УДК 530.1

Принцип Маха в теории Хойла–Нарликара и в унарном реляционном подходе. Часть II

Ю. С. Владимиров, М. Ю. Ромашка

Кафедра теоретической физики
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Россия, 119899, Москва, Воробьевы Горы

В связи с развитием унарного реляционного подхода к описанию физических взаимодействий обсуждены теории прямого межчастичного взаимодействия, к которым относятся электродинамика Фоккера–Фейнмана–Уилера, теория прямого межчастичного гравитационного взаимодействия и теория гравитации Хойла–Нарликара. Названные теории имеют ряд сходств, главным из которых является использование в них принципа Маха, согласно которому существует связь между распределением частиц во Вселенной, их массами и гравитационной постоянной. В теории Хойла–Нарликара и в унарном реляционном подходе свободное действие выделенной частицы представляется в виде ее взаимодействия со всем окружающим миром. В работе установлено соответствие между теорией Хойла–Нарликара и реляционной теорией, связь между их параметрами, указаны различия между этими теориями, а также обсуждена связь принципа Маха с космологическими совпадениями.

Ключевые слова: Принцип Маха, прямое межчастичное взаимодействие, гравитация, электродинамика, теория Хойла–Нарликара, реляционное направление в физике, унарный реляционный подход, космологические совпадения.

1. Унарный реляционный подход и сравнение с теорией Хойла–Нарликара (продолжение)

1.1. Сводка некоторых результатов первой части статьи

Приведём здесь некоторые результаты, которые были изложены в первой части данной работы [1] и будут необходимы для дальнейшего изложения. Напомним, что в первой части были рассмотрены: теории прямого межчастичного электромагнитного и гравитационного взаимодействия [2], теория Хойла–Нарликара, основные положения унарного реляционного подхода и описание электромагнетизма в этом подходе [3]. Вторая часть данной работы посвящена описанию гравитации в рамках унарного реляционного подхода. Все обозначения соответствуют введённым в первой части работы.

1. Действие в теории прямого межчастичного линеаризованного гравитационного взаимодействия записывается в виде:

$$S_{f+g} = -c\sum_i m_i \int \mathrm{d}s_i + \frac{G}{2c}\sum_i \sum_{k\neq i} m_i m_k \iint u^{\mu}_{(i)} u^{\nu}_{(i)} \times$$
$$\times \left(\eta_{\mu\alpha}\eta_{\nu\beta} + \eta_{\mu\beta}\eta_{\nu\alpha} - \eta_{\mu\nu}\eta_{\alpha\beta}\right) u^{\alpha}_{(k)} u^{\beta}_{(k)} \delta\big(s^2(i,k)\big)\,\mathrm{d}s_i\,\mathrm{d}s_k\,. \quad (1)$$

2. В теории Хойла–Нарликара действие имеет вид:

$$J = -\frac{1}{2}\sum_a \int m_a\,\mathrm{d}s_a = \lambda \sum_{a<b} \iint \tilde{G}(A,B)\,\mathrm{d}s_a\,\mathrm{d}s_b\,, \quad (2)$$

Статья поступила в редакцию 10 февраля 2011 г.

где λ — константа связи, а $\tilde{G}(A,B)$ — скалярная функция Грина, такая, что $\tilde{G}(A,B) = \tilde{G}(B,A)$. Суммарная массовая функция частицы a в точке x определяется как

$$m_a(x) = -\lambda \sum_{b \neq a} \int \tilde{G}(X,B)\,\mathrm{d}s_b\,. \tag{3}$$

