

УДК 51-73

## Метод ускорения расчёта самосогласованной задачи моделирования инжекционного лазера

В. И. Гвердцители, А. Г. Ржанов, А. М. Арбаш

*Лаб. 4-1 «Математические методы системного моделирования»  
ИСА РАН*

*Пр. 60-летия октября, д. 9, Москва, Россия, 117312*

Рассмотрен метод, позволяющий существенно (примерно на три порядка) ускорить итерационный процесс расчёта самосогласованной задачи нахождения стационарных решений кинетических уравнений при моделировании инжекционного лазера.

**Ключевые слова:** инжекционный лазер, многослойные волноводы, математическое моделирование.

### 1. Введение

В математических моделях, описывающих динамику изменения интенсивности излучения лазерных мод и концентрации неравновесных носителей в инжекционных лазерах, физически правильным подходом является решение самосогласованной задачи. В активном лазерном резонаторе при генерации происходят нелинейные процессы самовоздействия излучения на вещество. Математически это означает, что изменение одной из динамических переменных опосредованно приводит к её же изменению. В силу этого решение задачи подразумевает итерационный процесс. Самосогласованная задача, описывающая переходной процесс в инжекционных лазерах, рассматривалась в работах [1–3]. Она актуальна и сейчас, когда возможности численного моделирования существенно расширились и стали возможными расчёты более сложных моделей, включающих, в частности, самосогласованные процессы.

Невозможность решения стандартными аналитическими методами системы дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих пространственно-временную структуру электромагнитного поля в лазерном резонаторе, вызвано тем, что в более полной модели лазера кроме кинетических уравнений необходимо решать и волновое уравнение. В ранних моделях этого не было, и самосогласованная задача не рассматривалась.

### 2. Самосогласованная модель многослойного инжекционного лазера

Для формулировки задачи в качестве объекта исследования рассмотрим структуру, изображённую на рис. 1. Волна оптического излучения распространяется в структуре вдоль оси  $z$ , по которой, как и по латеральной оси  $y$ , волновод считаем однородным. Ось  $x$  расположена перпендикулярно слоям.

Уравнения, описывающие самосогласованную модель, имеют вид:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \left( \frac{\omega^2}{c^2} n^2(x) - \beta^2 \right) \psi = 0, \quad (1)$$

где  $x$  — координата по поперечной к слоям оси,  $\omega$  — частота оптического излучения,  $c$  — скорость света в вакууме,  $n(x)$  — комплексный показатель преломления,  $\beta$  — продольная постоянная распространения,  $\psi$  — амплитудный профиль моды;

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{J}{ed} - \frac{N}{\tau_{sp}} - \sum_j S_j G_j, \quad (2)$$

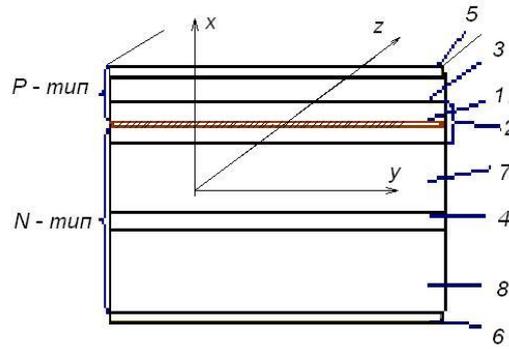


Рис. 1. ДЛ-ВИОР (поперечное сечение): (1) активный слой (2) — волноводная область (3) — ограничительный слой со стороны Р-типа (4) — ограничительный слой со стороны N-типа (5) — металлизация Р-стороны (6) — металлизация N-стороны (7) — слой втекания излучения (3...12 мкм) (8) — подложка N-типа

$$\frac{\partial S_j}{\partial t} = S_j \left( G_j - \frac{1}{\tau_{ph}} \right) + \eta \frac{N}{\tau_{sp}}, \quad (3)$$

где  $N$  — концентрация носителей в активном слое лазера,  $J$  — плотность тока накачки,  $L$  — длина резонатора,  $S_j$  — плотность фотонов в  $j$  моде,  $G_j$  — модовое усиление,  $\eta$  — фактор спонтанного излучения,  $\tau_{sp}$  — время спонтанной рекомбинации,  $\tau_{ph}$  — время жизни фотонов в лазерном резонаторе без накачки,  $e$  — заряд электрона,  $d$  — толщина активного слоя.

Эти уравнения описывают баланс электронно-дырочных пар (инжектированных носителей) в активной области лазера и баланс фотонов в лазерном резонаторе. Первый член правой части уравнения (2) описывает скорость инжекции носителей в активный слой, второй — скорость спонтанной рекомбинации носителей, третий — скорость вынужденной рекомбинации. Уравнение (3) должно быть в общем случае записано для всех лазерных мод, причём первый член в нём соответствует скорости генерации вынужденного излучения, а второй — вкладу спонтанного излучения.

