Теоретическая механика

УДК 517.925.5:519.216

О решении стохастической задачи замыкания методом проектирования

М. И. Тлеубергенов

Лаборатория динамических систем
Институт математики
ул. Пушкина, 125, Алматы, 050010, Казахстан

Рассматривается одна из обратных задач динамики — задача замыкания в классе стохастических дифференциальных уравнений второго порядка типа Ито по заданным свойствам движения, не зависящим от скоростей. Получены достаточные условия существования заданного интегрального многообразия достроенной системы стохастических дифференциальных уравнений. Отдельно исследуется линейный случай поставленной задачи.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения, стохастические уравнения, интегральное многообразие, функция, вероятность, вектор.

Введение

В работе Еругина [1] строится множество обыкновенных дифференциальных уравнений, которые имеют заданную интегральную кривую. Эта работа, впоследствии, оказалась основополагающей в становлении и развитии теории обратных задач динамики систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями (ОДУ) [2–9] и др. Следует отметить, что один из общих методов решения обратных задач динамики в классе ОДУ — метод квазиобращения, предложенный в [4], который даёт необходимые и достаточные условия разрешимости. Но наряду с указанным методом, в частности в [6], также предлагаются метод разделения и метод проектирования, дающие, с одной стороны, лишь достаточные условия разрешимости обратных задач, но, с другой стороны, эффективные при построении множества искомых функций в конкретных прикладных обратных задачах.

В работах [10–12] обратные задачи динамики рассматриваются при дополнительном предположении о наличии случайных возмущений из класса винеровских процессов и решаются методом квазиобращения.

1. Постановка стохастической задачи замыкания

Пусть задано стохастическое дифференциальное уравнение второго порядка типа Ито

$$\ddot{x} = f_1\left(x, \dot{x}, u, \dot{u}, t\right) + \sigma_1\left(x, \dot{x}, u, \dot{u}, t\right)\dot{\xi}, \quad x \in R^n, \quad \xi \in R^k, \tag{1}$$

где σ_1 — матрица размерности $(n \times k)$, а $\{\xi_1(t,\omega),\ ...,\ \xi_k(t,\omega)\}$ — система независимых винеровских процессов [13], заданная на некотором вероятностном пространстве (Ω, U, P).

Требуется достроить замыкающие уравнения (например, описывающие вспомогательные устройства)

$$\ddot{u} = f_2(x, \dot{x}, u, \dot{u}, t) + \sigma_2(x, \dot{x}, u, \dot{u}, t)\dot{\xi}, \quad u \in R^r \tag{2}$$

Статья поступила в редакцию 2 октября 2009 г.

по заданным частным интегралам

$$\Lambda(t): \quad \lambda(x,u,t)=0, \quad \text{где} \quad \lambda\in R^m,\ \lambda=\lambda(x,u,t)\in C^{2\,2\,2}_{x\,u\,t}. \tag{3}$$

Иначе говоря, по заданным f_1, σ_1 и λ требуется определить вектор-функцию f_2 и матрицу σ_2 так, чтобы множество (3) было интегральным для совместной системы уравнений (1), (2).

Предполагается, что вектор-функции $f_1(x,\dot{x},u,\dot{u},t), f_2(x,\dot{x},u,\dot{u},t)$ и матрицы $\sigma_2(x,\dot{x},u,\dot{u},t), \sigma_2(x,\dot{x},u,\dot{u},t)$ непрерывны по t и липшицевы по $x,u,\dot{x},\dot{u}$ в области

$$U_H(\Lambda)=\{z=(x^T,\dot{x}^T,u^T,\dot{u}^T)^T:\rho(z,\Lambda(t))<H,\ H>0\}, \tag{4}$$

что обеспечивает в (4) существование и единственность до стохастической эквивалентности решения $z(t)$ системы уравнений (1), (2) с начальным условием $z(t_0)=z_0$, являющегося непрерывным с вероятностью 1 строго марковским процессом [13].