Одним из следствий теории Хойла–Нарликара в *приближении квазиоднородной среды* является выражение для гравитационной постоянной:

$$G = \frac{\lambda c^2}{8\pi\mu m_0^2}\,. \tag{4}$$

3. Унарный подход основывается на системах отношений двух типов: пространственно–временные и токовые отношения. Пространственно–временные отношения подчиняются закону унарных систем вещественных отношений (УСВО) ранга 6, соответствующему геометрии Минковского:

$$\Phi_{(6)} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & s^2_{ik} & s^2_{ia} & s^2_{ib} & s^2_{ic} & s^2_{id} \\ 1 & s^2_{ki} & 0 & s^2_{ka} & s^2_{kb} & s^2_{kc} & s^2_{kd} \\ 1 & s^2_{ai} & s^2_{ak} & 0 & s^2_{ab} & s^2_{ac} & s^2_{ad} \\ 1 & s^2_{bi} & s^2_{bk} & s^2_{ba} & 0 & s^2_{bc} & s^2_{bd} \\ 1 & s^2_{ci} & s^2_{ck} & s^2_{ca} & s^2_{cb} & 0 & s^2_{cd} \\ 1 & s^2_{di} & s^2_{dk} & s^2_{da} & s^2_{db} & s^2_{dc} & 0 \end{vmatrix} = 0\,, \tag{5}$$

где отношения имеют смысл квадратов интервалов между парами точек-событий:

$$s^2_{ik} = (x^0_i - x^0_k)^2 - \sum_{l=1}^{3} (x^l_i - x^l_k)^2\,. \tag{6}$$

Токовые отношения соответствуют закону УСВО ранга 5, имеющему вид равенства нулю определителя Грама:

$$\Phi_{(5)} = \begin{vmatrix} \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{ab} & \tilde{u}_{ac} & \tilde{u}_{ad} & \tilde{u}_{ae} \\ \tilde{u}_{ba} & \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{bc} & \tilde{u}_{bd} & \tilde{u}_{be} \\ \tilde{u}_{ca} & \tilde{u}_{cb} & \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{cd} & \tilde{u}_{ce} \\ \tilde{u}_{da} & \tilde{u}_{db} & \tilde{u}_{dc} & \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{de} \\ \tilde{u}_{ea} & \tilde{u}_{eb} & \tilde{u}_{ec} & \tilde{u}_{ed} & \tilde{e}^2 \end{vmatrix} = 0\,, \tag{7}$$

где $\tilde{e}^2$ — некоторая константа, а парные отношения $\tilde{u}_{ik}$ могут быть выражены через параметры элементов $\tilde{u}^1_i$, $\tilde{u}^2_i$, $\tilde{u}^3_i$; $\tilde{u}^1_k$, $\tilde{u}^2_k$, $\tilde{u}^3_k$ одним из четырёх способов, соответствующих различным сигнатурам. Выделим наиболее интересный для дальнейшего случай, соответствующий гиперболической 3-мерной геометрии Лобачевского (геометрии постоянной отрицательной кривизны):

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{ik} = {} & -\tilde{u}^1_i\tilde{u}^1_k - \tilde{u}^2_i\tilde{u}^2_k - \tilde{u}^3_i\tilde{u}^3_k + \\ & + \sqrt{[\tilde{e}^2 + (\tilde{u}^1_i)^2 + (\tilde{u}^2_i)^2 + (\tilde{u}^3_i)^2][\tilde{e}^2 + (\tilde{u}^1_k)^2 + (\tilde{u}^2_k)^2 + (\tilde{u}^3_k)^2]}\,. \end{aligned} \tag{8}$$

4. В унарном подходе в выражении (7) производится замена переменных (конформное преобразование), которая приводит правую часть к виду определителя

с единицами на главной диагонали. Конформные факторы разных элементов могут отличаться друг от друга лишь знаком. Предлагается их интерпретировать (с точностью до размерного множителя) как электрические заряды частиц. Замена переменных имеет вид

$$\tilde{u}_{ik} = \tilde{e}_i \tilde{e}_k u_{ik}\,, \tag{9}$$

и полагается, что в данной модели заряды всех частиц равны по модулю: $|\tilde{e}_i| = |\tilde{e}_k| = \tilde{e}$. При этом парные отношения трактуются как скалярные произведения векторов, характеризующие элементы множества. Для этого формально вводится «нулевая координата» элементов:

$$(u_i^0)^2 = 1 + (u_i^1)^2 + (u_i^2)^2 + (u_i^3)^2. \tag{10}$$

С учетом эффективной координаты (10) и замены переменных (9) выражение (8) представляется в виде

$$u_{ik} = u_i^0 u_k^0 - u_i^1 u_k^1 - u_i^2 u_k^2 - u_i^3 u_k^3 \equiv u^{\mu}_{(i)} u_{(k)\mu}\,, \tag{11}$$

т.е. в виде скалярного произведения 4-векторов с сигнатурой $(+ - - -)$. Векторы u_i^{μ} интерпретируются как 4-скорости элементов (частиц в некоторых точках своих мировых линий). Элементы такой системы отношений можно представить как единичные векторы, концы которых лежат на гиперболоиде, отстоящем от начала координат на единицу (этот гиперболоид асимптотически приближается к изотропному конусу будущего).

