

**Увеличение точности метода спектрального анализа****А. А. Любомудров, А. А. Башков***Кафедра «Компьютерные системы и технологии»  
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
Каширское шоссе, д. 31, 115409, Москва, Россия*

Предлагается подход к повышению точности измерения амплитуд синусоидальных составляющих в исследуемых сигналах. Увеличение точности достигается за счёт увеличения количества сканирующих синусоидальных сигналов.

**Ключевые слова:** спектральный анализ, точность, вспомогательные синус-сигналы.

Спектральный анализ достаточно широко используется при анализе сигнальной информации. Так, например, спектральный анализ применяется при автоматическом распознавании речи, распознавании шумов, подводной навигации, при анализе динамики сложных объектов. Поэтому разработка методов и средств спектрального анализа является одной из актуальных задач в области вычислительной техники.

Известен метод спектрального анализа сигналов, основанный на формуле:

$$\Phi(t, \omega, \varphi) = \left| \int_0^t F(\tau) \cdot \sin(\omega\tau + \varphi) d\tau \right|, \quad (1)$$

где  $F(\tau)$  — исследуемый сигнал,  $\sin(\omega\tau + \varphi)$  — сканирующий синусоидальный сигнал с циклической частотой  $\omega$  и начальной фазой  $\varphi$ , которая (начальная фаза) подлежит подбору [1].

Недостатком метода спектрального анализа, основанного на формуле (1), является необходимость подбора величины начальной фазы.

В [2] предлагается усовершенствование этого метода спектрального анализа. Усовершенствование достигается за счёт использования в формуле (1) двух сканирующих синусоидальных сигналов с начальными фазами, отличающимися на величину  $\Delta = \pm\pi/2$ . При этом формула (1) преобразуется к виду (2)

$$\Phi(t, \omega, \varphi) = \left| \int_0^t F(\tau) \cdot \sin(\omega\tau + \varphi) d\tau \right| + \left| \int_0^t F(\tau) \cdot \sin(\omega\tau + \varphi + \Delta) d\tau \right|. \quad (2)$$

Метод спектрального анализа, основанный на формуле (2), не требует подбора величины начальной фазы  $\varphi$ , позволяет уверенно фиксировать в исследуемом сигнале синусоидальные составляющие с частотой  $\omega$  и измерять амплитуды этих составляющих с относительной погрешностью  $\delta \approx 21\%$ . Однако точность измерения амплитуд гармонических составляющих с относительной погрешностью  $\delta \approx 21\%$  может быть недостаточной для некоторых практических приложений.

Предлагается дальнейшее усовершенствование метода спектрального анализа, основанного на формуле (1). Усовершенствование достигается за счёт использования в (1) соответственно четырёх, шести и восьми сканирующих синусоидальных сигналов, начальные фазы которых отличаются на некоторую постоянную величину, равную при четырёх сканирующих синусоидальных сигналах  $\Delta_1 = \pi/4$ , при

шести сканирующих сигналах  $\Delta 2 = \pi/6$ , при восьми  $\Delta 3 = \pi/8$ . При этом подходе формула (2) записи амплитудного спектра  $\Phi(t, \omega, \varphi)$  принимает следующий вид