Кроме приведённых выше уравнений, в самосогласованную модель входит соотношение, связывающее оптическую часть задачи (1) с кинетическими уравнениями (2) и (3):

$$\hat{n}_{act} = \hat{n}_{act_0} - \left| \frac{dn}{dN} \right| N + j \frac{1}{2k_0} \frac{dg}{dN} (N - N_{tr}), \quad (4)$$

где  $\hat{n}_{act}$  — комплексный показатель преломления активного слоя,  $\hat{n}_{act_0}$  — комплексный показатель преломления активного слоя без накачки,  $\frac{dn}{dN}$  — дифференциальный коэффициент преломления,  $\frac{dg}{dN}$  — дифференциальное усиление материала активного слоя,  $N_{tr}$  — концентрация нулевого усиления или затухания.

Если нас интересуют стационарные решения самосогласованной задачи, то это означает, что левые части уравнений (2) и (3) равны нулю. К сожалению, эти уравнения содержат параметр «модовое усиление», который мы не можем вычислить аналитически.

В конечных разностях уравнения (1)–(3) имеют вид:

$$\psi(x_{i-1}) + (h^2 k_0^2 n^2(x_i) - 2 - h^2 \beta^2) \psi(x_i) + \psi(x_{i+1}) = 0, \quad (5)$$

где  $h$  — шаг пространственной сетки,  $i$  — номер точки в пространственной сетке.

$$\frac{N^{k+1} - N^k}{\Delta_N} = \frac{J}{ed} - \frac{N^k}{\tau_{sp}} - \sum S_j^k G_j^k, \quad (6)$$

$$\frac{S^{k+1} - S^k}{\Delta_S} = S_j^k \left( G_j^k - \frac{1}{\tau_{ph}} \right) + \eta \frac{N^k}{\tau_{sp}}, \quad (7)$$

где  $\Delta_N$  и  $\Delta_S$  — шаги при итерационном процессе,  $k$  — номер итерации.

В начале процесса расчёта, исходя из простейших скоростных уравнений, подбираются начальные значения концентрации неравновесных носителей  $N$  и средней плотности фотонов  $S$  в возможных модах. Далее, исходя из начальных значений  $N$  и  $S$ , из записанного в разностном виде уравнения (6) с помощью метода Эйлера находится очередное приближение для  $N$ , от которого зависит диэлектрическая проницаемость активного слоя лазера. Для полученного нового профиля диэлектрической проницаемости решается резонаторная задача (5) и находятся комплексные частоты резонаторных мод при фиксированном значении  $\beta$ , которое задаётся номером продольной моды  $M$  (считаем её единственной), длиной резонатора и коэффициентами отражения зеркал.

$$\beta = \frac{M\pi}{L} + \frac{j}{2} \left( \alpha_{int} + \frac{1}{2L} \ln \left( \frac{1}{R_1 R_2} \right) \right), \quad (8)$$

где  $\alpha_{int}$  нерезонансные потери в лазере,  $R_1$  и  $R_2$  — коэффициенты отражения по мощности зеркал в лазере.

Тем самым для каждой из поперечных мод находится её усиление (затухание):

$$G_j = -2Im(\omega_j). \quad (9)$$

Модовое усиление далее используется для нахождения очередного приближения средней концентрации фотонов в модах  $S$  согласно записанному в разностной форме уравнению (7). Полученные из данной процедуры значения средних концентраций фотонов входят в процедуру решения уравнения (6). Тем самым замыкается цикл итераций решения самосогласованной задачи.

Исходными параметрами расчётной модели являются: толщины и комплексные показатели преломления (диэлектрические проницаемости) слоев лазерной структуры, дифференциальное усиление и концентрация «просветления» материала активного слоя, коэффициент зависимости показателя преломления активного слоя от концентрации неравновесных носителей, геометрические размеры лазера, величина тока накачки.

Изложенная методика даёт возможность рассчитывать следующие характеристики многослойных лазерных структур: пороговый ток генерации, модовый спектр излучения, пространственное распределение интенсивности излучения лазера (в том числе для каждой моды в отдельности), ватт-амперную характеристику (ВАХ) без учёта тепловых, частотных и прочих нелинейных эффектов, а также диаграмму дальнего поля. Кроме того, с помощью предложенной методики при сравнении с экспериментальными данными можно косвенно оценивать параметры материалов, из которых сделан лазер. Численный эксперимент, которым является изложенная методика, может заменить реальный эксперимент.

