 30–40.]
5. *Жданов В. И., Пирагас К. А.* К проблеме двух тел в теории прямого гравитационного взаимодействия. I, II. // Acta Phys. Polonica. — 1972. — С. 585–619. [*Zhdanov V. I., Piragas K. A.* K probleme dvukh tel v teorii pryamogo gravitacionnogo vzaimodeyjstviya. I, II. // Acta Phys. Polonica. — 1972. — S. 585–619.]
6. *Владимиров Ю. С., Турыгин А. Ю.* Теория прямого межчастичного взаимодействия. — М.: Энергоатомиздат, 1986. [*Vladimirov Yu. S., Turihgin A. Yu.* Teoriya pryamogo mezhchastichnogo vzaimodeyjstviya. — M.: Ehnergoatomizdat, 1986.]
7. *Владимиров Ю. С.* Основания физики. — М.: Изд-во БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. [*Vladimirov Yu. S.* Osnovaniya fiziki. — M.: Izd-vo BINOM. Laboratoriya znaniyj, 2008.]
8. *Hoyle F., Narlikar J. V.* The C-field as a Direct Particle Field // Proc. Roy. Soc. — 1964. — Pp. 178–283.
9. *Hoyle F., Narlikar J. V.* On the Gravitational Influence of Direct Particle Fields // Proc. Roy. Soc. — 1964. — Pp. 184–190.
10. *Hoyle F., Narlikar J. V.* A New Theory of Gravitation // Proc. Roy. Soc. — 1964. — Pp. 191–207.
11. *Hoyle F., Narlikar J. V.* Cosmology and Action-at-a-Distance Electrodynamics // Proc. Mod. Phys. — 1995. — Vol. 67, No 1.
12. *Narlikar J. V.* Action at a Distance and Cosmology: a Historical Perspective // Annu. Rev. Astron. Astrophys. — 2003. — Vol. 41. — Pp. 169–189.
13. *Wheeler J. A., Feynman R. P.* Interaction with the Absorber as the Mechanism of Radiation // Rev. Mod. Phys. — 1945. — Vol. 17. — Pp. 157–181.
14. *Владимиров Ю. С.* Геометрофизика. — М.: Изд-во БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. [*Vladimirov Yu. S.* Geometrofizika. — M.: Izd-vo BINOM. Laboratoriya znaniyj, 2005.]
15. *Vladimirov Y. S.* Principles of a Unified Theory of Spacetime and Physical Interactions. — E-print, www.arXiv: hep-th/0111021v1, 2001. — 2001.
16. *Кулаков Ю. И.* Элементы теории физических структур (дополнение Г. Г. Михайличенко). — Новосибирск: Изд-во Новосиб. гос. ун-та, 1968. [*Kulakov Yu. I.* Ehlementih teorii fizicheskikh struktur (dopolnenie G. G. Mikhayjlichenko). — Novosibirsk: Izd-vo Novosib. gos. un-ta, 1968.]
17. *Кулаков Ю. И., Владимиров Ю. С., Карнаухов А. В.* Введение в теорию физических структур и бинарную геометрофизику. — М.: Изд-во Архмиед, 1991. [*Kulakov Yu. I., Vladimirov Yu. S., Karnaukhov A. V.* Vvedenie v teoriyu fizicheskikh struktur i binarnuyu geometrofiziku. — M.: Izd-vo Arkhmied, 1991.]
18. *Кулаков Ю. И.* Теория размерности физических величин. Ч. 1 // Вычислительные системы. — 1985. — № 110. — С. 52–88. [*Kulakov Yu. I.* Teoriya razmernosti fizicheskikh velichin. Ch. 1 // Vihchisliteljnihe sistemih. — 1985. — No 110. — S. 52–88.]
19. *Vladimirov Y. S.* Gravitational Interaction in the Relational Approach // Grav. and Cosmol. — 2008. — No 1(53). — Pp. 41–52.

UDC 530.1

Mach's Principle in the Hoyle–Narlikar Theory and in the Unary Relational Approach

Yu. S. Vladimirov, M. Yu. Romashka

Department of Theoretical Physics
Lomonosov Moscow State University
Vorobievy Gory, Moscow, 119899, Russia

In view of development of unary relational approach to description of physical interactions theories of direct interparticle action are discussed, that include the Fokker–Feynman–Wheeler electrodynamics, the theory of direct interparticle gravitational interaction, and the Hoyle–Narlikar theory of gravitation. These theories have several resemblances, main of which is implication of Mach's principle in them, according to which there is a relation between distribution of particles in the universe, their masses and gravitation constant. In the Hoyle–Narlikar theory and in the unary relational approach free action of a chosen particle is represented in the form of its interaction with the rest part of the whole universe. In present work correspondence between the Hoyle–Narlikar theory and the relational theory is set up, relation between their parameters is found, differences between these theories are pointed out, and relation between Mach's principle and cosmological coincidences is discussed.

Key words and phrases: Mach's principle, direct interparticle action, gravitation, electrodynamics, Hoyle-Narlikar theory, relational concept in physics, unary relational approach, cosmological coincidences.