5. Переход от безразмерной величины электрического заряда к размерной осуществляется с помощью соотношения для постоянной тонкой структуры:

$$\tilde{e}^2 = \frac{e^2}{\hbar c} \equiv \gamma_0\,. \tag{12}$$

6. Унарный подход строится на основе вариационного принципа. В соответствии с дуалистическим характером этого подхода действие системы взаимодействующих частиц включает в себя две функции: одну — от пространственно–временных и другую — от токовых отношений. Для этого вводится так называемый прообраз действия в виде произведения функций пространственно–временных и токовых отношений, который в общем случае представляется в виде

$$S_{(ik\ldots;js\ldots)} = C \cdot D^{(p)}_{ik\ldots,js\ldots} \cdot B^{(q)}_{ik\ldots}\,, \tag{13}$$

где $B^{(q)}_{ik\ldots}$ — функция пространственно–временных отношений между q объектами, $D^{(p)}_{ik\ldots,js\ldots}$ — функция токовых отношений (смысл индекса p пояснён ниже), а C — некоторая константа. В рассмотренном в [1] случае электродинамики имеем $p = 2$, $q = 2$; $B^{(2)}_{ik} = \delta\big(s^2(i,k)\big)$; $D^{(2)}_{ik} = u_{ik} = u^{\mu}_{(i)} u_{(k)\mu}$; $C = -\hbar$. Функции $B^{(q)}_{ik\ldots}$ и $D^{(p)}_{ik\ldots,js\ldots}$ для случаев, рассмотренных в данной работе, строятся по аналогии с теориями прямого межчастичного взаимодействия (которые кратко рассмотрены в [1]).

7. Постулируется, что *функция токовых отношений* $D^{(p)}_{ik\ldots,js\ldots}$ *представляет собой один из миноров определителя в законе* (7). В случае электромагнитного взаимодействия таковым является минор первого порядка $D^{(2)}_{ik} = u_{ik}$, т. е. одно отношение. В общем случае рассматриваются миноры высших порядков, причём не только диагональные (диагональ которых совпадает с главной диагональю (7)), но и все другие. Число p обозначает ранг используемого минора.

8. Из прообраза действия (13) получается действие интегрированием по мировым линиям частиц. В общем случае, когда в функции $B^{(q)}_{ik\ldots}$ участвует q объектов,

интегрирование ведётся по q мировым линиям соответствующих частиц. Далее с помощью вариационного принципа получаются уравнения движения.

1.2. Линеаризованное гравитационное взаимодействие и свободное действие

В развиваемом здесь реляционном подходе на унарных системах отношений гравитационное взаимодействие имеет вторичный, производный от электромагнитного взаимодействия характер[1]. Формально это выражается в том, что электродинамика строится с помощью миноров первого порядка в законе (7), а теория гравитации — с помощью диагональных миноров 2-го, 3-го и 4-го порядков. В частности, линеаризованное гравитационное взаимодействие описывается диагональными минорами следующего, второго порядка в определителе мирового закона (7) [8].

Для двух частиц, описываемых элементами i и k, токовую функцию в (13) можно определить как следующее парное отношение (минор второго порядка):

$$D^{(2)}_{ik} = \begin{vmatrix} \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{ik} \\ \tilde{u}_{ki} & \tilde{e}^2 \end{vmatrix}. \tag{14}$$

Поскольку здесь, по-прежнему, рассматриваются парные отношения элементов, то в выражении для прообраза действия следует ожидать прежнее выражение для координатной функции $B^{(2)}_{ik}$. Таким образом, прообраз действия записывается в виде

$$\tilde{S}^{(g)}_{ik} = C \cdot D^{(2)}_{ik} \cdot B^{(2)}_{ik}\,, \tag{15}$$

где C — некоторая константа.