$$\begin{aligned} \Phi(t, \omega, \varphi) = & \\ = & \left| \int_0^t F(\tau) \cdot \sin\left(\omega\tau + \varphi + \frac{0 \cdot \pi}{4}\right) d\tau \right| + \left| \int_0^t F(\tau) \cdot \sin\left(\omega\tau + \varphi + \frac{2 \cdot \pi}{4}\right) d\tau \right| + \\ & + \left| \int_0^t F(\tau) \cdot \sin\left(\omega\tau + \varphi + \frac{1 \cdot \pi}{4}\right) d\tau \right| + \left| \int_0^t F(\tau) \cdot \sin\left(\omega\tau + \varphi + \frac{3 \cdot \pi}{4}\right) d\tau \right|, \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi(t, \omega, \varphi) = & \\ = & \left| \int_0^t F(\tau) \cdot \sin\left(\omega\tau + \varphi + \frac{0 \cdot \pi}{6}\right) d\tau \right| + \left| \int_0^t F(\tau) \cdot \sin\left(\omega\tau + \varphi + \frac{3 \cdot \pi}{6}\right) d\tau \right| + \\ & + \left| \int_0^t F(\tau) \cdot \sin\left(\omega\tau + \varphi + \frac{1 \cdot \pi}{6}\right) d\tau \right| + \left| \int_0^t F(\tau) \cdot \sin\left(\omega\tau + \varphi + \frac{4 \cdot \pi}{6}\right) d\tau \right| + \\ & + \left| \int_0^t F(\tau) \cdot \sin\left(\omega\tau + \varphi + \frac{2 \cdot \pi}{6}\right) d\tau \right| + \left| \int_0^t F(\tau) \cdot \sin\left(\omega\tau + \varphi + \frac{5 \cdot \pi}{6}\right) d\tau \right|, \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi(t, \omega, \varphi) = & \\ = & \left| \int_0^t F(\tau) \cdot \sin\left(\omega\tau + \varphi + \frac{0 \cdot \pi}{8}\right) d\tau \right| + \left| \int_0^t F(\tau) \cdot \sin\left(\omega\tau + \varphi + \frac{4 \cdot \pi}{8}\right) d\tau \right| + \\ & + \left| \int_0^t F(\tau) \cdot \sin\left(\omega\tau + \varphi + \frac{1 \cdot \pi}{8}\right) d\tau \right| + \left| \int_0^t F(\tau) \cdot \sin\left(\omega\tau + \varphi + \frac{5 \cdot \pi}{8}\right) d\tau \right| + \\ & + \left| \int_0^t F(\tau) \cdot \sin\left(\omega\tau + \varphi + \frac{2 \cdot \pi}{8}\right) d\tau \right| + \left| \int_0^t F(\tau) \cdot \sin\left(\omega\tau + \varphi + \frac{6 \cdot \pi}{8}\right) d\tau \right| + \\ & + \left| \int_0^t F(\tau) \cdot \sin\left(\omega\tau + \varphi + \frac{3 \cdot \pi}{8}\right) d\tau \right| + \left| \int_0^t F(\tau) \cdot \sin\left(\omega\tau + \varphi + \frac{7 \cdot \pi}{8}\right) d\tau \right|. \quad (5) \end{aligned}$$

С целью дополнительной проверки справедливости рассмотренного подхода к увеличению точности определения величин амплитуд синусоидальных составляющих в исследуемых сигналах выполнялось моделирование.

При моделировании исследуемый сигнал  $F(\tau)$  представлял собой смесь из трёх гармонических составляющих с частотами  $f_1 = 500$  Гц,  $f_2 = 700$  Гц и  $f_3 = 900$  Гц и имел, соответственно, следующий вид:

$$F(\tau) = \sin(2\pi \cdot 500\tau) + \sin(2\pi \cdot 700\tau) + \sin(2\pi \cdot 900\tau).$$

Время наблюдения  $t$  при моделировании полагалось равным 1 с. Шаг изменения частот  $\Delta f = \Delta(2\pi/\omega)$  при формировании спектра полагался равным

$\Delta f = 0,01$  Гц. Шаг квантования по переменной интегрирования  $\tau$  полагался равным  $\Delta\tau = 10^{-5}$  с. В качестве метода численного интегрирования использовался метод Симпсона (метод парабол).

Моделирование подтвердило увеличение точности определения величин амплитуд гармонических составляющих за счёт введения большего количества сканирующих синусоидальных сигналов в соответствии с формулами (3), (4) и (5). Так, при наличии четырёх сканирующих синусоидальных сигналов амплитуды гармонических составляющих в исследуемом сигнале  $F(\tau)$  фиксировались без подбора начальной фазы  $\varphi$  с относительной погрешностью  $\delta \approx 5\%$ , при шести сканирующих сигналах амплитуды фиксировались с относительной погрешностью  $\delta \approx 3\%$  и при восьми с относительной погрешностью  $\delta \approx 2\%$ .

При указанных параметрах моделирования относительная погрешность  $\delta_f$  определения частот гармонических составляющих с использованием формул (2), (3), (4), (5) имеет величину  $\delta_f \approx 0,3\%$ .

### Литература

1. Харкевич А. А. Спектры и анализ. — М.: Изд-во физ-мат. литер., 1962. — 111 с. [Kharkevich A. A. Spekttri i analiz. — M.: Izd-vo fiz-mat. liter., 1962. — 111 s.]
2. Любомудров А. А. Метод спектрального анализа // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». — 2010. — № 4. — С. 133–135. [Lyubomudrov A. A. Metod spektraljnogo analiza // Vestnik RUDN. Seriya «Matematika. Informatika. Fizika». — 2010. — No 4. — S. 133–135.]

UDC 53.082

### The Accuracy Increasing of the Spectrum Analysis Method

A. A. Lyubomudrov, A. A. Bashkov

*Computer Systems and Technologies Department  
National Research Nuclear University "MEPhI"  
31, Kashirskaya str., 115409, Moscow, Russia*

The approach for the increasing measurement accuracy of sine signal amplitudes is suggested. The accuracy increase was achieved by using enlarged number of auxiliary sine signals.

**Key words and phrases:** spectrum analysis, accuracy, auxiliary sine signals.