Ранее указанная задача:

1) в случае отсутствия случайных возмущений $\sigma_1\equiv 0, \sigma_1\equiv 0$ достаточно полно была исследована в работах [2–9];
2) в случае, когда $\sigma_1\not\equiv 0, \sigma_2\not\equiv 0$, и с заданными свойствами вида

$$\Lambda(t): \quad \lambda(x,\dot{x},u,\dot{u},t)=0, \quad \text{где} \quad \lambda\in R^m,\ \lambda=\lambda(x,\dot{x},u,\dot{u},t)\in C^{1\,2\,1\,2\,1}_{x\,\dot{x}\,u\,\dot{u}\,t} \tag{5}$$

методом квазиобращения была рассмотрена в [14], а с заданными свойствами вида (3) методом квазиобращения — в [15]; далее, методом разделения — в [16], а с вырождающейся диффузией — в [17].

Ниже методом проектирования приводится решение общей стохастической задачи замыкания в разделе 2, а в разделе 3 — решение стохастической задачи замыкания в линейной постановке.

2. Общая задача построения замыкающих стохастических дифференциальных уравнений

Рассмотрим задачу построения множества замыкающих стохастических уравнений (2) по заданным свойствам (3) методом проектирования [7, с. 23] произвольного вектора на многообразие, касательное к интегральному многообразию. Этот метод широко используется для решения задач преследования, а также управления манипуляторами.

Предварительно по правилу стохастического дифференцирования Ито [13, с. 204] составляется уравнение возмущённого движения

$$\ddot{\lambda}=\frac{\partial^2\lambda}{\partial t^2}+\frac{\partial^2\lambda}{\partial t\partial x}\dot{x}+\frac{\partial^2\lambda}{\partial t\partial u}\dot{u}+\left(\frac{\partial^2\lambda}{\partial x\partial t}+\dot{u}^T\frac{\partial^2\lambda}{\partial x\partial u}+\dot{x}^T\frac{\partial^2\lambda}{\partial x\partial x}\right)\dot{x}+$$
$$+\left(\frac{\partial^2\lambda}{\partial u\partial t}+\dot{x}^T\frac{\partial^2\lambda}{\partial u\partial x}+\dot{u}^T\frac{\partial^2\lambda}{\partial u\partial u}\right)\dot{u}+\frac{\partial\lambda}{\partial x}\left(f_1+\sigma_1\dot{\xi}\right)+\frac{\partial\lambda}{\partial u}\left(f_2+\sigma_2\dot{\xi}\right). \tag{6}$$

Введём произвольные функции Н.П. Еругина [1]: m-мерную вектор-функцию $A(\lambda,\dot{\lambda},x,\dot{x},u,\dot{u},t)$ и $(m\times n)$−матрицу $B(\lambda,\dot{\lambda},x,\dot{x},u,\dot{u},t)$ со свойством $A(0,0,x,\dot{x},u,\dot{u},t)\equiv 0$, $B(0,0,x,\dot{x},u,\dot{u},t)\equiv 0$ и такие, что имеет место равенство

$$\ddot{\lambda}=A(\lambda,\dot{\lambda},x,\dot{x},u,\dot{u},t)+B(\lambda,\dot{\lambda},x,\dot{x},u,\dot{u},t)\dot{\xi}. \tag{7}$$