Расписывая определитель (14) с учетом (9) и (11)) и переходя к размерным величинам с помощью (12), прообраз действия (15) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} S^{(g)}_{(ik)} = C\frac{e_i^2 e_k^2}{\hbar^2 c^2}(1 - u_{ik}u_{ki})B^{(2)}_{ik} = \\ = -\frac{C}{2}\frac{e_i^2 e_k^2}{\hbar^2 c^2} u^{\mu}_{(i)} u^{\nu}_{(i)} (\eta_{\mu\alpha}\eta_{\nu\beta} + \eta_{\mu\beta}\eta_{\nu\alpha} - 2\eta_{\mu\nu}\eta_{\alpha\beta}) u^{\alpha}_{(k)} u^{\beta}_{(k)} \delta\big(s^2(i,k)\big)\,, \end{aligned} \tag{16}$$

где $\eta_{\mu\nu}$ — метрический тензор пространства Минковского. Поскольку действие имеет размерность постоянной Планка, константа C в (16) также имеет размерность постоянной Планка, и её можно переписать в виде $C = -2\hbar C_2$, где C_2 — уже *безразмерная* константа.

Сопоставим полученное выражение (16) с действием линеаризованной теории гравитации (1). Правая часть (16) совпадает с подынтегральным выражением в (1) с точностью до коэффициента 2 перед последним слагаемым в скобках. Однако действие (1) имеет ещё дополнительный член — свободное действие, и можно предположить, что эти члены можно объединить под одним интегралом (подобно тому, как это сделано в теории Хойла–Нарликара). Более того, отсюда вытекает возможность реализации идеи о связи гравитации и электромагнетизма [1, 4]. Выражение (16) можно привести к виду (1), если допустить, что *массы идеализированных частиц пропорциональны квадратам их зарядов*, т.е. в безразмерных единицах можно записать $\tilde{e}_i^2 = \tilde{m}_i$. Соотношение между размерными массами и зарядами следует из сопоставления (1) и (16). Сопоставляя выражение (16) без коэффициента 2 в последнем слагаемом в скобках с гравитационной частью действия (1) и учитывая, что (1) записано для полной системы частиц, а (16) — для

[1]О вторичном характере гравитации высказывали предположения некоторые теоретики, работая в рамках других подходов [4–7]

выделенной пары частиц, имеем:

$$G\frac{m_1 m_2}{c} = C_2\frac{e^4}{\hbar c^2}\,. \tag{17}$$

Полагая массы идеализированных частиц одинаковыми ($m_1 = m_2 = m$), отсюда находим

$$m = \frac{\sqrt{C_2}e^2}{\sqrt{G\hbar c}} = \sqrt{C_2}\left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)\sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = \sqrt{C_2}\gamma_0 m_{Pl}, \tag{18}$$

где $m_{Pl} = \sqrt{\hbar c/G} \approx 10^{-5}$ г — планковская масса.

Таким образом, в данном подходе масса идеализированных частиц определяется произведением планковской массы, постоянной тонкой структуры и квадратного корня из безразмерного коэффициента C_2. Выбором значения C_2 можно добиться любого значения массы частицы. Для случая нуклона нужно положить $C_2 \approx 10^{-36}$. Следовательно, коэффициент C_2 играет роль перенормирующего фактора, переводящего значение планковской массы в наблюдаемое значение. Это аналогично процедуре перенормировки планковских масс в многомерных геометрических моделях физических взаимодействий типа Калуцы. Отметим, что в случае нуклона $C_2\gamma_0^2 \approx 1/\sqrt{N}$, где $N \sim 10^{80}$ — число Эддингтона, приблизительно равное по порядку величины числу частиц во Вселенной [8–11].

