Физика

УДК 539.9

О взаимодействии спинорного и скалярного полей, устраняющем вклад скалярного поля в геометрию пространства–времени

М. Б. Вилка Чайча[*], Л. П. Ющенко[†], Г. Н. Шикин [*]

[*] *Кафедра теоретической физики*

[†] *Кафедра общей физики*

Российский университет дружбы народов

Россия, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6

В двух метриках — статической цилиндрически-симметричной и космологической типа Бианки I — рассмотрены взаимодействующие скалярное и спинорное поля с лагранжианом взаимодействия $\mathcal{L}_{int} = V(\varphi)S^2$, где $V(\varphi)$ — произвольная функция скалярного поля φ, $S = \overline{\psi}\psi$ — инвариант спинорного поля ψ. Получены точные решения уравнений Эйнштейна, скалярного и спинорного полей. Показано, что функция $V(\varphi)$, определяющая решение уравнения скалярного поля, не входит в компоненты тензора энергии-импульса взаимодействующих полей и не влияет на компоненты метрического тензора. Это означает, что рассматриваемый тип взаимодействия устраняет вклад скалярного поля в геометрические свойства пространства–времени, то есть на геометрическом уровне компенсирует вклад скалярного поля как источника гравитационного поля.

Ключевые слова: спинорное поле, скалярное поле, взаимодействие полей.

Лагранжиан системы взаимодействующих скалярного и спинорного полей выбирается в виде [1]:

$$\mathcal{L} = \frac{R}{2\varkappa} + \mathcal{L}_{sc} + \mathcal{L}_{sp} + \mathcal{L}_{int} = \frac{R}{2\varkappa} + \frac{i}{2}\left(\overline{\psi}\gamma^{\mu}\nabla_{\mu}\psi - \nabla_{\mu}\overline{\psi}\gamma^{\mu}\psi\right) - \\ - m\overline{\psi}\psi - F(s) + \frac{1}{2}\varphi_{,\alpha}\varphi^{,\alpha} - V(\varphi)\Phi(S), \quad (1)$$

где $F(S)$ — произвольная функция $S = \overline{\psi}\psi$, $V(\varphi)$ — произвольная функция φ.

Из лагранжиана (1) получаем уравнение Эйнштейна, уравнение скалярного поля

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^{\nu}}\left(\sqrt{-g}g^{\nu\mu}\varphi_{,\mu}\right) + \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\varphi}\Phi(S) = 0 \quad (2)$$

и уравнения спинорного поля:

$$\begin{cases} i\gamma^{\mu}\nabla_{\mu}\psi - m\psi - \dfrac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}S}\psi - V(\varphi)\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}S}\psi = 0, \\ i\nabla_{\mu}\overline{\psi}\gamma^{\mu} + m\overline{\psi} + \dfrac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}S}\overline{\psi} + V(\varphi)\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}S}\overline{\psi} = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Выпишем компоненты тензора энергии–импульса взаимодействующих полей:

$$T_{mat}{}^{\mu}_{\nu} = T_{sp}{}^{\mu}_{\nu} + T_{sc}{}^{\mu}_{\nu} + T_{int}{}^{\mu}_{\nu} = \frac{i}{4}g^{\mu\rho}\left(\overline{\psi}\gamma_{\rho}\nabla_{\nu}\psi + \overline{\psi}\gamma_{\nu}\nabla_{\rho}\psi - \\ - \nabla_{\nu}\overline{\psi}\gamma_{\rho}\psi - \nabla_{\rho}\overline{\psi}\gamma_{\nu}\psi\right) + \varphi_{,\nu}\varphi^{,\mu} - \delta^{\mu}_{\nu}\mathcal{L}_{mat}, \quad (4)$$

$$\mathcal{L}_{mat} = \mathcal{L}_{sp} + \mathcal{L}_{sc} + \mathcal{L}_{int} = \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}S}S - F(S) + V(\varphi)\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}S}S + \frac{1}{2}\varphi_{,\alpha}\varphi^{,\alpha} - V(\varphi)\Phi(S). \quad (5)$$

Статья поступила в редакцию 9 декабря 2011 г.