Отсюда, сравнивая уравнения (6) и (7), приходим к соотношениям

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\lambda}{\partial u} f_2 = A - \dfrac{\partial^2\lambda}{\partial t^2} - \dfrac{\partial^2\lambda}{\partial t\partial x}\dot{x} - \dfrac{\partial^2\lambda}{\partial t\partial u}\dot{u} - \left(\dfrac{\partial^2\lambda}{\partial x\partial t} + \dot{u}^T\dfrac{\partial^2\lambda}{\partial x\partial u} + \dot{x}^T\dfrac{\partial^2\lambda}{\partial x\partial x}\right)\dot{x} - \\ \qquad - \left(\dfrac{\partial^2\lambda}{\partial u\partial t} + \dot{x}^T\dfrac{\partial^2\lambda}{\partial u\partial x} + \dot{u}^T\dfrac{\partial^2\lambda}{\partial u\partial u}\right)\dot{u} - \dfrac{\partial\lambda}{\partial x} f_1, \\ \dfrac{\partial\lambda}{\partial u}\sigma_2 = B - \dfrac{\partial\lambda}{\partial x}\sigma_1, \end{cases} \tag{8}$$

из которых нужно определить вектор-функцию f_2 и матрицу σ_2.

Для разрешимости поставленной задачи методом квазиобращения в работах [14, 15] для заданных множеств вида (3) и (5) использовалось следующее утверждение, впервые доказанное в работе [4], которое здесь приведено в виде леммы 1.

Лемма 1 (см. [4]). *Совокупность всех решений линейной системы*

$$Hv = g,\ H = (h_{\mu k}),\ v = (v_k),\ g = (g_\mu),\ \mu = \overline{1, m};\ k = \overline{1, n},\ m \leqslant n, \tag{9}$$

где матрица H имеет ранг, равный m, определяется выражением

$$v = \alpha v^\tau + v^\nu. \tag{10}$$

Здесь α — произвольная скалярная величина,

$$v^\tau = [HC] = [h_1 \dots h_m c_{m+1} \dots c_{n-1}] = \begin{vmatrix} e_1 & \dots & e_n \\ h_{11} & \dots & h_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ h_{m1} & \dots & h_{mn} \\ c_{m+1,1} & \dots & c_{m+1,n} \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{n-1,1} & \dots & c_{n-1,n} \end{vmatrix}$$

есть векторное произведение векторов $h_\mu = (h_{\mu k})$ и произвольных векторов $c_\rho = (c_{\rho k})$, $\rho = \overline{m+1, n-1}$; e_k — единичные орты пространства R^n, $v^\tau = (v_k^\tau)$, где

$$v_k^\tau = \begin{vmatrix} 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \\ h_{11} & \dots & h_{1k} & \dots & h_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{m1} & \dots & h_{mk} & \dots & h_{mn} \\ c_{m+1,1} & \dots & c_{m+1,n} & \dots & c_{m+1,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n-1,1} & \dots & c_{n-1,k} & \dots & c_{n-1,n} \end{vmatrix}, \quad v^\nu = H^+ g,$$

$H^+ = H^T(HH^T)^{-1}$, H^T — матрица, транспонированная к H.

Суть метода проектирования, следуя [7, с. 23] и с учётом случайных возмущений, заключается в следующем: для определения вектора правой части уравнения (2), решения которого удовлетворяют условию (3), используется то же, что и в методе квазиобращения [4,7,9], функционально-алгебраическое уравнение (9). Решение v этого уравнения по лемме 1 (не ограничивая общности, $\alpha := 1$) находят в виде суммы $v = v^\tau + v^\nu$, где $v^\nu = H^+ g$, а v^τ удовлетворяет уравнению $Hv^\tau = 0$, $H = \lambda_u$. Для определения v^τ зададим произвольный вектор c. В качестве v^τ можно взять проекцию вектора c на многообразие, касательное к множеству $\Lambda(t)$ (3), а именно $v^\tau = (E - \lambda_u^T \Gamma^{-1} \lambda_u)c$, $\Gamma = \lambda_u \lambda_u^T$. В этом случае уравнение (2) с учётом (8) примет следующий вид:

$$\ddot{u} = (E - \lambda_u^T \Gamma^{-1} \lambda_u) c + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial u}\right)^+ \widetilde{A} +$$
$$+ \Big((E - \lambda_u^T \Gamma^{-1} \lambda_u) c + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial u}\right)^+ \widetilde{B}_1, \ldots, (E - \lambda_u^T \Gamma^{-1} \lambda_u) c + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial u}\right)^+ \widetilde{B}_r \Big) \dot{\xi}, \quad (11)$$