Массы макротел в данной модели рассматриваются как суммы масс составляющих тело микрочастиц, т. е., как и в случае электромагнитного взаимодействия, имеем

$$q_A = \sum_{i\subset A} e_i \quad \leftrightarrow \quad m_A = \sqrt{\frac{C_2}{G\hbar c}}\sum_{i\subset A} e_i^2\,. \tag{19}$$

Теперь покажем, как можно представить свободное действие в (1) в виде части действия, получаемого из (16). Опираясь на принцип Маха, естественно предположить, что *свободное действие выделенной частицы представляет собой взаимодействие этой частицы со всем окружающим миром.* Исходя из этого, преобразуем гравитационную часть действия (1). Учитывая, что $u^\mu_{(i)}u_{(i)\mu} = 1$, можно записать:

$$S_g = \frac{G}{c}\sum_i m_i\int \mathrm{d}s_i \sum_{k\neq i} m_k\int (u^\mu_{(i)}u_{(k)\mu})^2\delta\big(s^2(i,k)\big)\,\mathrm{d}s_k - \\ - \frac{G}{2c}\sum_i m_i\int \mathrm{d}s_i\sum_{k\neq i} m_k\int\delta\big(s^2(i,k)\big)\,\mathrm{d}s_k\,. \tag{20}$$

Внутренняя сумма в последнем выражении (20) выражает самую простую форму взаимодействия выделенной частицы i со всеми остальными частицами. Предположим, что **сумма вкладов всех частиц мира определяет гравитационную константу посредством следующего соотношения:**

$$\sum_{k\neq i} m_k\int\delta\big(s^2(i,k)\big)\,\mathrm{d}s_k = K\frac{c^2}{G}\,, \tag{21}$$

где K — некоторый безразмерный коэффициент. Тогда (20)) принимает вид

$$S_g = \frac{G}{c}\sum_i m_i\int\mathrm{d}s_i\sum_{k\neq i} m_k\int\big(u^\mu_{(i)}u_{(k)\mu}\big)^2\delta\big(s^2(i,k)\big)\,\mathrm{d}s_k - \frac{K}{2}c\sum_i m_i\int\mathrm{d}s_i\,. \tag{22}$$

При сделанном предположении второй член в правой части (22) с точностью до коэффициента совпадает со свободным действием. Последнее позволяет записать свободное и гравитационное действие в виде одного двойного интеграла:

$$S_{f+g} = \frac{G}{2c} \sum_i \sum_{k \neq i} m_i m_k \iint u^{\mu}_{(i)} u^{\nu}_{(i)} \times \\ \times \left(\eta_{\mu\alpha}\eta_{\nu\beta} + \eta_{\mu\beta}\eta_{\nu\alpha} - \left(1 + \frac{2}{K}\right) \eta_{\mu\nu}\eta_{\alpha\beta} \right) u^{\alpha}_{(k)} u^{\beta}_{(k)} \delta\bigl(s^2(i,k)\bigr) \, \mathrm{d}s_i \, \mathrm{d}s_k \, . \quad (23)$$

Теперь становится ясно, что прообраз действия (16) в точности соответствует полному действию теории линеаризованного прямого гравитационного взаимодействия (в первом порядке по константе G), если положить

$$1 + 2/K = 2 \quad \Rightarrow \quad K = 2 \, . \quad (24)$$

Таким образом продемонстрировано, что линеаризованная теория гравитации, описанная в части I, соответствует (в первом порядке по константе G) унарному подходу в случае, когда в роли функции токовых отношений в (13) выступает минор второго порядка (14)). Коэффициент 2 в выражении (16) позволил объединить гравитационное и свободное действие в одном этом выражении, при условии учёта принципа Маха в виде (21).

Для построения в рамках унарного реляционного подхода нелинейной теории гравитации, содержащей высшие порядки по константе G, а также для более подробного изучения связи между гравитацией и электромагнетизмом, нужно рассматривать остальные миноры в определителе (7), в том числе миноры высших порядков. Это означает, что в рамках унарного реляционного подхода можно ожидать отличие получаемых результатов от теории Эйнштейна. Это связано с тем, что, как показано в [11], теория Эйнштейна полностью эквивалентна теории прямого межчастичного гравитационного взаимодействия, которая строится итерационным методом и содержит бесконечное число итераций при построении эффективной метрики. В то же время в унарном реляционном подходе участвует *конечное* число миноров определителя (7). Более того, унарный подход описывает гравитацию и электромагнетизм с помощью объектов одного рода, чего нет в классической теории гравитации.