1. Статические цилиндрически-симметричные решения

В этом случае метрика записывается в виде (2):

$$\mathrm{d}S^2 = e^{2\gamma}\mathrm{d}t^2 - e^{2\alpha}\mathrm{d}x^2 - e^{2\beta}\mathrm{d}\varphi^2 - e^{2\mu}\mathrm{d}z^2 \tag{6}$$

с координатным условием, соответствующим гармонической координате x:

$$\alpha(x) = \gamma(x) + \beta(x) + \mu(x). \tag{7}$$

Запишем уравнения Эйнштейна для метрики (6):

$$\beta'' + \mu'' - \mu'\beta' - \mu'\gamma' - \beta'\gamma' = -\varkappa T_0^0 e^{2\alpha}, \tag{8}$$

$$\mu'\beta' + \mu'\gamma' + \beta'\gamma' = -\varkappa T_1^1 e^{2\alpha}, \tag{9}$$

$$\mu'' + \gamma'' - \mu'\beta' - \mu'\gamma' - \beta'\gamma' = -\varkappa T_2^2 e^{2\alpha}, \tag{10}$$

$$\gamma'' + \beta'' - \mu'\beta' - \mu'\gamma' - \beta'\gamma' = -\varkappa T_3^3 e^{2\alpha}. \tag{11}$$

Выпишем в явном виде компоненты ТЭИ (тензора энергии–импульса) системы полей:

$$T_0^0 = T_2^2 = T_3^3 = -\mathcal{L}_{mat} = -S\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}S} + F(S) - V(\varphi)\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}S}S + \\ + \frac{1}{2}(\varphi')^2 e^{-2\alpha} + V(\varphi)\Phi(S), \tag{12}$$

$$T_1^1 = mS + F(S) + V(\varphi)\Phi(S) - \frac{1}{2}(\varphi')^2 e^{-2\alpha}. \tag{13}$$

Запишем в явном виде первое уравнение системы (3):

$$ie^{-\alpha}\overline{\gamma^1}\Big(\partial_x + \frac{1}{2}\alpha'\Big)\psi - m\psi - \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}S}\psi - V(\varphi)\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}S}\psi = 0. \tag{14}$$

Поскольку $\psi(x) = (v_1(x), v_2(x), v_3(x), v_4(x))^T$, для функций $v_\alpha(x)$ из (14) получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} v_4' + \frac{1}{2}\alpha' v_4 + ie^{\alpha}\Big(m + F' + V\Phi'\Big)V_1 = 0, \\ v_3' + \frac{1}{2}\alpha' v_3 + ie^{\alpha}\Big(m + F' + V\Phi'\Big)V_2 = 0, \\ v_2' + \frac{1}{2}\alpha' v_2 - ie^{\alpha}\Big(m + F' + V\Phi'\Big)V_3 = 0, \\ v_1' + \frac{1}{2}\alpha' v_1 - ie^{\alpha}\Big(m + F' + V\Phi'\Big)V_4 = 0. \end{cases} \tag{15}$$

Систему уравнений (15) перепишем в таком виде:

$$w_4' + iRw_1 = 0, \tag{16}$$

$$w_3' + iRw_2 = 0, \tag{17}$$

$$w_2' - iRw_3 = 0, \tag{18}$$

$$w_1' - iRw_4 = 0, \tag{19}$$

где $w_a = e^{\alpha/2}v_a$, $a = 1, 2, 3, 4$; $R = (m + F' + V\Phi')e^{\alpha}$.

Отношение уравнений (16) и (19) приводит к уравнению:

$$\frac{w_4'}{w_1'} = -\frac{w_1}{w_4}, \quad w_4' w_4 + w_1' w_1 = 0, \tag{20}$$

имеющему решение

$$w_1^2 + w_4^2 = C_1^2, \quad C_1 = \mathrm{const}. \tag{21}$$

Подставляем

$$w_4 = \sqrt{C_1^2 - w_1^2} \tag{22}$$

в (19) и получаем уравнение для определения w_1:

$$w_1' - iR\sqrt{C_1^2 - w_1^2} = 0. \tag{23}$$

Из (23) получаем w_1:

$$w_1 = C_1 i \,\mathrm{sh}\, \omega_1, \quad \omega_1 = \int R \mathrm{d}x + a, \quad a = \mathrm{const}. \tag{24}$$