где выражение $(E - \lambda_u^T \Gamma^{-1} \lambda_u) c + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial u}\right)^+ \widetilde{B}_i$ есть i-ый столбец матрицы σ_2; $\widetilde{B}_i = (\widetilde{B}_{1i}, \ldots, \widetilde{B}_{ri})^T$ — i-ый столбец матрицы $\widetilde{B}$, $(i = \overline{1,k})$. А вектор-функция $\widetilde{A}$ и матрица $\widetilde{B}$ имеют соответственно вид:

$$\widetilde{A} = A - \frac{\partial^2 \lambda}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \lambda}{\partial t \partial x} \dot{x} - \frac{\partial^2 \lambda}{\partial t \partial u} \dot{u} - \left(\frac{\partial^2 \lambda}{\partial x \partial t} + \dot{u}^T \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x \partial u} + \dot{x}^T \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x \partial x} \right) \dot{x} -$$
$$- \left(\frac{\partial^2 \lambda}{\partial u \partial t} + \dot{x}^T \frac{\partial^2 \lambda}{\partial u \partial x} + \dot{u}^T \frac{\partial^2 \lambda}{\partial u \partial u} \right) \dot{u} - \frac{\partial \lambda}{\partial x} f_1, \quad \widetilde{B} = B - \frac{\partial \lambda}{\partial x} \sigma_1.$$

Иначе говоря, в силу полученной системы функционально-алгебраических уравнений (8) и построенного уравнения (11) искомые r-мерная вектор-функция f_2 и $(r \times k)$ матрица σ_2 методом проектирования в сочетании с методом квазиобращения определяются в виде:

$$\begin{cases} f_2 = (E - \lambda_u^T \Gamma^{-1} \lambda_u) c + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial u}\right)^+ \widetilde{A}, \\ \sigma_{2i} = (E - \lambda_u^T \Gamma^{-1} \lambda_u) c + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial u}\right)^+ \widetilde{B}_i, \end{cases} \quad (12)$$

где $\sigma_{2i} = (\sigma_{21i}, \sigma_{22i}, \ldots, \sigma_{2ni})^T$— i-ый столбец матрицы $\sigma_2 = (\sigma_{2\nu j})$, $(\nu = \overline{1,n})$, $(j = \overline{1,k})$.

Следовательно, справедлива:

Теорема 1. *Для того чтобы множество (3) при заданной структуре (1) было интегральным многообразием системы дифференциальных уравнений второго порядка типа Ито (1), (2) достаточно, чтобы искомые функции замыкающего уравнения (2) имели соответственно вид (12).*

3. Линейный случай стохастической задачи замыкания

По заданному линейному по сносу стохастическому дифференциальному уравнению второго порядка типа Ито

$$\ddot{x} = \Phi_1(t) x + \Phi_2(t) \dot{x} + \Phi_3(t) u + \Phi_4(t) \dot{u} + \varphi(t) + T_1 \dot{\xi} \quad (13)$$

требуется достроить линейное по сносу замыкающее стохастическое уравнение

$$\ddot{u} = \Psi_1(t) x + \Psi_2(t) \dot{x} + \Psi_3(t) u + \Psi_4(t) \dot{u} + \psi(t) + T_2(t) \dot{\xi} \quad (14)$$

так, чтобы заданное линейное множество

$$\Lambda(t): \ \lambda \equiv G_1(t) x + G_2(t) u + l(t) = 0, \ \lambda \in R^m, \ x \in R^n, \ u \in R^r \quad (15)$$

было интегральным для системы уравнений (13), (14).