Унарный подход описывает идеализированные частицы только одного типа, которые могут отличаться друг от друга лишь знаком заряда (т.е. всего два сорта частиц). Это допустимо для классической макроскопической теории, где несущественны детальные свойства частиц, составляющих тела. Все взаимодействия в такой теории определяются двумя величинами — массой и зарядом, поэтому можно допустить, что все макроскопические тела «сконструированы» из двух видов частиц с одинаковыми массами и противоположными по знаку зарядами.

1.3. Сравнение формулировок принципа Маха в унарном реляционном подходе и теории Хойла–Нарликара. Связь с космологическими совпадениями

Поскольку теория Хойла–Нарликара является нелинейной, а изложенный здесь унарный подход соответствует линеаризованной теории гравитации, их нельзя сравнивать однозначно. Можно было бы линеаризовать теорию Хойла–Нарликара, но, поскольку она (в приближении «квазиоднородной среды») приводит к уравнению Эйнштейна классической теории гравитации, результат известен заранее. Он совпадает с линеаризованной теорией, изложенной в части I [1]. Интересно, однако, сравнить их с точки зрения принципа Маха и определения константы G. Она определяется формулами (4) и (21), однако в теории Хойла–Нарликара присутствуют параметры λ и μ, а в (21) стоит интеграл, зависящий от распределения масс во Вселенной (но одинаковый для всех частиц). В частном (предельном) случае плоской метрики Минковского в теории Хойла–Нарликара имеем (как следует из уравнения для функции Грина, записанной в части I [1])

$\tilde{G}(A, B) = -\frac{1}{4\pi}\delta\big(s^2(i, k)\big)$. Если массы всех частиц при этом считаются одинаковыми константами m, то принцип Маха (3), с учётом (4), принимает вид

$$\sum_{k\neq i}\int \delta\big(s^2(i, k)\big)\,\mathrm{d}s_k = \frac{c^2}{2\mu Gm}\,. \tag{25}$$

Легко видеть, что эта запись аналогична принципу Маха в линеаризованной теории гравитации и унарном подходе (21), который можно переписать в виде

$$\sum_{k\neq i}\int \delta\big(s^2(i, k)\big)\,\mathrm{d}s_k = \frac{Kc^2}{Gm}\,. \tag{26}$$

Отсюда видно, что в случае плоской метрики Минковского принцип Маха записывается в **эквивалентном** виде в этих двух теориях, если параметры связаны соотношением

$$K = 1/2\mu\,. \tag{27}$$

Таким образом, в рассмотренных выше теориях принцип Маха записывается в виде соотношения, содержащего в себе интегралы вида $\int \delta\big(s^2(i, k)\big)\,\mathrm{d}s_k$, где i — некоторая фиксированная точка пространства–времени Минковского (соответствующая одному «событию», произошедшему с частицей i), а интегрирование ведется по всей мировой линии другой частицы k. Рассматривая этот интеграл как криволинейный интеграл первого рода в пространстве Минковского, левые части формул (25) и (26) можно представить в виде:

$$\sum_{k\neq i}\int \delta\big(s^2(i, k)\big)\,\mathrm{d}s_k = -\frac{1}{2}\sum_{k\neq i}\left[\left.\frac{1}{u_{k\lambda}(x_i^\lambda - x_k^\lambda)}\right|_{t=-\frac{r}{c}} + \left.\frac{1}{u_{k\lambda}(x_i^\lambda - x_k^\lambda)}\right|_{t=+\frac{r}{c}}\right], \tag{28}$$

где x_k^λ — координаты точки пересечения мировой линии частицы k со световыми конусами прошлого и будущего события i (первое и второе слагаемое в квадратных скобках соответственно), а $u_{k\lambda}$ — компоненты 4-скорости частицы k в этой точке. Суммирование ведётся по всем частицам k окружающего мира. Характерно, что вклады в интегралы вносит лишь дискретный набор точек пересечения мировых линий со световыми конусами.