Подставляем w_1 из (24) в (22) и получаем w_4:

$$w_4 = C_1 \,\mathrm{ch}\, \omega_1. \tag{25}$$

Действуя аналогичным образом, из (17) и (18) получаем:

$$w_2 = C_2 i \,\mathrm{sh}\, \omega_2\,, \quad w_3 = C_2 \,\mathrm{ch}\, \omega_2\,, \quad \omega_2 = \int R \mathrm{d}x + b, \quad b = \mathrm{const}. \tag{26}$$

Окончательно решение системы (15) записывается следующим образом:

$$v_1(x) = C_1 i\, e^{-\alpha/2} \,\mathrm{sh}\, \omega_1\,, \quad v_2(x) = C_2 i\, e^{-\alpha/2} \,\mathrm{sh}\, \omega_2\,, \tag{27}$$

$$v_3(x) = C_2 e^{-\alpha/2} \,\mathrm{ch}\, \omega_2\,, \quad v_4(x) = C_1 e^{-\alpha/2} \,\mathrm{ch}\, \omega_1. \tag{28}$$

Из (15) получаем уравнение для $S = \overline{\psi}\psi = v_1^* v_1 + v_2^* v_2 - v_3^* v_3 - v_4^* v_4$ и его решение:

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}x} + \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}x} S = 0, \quad S = S_0 e^{-\alpha(x)}\,, \quad S_0 = \mathrm{const}. \tag{29}$$

Тот же результат получается из (27) и (28). Запишем в явном виде уравнение скалярного поля (2) в метрике (6):

$$\varphi''(x) - \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\varphi} \Phi(s) e^{2\alpha} = 0. \tag{30}$$

Выберем функции спинорного поля таким образом:

$$F(s) = \lambda_1 S^{2n}, \quad \Phi(S) = \lambda_2 S^2, \quad \lambda_1 = \mathrm{const}, \quad \lambda_2 = \mathrm{const}, \quad n = \mathrm{const}. \tag{31}$$

В этом случае из (30) получаем упрощённое уравнение скалярного поля:

$$\varphi'' - \lambda_2 S_0^2 \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\varphi} = 0. \tag{32}$$

Решение уравнения (32) при произвольной функции $V(\varphi)$ записывается в виде квадратуры:

$$\frac{1}{2}(\varphi')^2 - \lambda_2 S_0^2 V(\varphi) = \frac{\varphi_0}{2}, \quad \int \frac{\mathrm{d}\varphi}{\sqrt{\varphi_0 + 2\lambda_2 S_0^2 V(\varphi)}} = \pm(x + x_0). \tag{33}$$

$$\varphi_0 = \mathrm{const}, \quad x_0 = \mathrm{const}.$$

Выпишем компоненты тензора энергии–импульса (12) и (13) с учётом (33):

$$T_0^0 = T_2^2 = T_3^3 = (1-2n)\lambda_1 S^{2n} + \frac{\varphi_0}{2} e^{-2\alpha}, \tag{34}$$

$$T_1^1 = mS + \lambda_1 S^{2n} - \frac{\varphi_0}{2} e^{-2\alpha}. \tag{35}$$

Рассмотрим решения уравнений Эйнштейна. Разность уравнений (8) и (10) приводит к уравнению

$$\beta'' = \gamma''. \tag{36}$$

Разность уравнений (8) и (11) приводит к уравнению

$$\mu'' = \gamma''. \tag{37}$$

Разность уравнений (10) и (11) приводит к уравнению

$$\mu'' = \beta''. \tag{38}$$

Из (36), (37) и (38) с учётом (7) следует:

$$\gamma'' = \mu'' = \beta'' = \frac{1}{3}\alpha''. \tag{39}$$

Из (39) получаем:

$$\gamma = \frac{1}{3}(\alpha + Ax), \quad \mu = \frac{1}{3}(\alpha + Bx), \quad \beta = \frac{1}{3}\big[\alpha - (A+B)x\big]. \tag{40}$$

Сумма уравнений (8) и (9) приводит к уравнению:

$$\frac{2}{3}\alpha'' = -\varkappa\Big[mS_0 e^{\alpha} + 2\lambda_1(1-n)e^{2\alpha(1-n)} S_0^{2n}\Big]. \tag{41}$$

Уравнение (9) имеет вид:

$$(\alpha')^2 - \frac{1}{3}N^2 = -3\varkappa\Big[mS_0 e^{\alpha} + \lambda_1 S_0^{2n} e^{2\alpha(1-n)} - \frac{\varphi_0}{2}\Big], \quad N^2 = A^2 + AB + B^2. \tag{42}$$

Уравнение (42) есть первый интеграл уравнения (41). Для произвольных n, решение уравнения (42) имеет вид:

$$\int \frac{\mathrm{d}\alpha}{\sqrt{\left(\frac{1}{3}N^2 + \frac{3\varkappa\varphi_0}{2}\right) - 3\varkappa m S_0 e^{\alpha} - 3\varkappa\lambda_1 S_0^{2n} e^{2\alpha(1-n)}}} = \pm(x + x_0). \tag{43}$$

Интеграл (43) подробно исследован в [2].