Иначе говоря, по заданным $G_1(t), G_2(t)$, $\Phi_1(t), \Phi_2(t)$, $\Phi_3(t), \Phi_4(t)$, $T_1(t), T_2(t)$ и заданным вектор-функциям $\varphi(t), l(t)$ требуется определить $(r\times n)$- матрицы $\Psi(t), \Psi_2(t)$, $(r\times r)$- матрицы $\Psi_3(t), \Psi_4(t)$ и r-мерную вектор-функцию $\psi(t)$, а также $(r\times k)$-матрицу $T_2(t)$ так, чтобы обеспечить для системы (13), (14) интегральность свойств движения (15).

В рассматриваемой задаче уравнение возмущённого движения имеет вид:

$$\ddot{\lambda} = \ddot{G}_1x+2\dot{G}_1\dot{x}+G_1\big(\Phi_1(t)x+\Phi_2(t)\dot{x}+\Phi_3(t)u+\Phi_4(t)\dot{u}+\varphi(t)+T_1\dot{\xi}\big)+G_2\big(\Psi_1(t)x+ \\ +\Psi_2(t)\dot{x}+\Psi_3(t)u+\Psi_4(t)\dot{u}+\psi(t)+T_2(t)\dot{\xi}\big)+2\dot{G}_2u+\ddot{l}(t)+\ddot{G}_2u, \tag{16}$$

а, с другой стороны, уравнение возмущённого движения с помощью произвольных функций Н.П. Еругина [1] — вектор-функций $A_1 = A_1(t)$, $A_2 = A_2(t)$ и $(m\times k)$-матрицы-функции $B = B(\lambda, \dot{\lambda}, x, u, t)$ со свойством $B(0, 0, x, u, t) \equiv 0$, имеет вид

$$\ddot{\lambda} = A_1\lambda + A_2\dot{\lambda} + B(\lambda, \dot{\lambda}, x, u, t)\dot{\xi}. \tag{17}$$

Тогда из уравнений (16) и (17) с учётом того, что

$$A_1\lambda = A_1\big(G_1(t)x + G_2(t)u + l(t)\big),$$
$$A_2\lambda = A_2\big(\dot{G}_1(t)x + G_1(t)\dot{x} + \dot{G}_2(t)u + G_2(t)\dot{u} + \dot{l}(t)\big),$$

следуют соотношения

$$\begin{cases} \ddot{G}_1x+2\dot{G}_1\dot{x}+G_1\big(\Phi_1(t)x+\Phi_2(t)\dot{x}+\Phi_3(t)u+\Phi_4(t)\dot{u}+\varphi(t)\big)+2\dot{G}_2u+\ddot{l}(t)+\ddot{G}_2u+ \\ +G_2\big(\Psi_1(t)x+\Psi_2(t)\dot{x}+\Psi_3(t)u+\Psi_4(t)\dot{u}+\psi(t)\big) = A_1\big[G_1(t)x+G_2(t)u+l(t)\big]+ \\ +A_2\big[\dot{G}_1(t)x+G_1(t)\dot{x}+\dot{G}_2(t)u+G_2(t)\dot{u}+\dot{l}(t)\big], \qquad G_1T_1+G_2T_2 = b, \end{cases}$$

которые преобразуются к виду

$$\begin{aligned} &G_2\Psi_1 = A_1 + A_2\dot{G}_1 - \ddot{G}_1 - G_1\Phi_1, && G_2\Psi_2 = A_2G_1 - 2\dot{G}_1 - G_1\Phi_2, \\ &G_2\Psi_3 = A_1G_2 + A_2\dot{G}_2 - G_1\Phi_3 - \ddot{G}_2, && G_2\Psi_4 = A_2G_2 - 2\dot{G}_2 - G_1\Phi_4, \\ &G_2\psi(t) = A_1l(t) + A_2\dot{l}(t) - G_1\varphi(t) - \ddot{l}(t), && G_2T_2 = B - G_1T_1. \end{aligned} \tag{18}$$