Для построения ВАХ лазера необходимо провести как минимум два расчёта, чтобы получить две точки этой зависимости. Проведя линейную экстраполяцию ВАХ по данным точкам, определяется пороговый ток лазера.

Реализация процедуры решения самосогласованной задачи для нахождения мощности генерации и пространственных профилей поперечных мод лазера оказывается достаточно затратной по ресурсу машинного времени даже для современных моделей персональных компьютеров. Некоторые варианты расчёта по изложенной выше методике требуют нескольких часов машинного времени. Для решения задачи сокращения времени компьютерного счета нами был предложен описанный ниже метод.

На начальной стадии итерационного процесса решения самосогласованной задачи, как правило, происходят большие переколебания переменных  $N$  и  $S$ . Однако переходный процесс довольно быстро становится близким к асимптотически сходящемуся. Именно эта часть процесса занимает максимальное время счета. Через некоторое время после начала счета мы фиксируем несколько значений модового усиления  $G_j$  и концентрации носителей  $N$ , соответствующих различным

итерациям. Исходя из полученных величин, модовое усиление аппроксимируется линейной зависимостью от концентрации инжектированных носителей:

$$G_j = A_j(N - \hat{N}_{tr}), \quad (10)$$

где  $A_j$  — дифференциальное модовое усиление,  $\hat{N}_{tr}$  — аппроксимирующий коэффициент.

После этого мы получаем новый вариант самосогласованной задачи, в которой в уравнениях (2), (3), (5), (6) модовое усиление записывается в виде (10) вместо подстановки результата решения задачи (1) в виде (9). Это экономит время счета в несколько тысяч раз. Проверка показала, что результаты расчёта по одной и другой процедуре практически не отличаются друг от друга. Для доказательства адекватности такого подхода были произведены переходы с одной модели на другую на разных стадиях и временных интервалах переходного процесса. Это иллюстрирует рис. 2, на котором показаны области использования «медленной» и «быстрой» моделей счета. При временном отступе от начала счета, приблизительно равном времени спонтанной рекомбинации носителей  $\tau_{sp}$ , с точностью 0,1% получались одни и те же значения параметров, что доказывает правильность предложенного подхода.

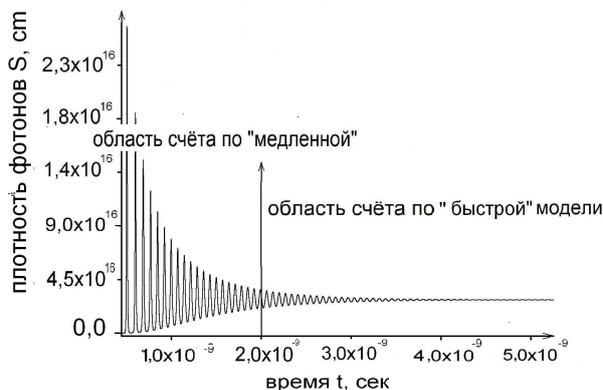


Рис. 2. Переходный процесс в инжекционном лазере

### 3. Заключение

В данной работе предложен метод существенного ускорения компьютерного расчёта самосогласованной задачи нахождения стационарных значений интенсивностей поперечных мод многослойных инжекционных лазеров с помощью упрощения модели на конечном этапе итерационного процесса. Показано, что результаты расчёта по «быстрой» модели полностью соответствуют результатам расчёта по «медленной» модели.

### Литература

1. *Buus J.* Models of the Static and Dynamics Behavior of Stripe Geometry Lasers // IEEE Journal of Quantum Electronics. — 1983. — Vol. QE-19 (6). — Pp. 953–960.
2. *Buus J.* Principles of Semiconductor Laser Modeling. IEEE Proceedings, Part J: Optoelectronics. — 1985. — No 132 (1). — Pp. 42–51.

3. *Piskorski L., Sarzala R. P., Nakvaski W.* Self-Consistent Model of 650 nm GaInP/AlInP Quantum - Well Vertical - Cavity Surface - Emitting Diode Lasers // *Semiconductor Science and Technology*. — 2007. — No 22 (6). — Pp. 593–600.

UDC 51-73

## Method to Accelerate Solving Self-Consistent Problem of Modeling Injection Laser

V. I. Gverdtsiteli, A. G. Rzhanov, A. M. Arbash

*Laboratory of Mathematical Methods of System Modeling  
ISA RAN  
Prospekt 60-letiya Oktyabrya str., 9, Moscow, Russia, 117312*

A method allowing substantially (approximately by three orders) accelerate the iterative process in solving the self-consistent problem of finding kinetic equations stationary solutions for injection laser modeling is considered.

**Key words and phrases:** injection laser, multilayer waveguides, mathematical modeling.