От скалярного поля осталась постоянная φ_0, которая может иметь любой знак или равняться нулю: $\varphi_0 = 0$. При этом никакого вклада в метрику скалярное поле не вносит. Функция $V(\varphi)$ входит только в решение системы уравнений спинорного поля (15), но при этом не входит в инвариант $S = \bar{\psi}\psi$.

Представляет интерес сравнить полученное решение со случаем отсутствия взаимодействия скалярного поля со спинорным, когда $\mathcal{L}_{int} = 0$, и уравнение (32) сводится к уравнению $\varphi'' = 0$ с решением $\varphi' = \tilde{\varphi}_0 = \mathrm{const}$. При этом в компонентах T_0^0 и T_1^1 в (34) и (35) вместо $\dfrac{\varphi_0}{2}e^{-2\alpha}$ появится член $\dfrac{\tilde{\varphi}_0^2}{2}e^{-2\alpha}$ [3].

Таким образом установлено, что рассмотренное взаимодействие не влияет на геометрические свойства пространства–времени.

2. Космологические решения

Метрику выбираем в форме Бианки I

$$\mathrm{d}S^2 = e^{2\gamma}\mathrm{d}t^2 - e^{2\beta_1}\mathrm{d}x^2 - e^{2\beta_2}\mathrm{d}y^2 - e^{2\beta_3}\mathrm{d}z^2 \tag{44}$$

с координатным условием, соответствующим гармонической координате t:

$$\alpha = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3. \tag{45}$$

Уравнения Эйнштейна для метрики (44) с учётом (45) имеют вид:

$$R^\alpha_\beta = -\varkappa\Big(T^\alpha_\beta - \frac{1}{2}\delta^\alpha_\beta T\Big),$$

$$R^0_0 = e^{-2\alpha}(\ddot{\alpha} - \dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}_1^2 + \dot{\beta}_2^2 + \dot{\beta}_3^2) = -\varkappa\Big(T^0_0 - \frac{1}{2}T\Big), \tag{46}$$

$$R^1_1 = e^{-2\alpha}\ddot{\beta}_1 = -\varkappa\Big(T^1_1 - \frac{1}{2}T\Big), \tag{47}$$

$$R^2_2 = e^{-2\alpha}\ddot{\beta}_2 = -\varkappa\Big(T^2_2 - \frac{1}{2}T\Big), \tag{48}$$

$$R^3_3 = e^{-2\alpha}\ddot{\beta}_3 = -\varkappa\Big(T^3_3 - \frac{1}{2}T\Big). \tag{49}$$

Выпишем в явном виде компоненты тензора энергии–импульса системы полей:

$$T^0_0 = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 e^{-2\alpha} + mS + F(S) + V(\varphi)\Phi(S), \tag{50}$$

$$T^1_1 = T^2_2 = T^3_3 = -\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 e^{-2\alpha} - V(\varphi)\Big(S\Phi'(S) - \Phi(S)\Big) - \Big(SF'(S) - F(S)\Big), \tag{51}$$

$$T^0_0 - \frac{1}{2}T = \dot{\varphi}^2 e^{-2\alpha} + \frac{mS}{2} - F(S) + \frac{3}{2}SF'(S) + V(\varphi)\Phi(S) + \frac{3}{2}V(\varphi)S\Phi'(S), \tag{52}$$

$$T^i_i - \frac{1}{2}T = -\frac{mS}{2} - F(S) - V(\varphi)\Phi(S) + \frac{1}{2}SF'(S) + \frac{1}{2}V(\varphi)S\Phi'(S),\ i = 1,\,2,\,3. \tag{53}$$