В теории Хойла–Нарликара в приближении квазиоднородной среды правая часть формулы (25) является константой (поскольку гравитационная постоянная в ней — константа). Следовательно, левая и правая части формулы (28) также являются постоянными величинами, *одинаковыми для любой точки мировой линии любой выбранной частицы* i.

Если приближённо считать, что частицы распределены по объёму вселенной равномерно, а их скорости много меньше скорости света, то для (28) справедлива оценка

$$\sum_{k\neq i}\int \delta\big(s^2(i, k)\big)\,\mathrm{d}s_k \sim \frac{N}{R}\,, \tag{29}$$

где N — число частиц во вселенной, R — радиус вселенной. Тогда из (25) и (26) следует

$$\frac{c^2}{Gm} \sim \frac{N}{R}\,. \tag{30}$$

В выражении (30) фундаментальные константы оказались связанными с числом частиц во вселенной и её радиусом. В работах Вейля [8, 11], Дирака [9], Эддингтона [10] и ряда других авторов даётся оценка $N \sim 10^{80}$ и рассматриваются так называемые космологические совпадения, к которым относятся соотношения нескольких типов.

1. *Видимый горизонт вселенной приближённо совпадает с её гравитационным радиусом:*

$$R \sim \frac{2GM}{c^2} = \frac{2Gm}{c^2} N \equiv R_g \,. \tag{31}$$

Здесь M — масса вселенной, m — масса одной частицы. Обычно в качестве характерной величины m принимают массу нуклона. Легко видеть, что (31) следует из (30). Таким образом, *соотношение* (31) *оказалось обоснованным с помощью принципа Маха.* Интересно отметить, что нерелятивистский предел рассмотренной выше формулировки принципа Маха рассматривался в работе [12].

2. *Отношение сил кулоновского и гравитационного взаимодействия двух частиц с зарядом* $\pm e$ *по порядку величины равно* [8–11]

$$\frac{e^2}{Gm^2} \sim \sqrt{N} \,. \tag{32}$$

Здесь в качестве массы m может фигурировать как масса протона, так и масса электрона (или их среднее геометрическое). Отличие будет несущественным по порядку величины по сравнению с большим числом $\sqrt{N}$.

3. К третьему типу космологических совпадений относится так называемая *формула Эддингтона*:

$$R \sim r\sqrt{N} \,, \tag{33}$$

где R — радиус вселенной, а $r = e^2/m_e c^2$ — классический радиус электрона. Соотношения типа (33) связывают характеристики микромира и вселенной в целом.

Космологические совпадения типа 2 и 3 не обосновываются в рамках данной работы, однако можно отметить следующую связь между ними. Соотношения (32) и (33) выводятся друг из друга, если считать верным соотношение (30). Действительно,

$$\frac{N}{R} \sim \frac{c^2}{Gm} = \frac{e^2}{Gm^2}\frac{mc^2}{e^2} = \frac{e^2}{Gm^2}\frac{1}{r} \,.$$

Из последнего соотношения следует, что (32) и (33) являются следствиями друг друга.

2. Заключение

При сопоставлении унарного подхода, теории Хойла–Нарликара и линеаризованной теории гравитации получены следующие результаты:

1. Показано, что математическая формулировка принципа Маха в теории Хойла–Нарликара (формула (3)) в приближении квазиоднородной среды в частном случае метрики Минковского эквивалентна таковой в унарном реляционном подходе (формула (21)). Поскольку теория Хойла–Нарликара в приближении квазиоднородной среды приводит к уравнению, совпадающему с уравнением Эйнштейна, данный результат подтверждает справедливость концепции унарного реляционного подхода.
2. Принцип Маха в виде (21) позволяет выразить значение гравитационной постоянной через распределение частиц во вселенной, тогда как массы всех идеализированных частиц в данных подходах считаются одинаковыми.
3. Установлено взаимное соответствие параметров теории Хойла–Нарликара и унарного реляционного подхода (формула (27)).
4. Произведена оценка интеграла в выражении для принципа Маха (21) и показана связь этого выражения с космологическими совпадениями. В частности, показано, что совпадение видимого горизонта вселенной с её гравитационным радиусом является следствием принципа Маха.