Запишем в явном виде первое уравнение спинорного поля из системы (3):

$$ie^{-\alpha}\overline{\gamma^0}\Big(\partial_t + \frac{1}{2}\dot{\alpha}\Big)\psi - m\psi - \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}S}\psi - V(\varphi)\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}S}\psi = 0. \tag{54}$$

Поскольку $\psi(t) = \big(v_1(t), v_2(t), v_3(t), v_4(t)\big)^T$, то для $v_a(t)$, где $a = 1,\,2,\,3,\,4$, из (54) получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \dot{v}_1 + \dfrac{1}{2}\dot{\alpha}v_1 + ie^{\alpha}\Big(m + F'(S) + V(\varphi)\Phi'(S)\Big)v_1 = 0,\\ \dot{v}_2 + \dfrac{1}{2}\dot{\alpha}v_2 + ie^{\alpha}\Big(m + F'(S) + V(\varphi)\Phi'(S)\Big)v_2 = 0,\\ \dot{v}_3 + \dfrac{1}{2}\dot{\alpha}v_3 - ie^{\alpha}\Big(m + F'(S) + V(\varphi)\Phi'(S)\Big)v_3 = 0,\\ \dot{v}_4 + \dfrac{1}{2}\dot{\alpha}v_4 - ie^{\alpha}\Big(m + F'(S) + V(\varphi)\Phi'(S)\Big)v_4 = 0. \end{cases} \tag{55}$$

Решение системы уравнений (55) имеет вид:

$$v_a(t) = C_a \exp\Big(-\frac{\alpha}{2} - i\int P(t)\mathrm{d}t\Big), \quad a = 1,\, 2; \tag{56}$$

$$v_b(t) = C_b \exp\Big(-\frac{\alpha}{2} + i\int P(t)\mathrm{d}t\Big), \quad b = 3,\, 4; \tag{57}$$

$$C_a,\, C_b = \mathrm{const}, \quad P(t) = e^{\alpha}\Big(m + F'(S) + V(\varphi)\Phi'(S)\Big).$$

Из (56) и (57) следует, что:

$$S = \overline{\psi}\psi = S_0 e^{-\alpha(t)}, \quad S_0 = C_1^2 + C_2^2 - C_3^2 - C_4^2. \tag{58}$$

Запишем в явном виде уравнение скалярного поля (2) в метрике (44) с координатным условием (45):

$$\ddot{\varphi} + \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\varphi}\Phi(S)e^{2\alpha} = 0. \tag{59}$$

Выберем функции спинорного поля так же, как и в предыдущем случае:

$$F(S) = \sigma_1 S^{2n}, \quad \Phi(S) = \sigma_2 S^2, \quad \sigma_1 = \mathrm{const}, \quad \sigma_2 = \mathrm{const}, \quad n = \mathrm{const}. \tag{60}$$

При выборе $\Phi(S)$ в виде (60) уравнение (59) переходит в уравнение:

$$\ddot{\varphi} + \sigma_2 S_0^2 \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\varphi} = 0. \tag{61}$$

Решение этого уравнения при произвольной функции $V(\varphi)$ имеет вид:

$$\frac{1}{2}(\dot{\varphi})^2 + \sigma_2 S_0^2 V(\varphi) = \frac{\varphi_0}{2}, \qquad \int \frac{\mathrm{d}\varphi}{\sqrt{\varphi_0 - 2\sigma_2 S_0^2 V(\varphi)}} = \pm(t + t_0), \tag{62}$$

$$\varphi_0 = \mathrm{const}, \quad t_0 = \mathrm{const}.$$

Выпишем компоненты тензора энергии–импульса взаимодействующих скалярного и спинорного полей (50) и (51) с учётом (60) и (62):

$$T_0^0 - \frac{1}{2}T = \frac{mS}{2} + \sigma_1(3n-1)S^{2n} + \varphi_0 e^{-2\alpha}, \tag{63}$$

$$T_i^i - \frac{1}{2}T = \frac{mS}{2} + \sigma_1(n-1)S^{2n}, \quad i = 1,\, 2,\, 3. \tag{64}$$

Отметим, что в (63) и (64) функция $V(\varphi)$ не входит.