Литература

1. *Владимиров Ю. С., Ромашка М. Ю.* Принцип Маха в теории Хойла–Нарликара и в унарном реляционном подходе. Часть I // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». — 2011. — № 1. — С. 121–133. [*Vladimirov Yu. S., Romashka M. Yu.* Princip Makha v teorii Khoyjla–Narlikara i v unarnom relyacionnom podkhode. Chastj I // Vestnik RUDN. Seriya «Matematika. Informatika. Fizika». — 2011. — No 1. — S. 121–133.]
2. *Владимиров Ю. С., Турыгин А. Ю.* Теория прямого межчастичного взаимодействия. — М.: Энергоатомиздат, 1986. [*Vladimirov Yu. S., Turihgin A. Yu.* Teoriya pryamogo mezhchastichnogo vzaimodeyjstviya. — M.: Ehnergoatomizdat, 1986.]
3. *Владимиров Ю. С.* Основания физики. — М.: Изд-во БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. [*Vladimirov Yu. S.* Osnovaniya fiziki. — M.: Izd-vo BINOM. Laboratoriya znaniyj, 2008.]
4. *Сахаров А. Д.* Научные труды. — М.: Изд-во «ЦентрКом», 1995. [*Sakharov A. D.* Nauchnihe trudih. — M.: Izd-vo «CentrKom», 1995.]
5. *Уэст П.* Введение в суперсимметрию и супергравитацию. — М.: Мир, 1989. [*Uehst P.* Vvedenie v supersimmetriyu i supergravitaciyu. — M.: Mir, 1989.]
6. *Aristov V. V.* On the Relational Statistical Space–Time Concept / Ed. by R. Buccheri et al. — Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003. — Pp. 221–229.
7. *Аристов В. В.* Построение реляционной статистической теории пространства–времени и физическое взаимодействие / под ред. А. П. Левича. — М.: Прогресс-Традиция, 2009. [*Aristov V. V.* Postroenie relyacionnoyj statisticheskoyj teorii prostranstva–vremeni i fizicheskoe vzaimodeyjstvie / под ред. A. P. Levicha. — M.: Progress-Tradiciya, 2009.]
8. *Weyl H.* Eine neue Erweiterung der Relativitatstheorie // Ann. Phys. — 1919. — Vol. 59. — P. 101.
9. *Dirac P. A. M.* // Nature. — 1937. — Vol. 139. — P. 323.
10. *Eddington A. S.* Fundamental Theory. — N. Y.: Cambridge Press, 1946.
11. *Weyl H.* Zur Gravitations Theorie // Ann. Phys. — 1917. — Vol. 54. — P. 117.
12. *Sciama D. W.* On the Origin of Inertia // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 1953. — Vol. 113. — Pp. 34–42.

UDC 530.1

Mach's Principle in the Hoyle–Narlikar Theory and in the Unary Relational Approach. Part 2

Yu. S. Vladimirov, M. Yu. Romashka

Department of Theoretical Physics
Lomonosov Moscow State University
Vorobievy Gory, Moscow, 119899, Russia

In view of development of unary relational approach to description of physical interactions theories of direct interparticle action are discussed, that include the Fokker–Feynman–Wheeler electrodynamics, the theory of direct interparticle gravitational interaction, and the Hoyle–Narlikar theory of gravitation. These theories have several resemblances, main of which is implication of Mach's principle in them, according to which there is a relation between distribution of particles in the universe, their masses and gravitation constant. In the Hoyle–Narlikar theory and in the unary relational approach free action of a chosen particle is represented in the form of its interaction with the rest part of the whole universe. In present work correspondence between the Hoyle–Narlikar theory and the relational theory is set up, relation between their parameters is found, differences between these theories are pointed out, and relation between Mach's principle and cosmological coincidences is discussed.

Key words and phrases: Mach's principle, direct interparticle action, gravitation, electrodynamics, Hoyle–Narlikar theory, relational concept in physics, unary relational approach, cosmological coincidences.