Рассмотрим решения уравнений Эйнштейна. Из (47)–(49) следует, что:

$$\ddot{\beta}_1 = \ddot{\beta}_2 = \ddot{\beta}_3 = \frac{1}{3}\ddot{\alpha}. \tag{65}$$

Из (65) имеем:

$$\beta_1 = \frac{1}{3}(\alpha + Dt), \quad \beta_2 = \frac{1}{3}(\alpha + \Gamma t), \quad \beta_3 = \frac{1}{3}(\alpha - (D+\Gamma)t), \quad D,\, \Gamma = \mathrm{const}, \tag{66}$$

так как $\alpha = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3$. Сумма уравнений (47)+(48)+(49) приводит к уравнению:

$$\ddot{\alpha} = -3\varkappa e^{2\alpha}\Big(-\frac{ms}{2} + \sigma_1(n-1)S^{2n}\Big). \tag{67}$$

При подстановке (67) в (46) получаем уравнение первого порядка:

$$\dot{\alpha}^2 - N^2 = x\Big(mS_0 e^{\alpha} + \sigma_1 e^{2(1-n)\alpha} + \frac{1}{2}\varphi_0\Big), \quad N^2 = \frac{1}{3}(D^2 + D\Gamma + \Gamma^2). \tag{68}$$

Уравнение (68) имеет решение:

$$\int \frac{\mathrm{d}\alpha}{\sqrt{N^2 + \varkappa(mS_0 e^{\alpha} + \sigma_1 e^{2(1-n)\alpha} + \frac{1}{2}\varphi_0)}} = \pm(t + t_0).$$

Это решение подробно исследовано в [4].

Как и в предыдущем случае, скалярная функция $V(\varphi)$ входит только в решение уравнений спинорного поля и никакого вклада в метрику не вносит.

При отсутствии взаимодействия скалярного поля со спинорным, когда $\mathcal{L}_{int} = 0$, уравнение скалярного поля (59) сводится к уравнению $\ddot{\varphi} = 0$ с решением $\dot{\varphi} = \tilde{\varphi}_0 = \mathrm{const}$. При этом в T_0^0 вместо $\varphi_0 e^{-2\alpha}$ появится член $\tilde{\varphi}_0^2 e^{-2\alpha}$.

Литература

1. *Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В.* Введение в теорию квантованных полей. — Наука, 1976. — 479 с. [*Bogolyubov N. N., Shirkov D. V.* Vvedenie v teoriyu kvantovannihkh poleyj. — Nauka, 1976. — 479 s.]
2. *Саха Б., Шикин Г. Н.* Спинорные поля в плоско-симметричном пространстве–времени // Вестник РУДН. — 2007. — № 1–2. — С. 66–69. [*Sakha B., Shikin G. N.* Spinornihe polya v plosko-simmetrichnom prostranstve–vremeni // Vestnik RUDN. — 2007. — No 1–2. — S. 66–69.]
3. *Saha B., Shikin G. N.* Static Plane-Symmetric Nonlinear Spinor and Scalar Fields in GR // International Journal of the Theoretical Physics. — 2005. — Vol. 44, No 9. — Pp. 1489–1494.
4. *Saha B.* Spinor Fields in Bianchi Type I Universe // Физика элементарных частиц и атомного ядра. — 2006. — Т. 37, № 7. — С. 27–90. [*Saha B.* Spinor Fields in Bianchi Type I Universe // Fizika ehlementarnihkh chastic i atomnogo yadra. — 2006. — T. 37, No 7. — S. 27–90.]

UDC 539.9

About Interaction of the Spinor and Scalar Fields, Removing Contribution of the Scalar Field in the Geometry of the Space–Time

M. B. Vilca Chaicha*, L. P. Yuschenko†, G. N. Shikin*

* *Department of Theoretical Physics*
† *Department of General Physics*
Peoples' Friendship University of Russia
6, Miklukho-Maklaya str., Moscow, 117198, Russia

In the static cylindrically symmetric metric and cosmological metric Bianchi I we consider the interacting scalar and spinor fields with the Lagrangian of the interaction $L_{int} = V(\varphi)S^2$, where $V(\varphi)$ is arbitrary function of scalar field φ, $S = \overline{\psi}\psi$ is an invariant of the spinor field ψ. We obtain exact solutions of the Einstein, spinor and scalar equations and one exhibited that function $V(\varphi)$ is absent in the components of the energy-momentum tensor for the interacting fields. It means that the considered type of the interaction removes the contribution of the scalar field in the geometry of the space–time.

Key words and phrases: spinor field, scalar field, interaction fields.