На основании формулы (10) леммы 1 и метода проектирования совокупность всех решений системы уравнений (18) с учётом того, что в линейном случае $\Gamma = \lambda_u\lambda_u^T = G_2G_2^T$, определяется в виде

$$\begin{cases} \psi(t) = \big(E - G_2^T(G_2G_2^T)^{-1}G_2\big)c + \big(G_2\big)^+L(t), \\ \Psi_{1i} = \big(E - G_2^T(G_2G_2^T)^{-1}G_2\big)c + \big(G_2\big)^+N_{1i}, \\ \Psi_{2i} = \big(E - G_2^T(G_2G_2^T)^{-1}G_2\big)c + \big(G_2\big)^+N_{2i}, \\ \Psi_{3i} = \big(E - G_2^T(G_2G_2^T)^{-1}G_2\big)c + \big(G_2\big)^+N_{3i}, \\ \Psi_{4i} = \big(E - G_2^T(G_2G_2^T)^{-1}G_2\big)c + \big(G_2\big)^+N_{4i}, \\ T_{2i} = \big(E - G_2^T(G_2G_2^T)^{-1}G_2\big)c + \big(G_2\big)^+N_{5i}, \end{cases} \tag{19}$$

где через $\Psi_{1i}, \Psi_{2i}, \Psi_{3i}, \Psi_{4i}, T_{2i}, N_{1i}, N_{2i}, N_{3i}, N_{4i}, N_{5i}$ обозначены соответственно i-е столбцы матриц $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_4, T_2, N_1, N_2, N_3, N_4, N_5$, а

$$N_1 = A_1 + A_2\dot{G}_1 - \ddot{G}_1 - G_1\Phi_1, \qquad N_2 = A_2G_1 - 2\dot{G}_1 - G_1\Phi_2,$$
$$N_3 = A_1G_2 + A_2\dot{G}_2 - G_1\Phi_3 - \ddot{G}_2, \quad N_4 = A_2G_2 - 2\dot{G}_2 - G_1\Phi_4,$$
$$N_5 = B - G_1T_1, \qquad L(t) = A_1l(t) + A_2\dot{l}(t) - G_1\varphi(t) - \ddot{l}(t).$$

Следовательно, справедлива

Теорема 2. *Для того чтобы линейное множество (15) при заданной структуре (13) было интегральным многообразием системы линейных дифференциальных уравнений второго порядка типа Ито (13), (14) достаточно, чтобы искомые функции замыкающего уравнения (14) имели соответственно вид (19).*

Заключение

Таким образом, методом проектирования в нелинейной и линейной постановках решены стохастические задачи замыкания в предположении, что заданные свойства не зависят от скоростей.

Литература

1. *Еругин Н. П.* Построение всего множества систем дифференциальных уравнений, имеющих заданную интегральную кривую // ПММ. — 1952. — Т. 10, № 6. — С. 659–670.
2. Построение систем программного движения / А. С. Галиуллин, И. А. Мухаметзянов, Р. Г. Мухарлямов, В. Д. Фурасов. — М.: Наука, 1972.
3. *Галиуллин А. С.* К задаче построения систем дифференциальных уравнений // Дифференциальные уравнения. — 1970. — № 8. — С. 1343–1348.
4. *Мухарлямов Р. Г.* О построении дифференциальных уравнений оптимального движения по заданнму многообразию // Дифференциальные уравнения. — 1971. — Т. VII, № 10. — С. 1825–1834.
5. *Галиуллин А. С.* Построение поля сил по заданному семейству траекторий // Дифференциальные уравнения. — 1981. — № 8. — С. 1487–1489.
6. *Галиуллин А. С.* Методы решения обратных задач динамики. — М.: Наука, 1986.
7. *Мухаметзянов И. А., Мухарлямов Р. Г.* Уравнения программных движений. — М.: Изд-во УДН, 1986.
8. *Галиуллин А. С., Мухаметзянов И. А., Мухарлямов Р. Г.* Обзор исследований по аналитическому построению систем программного движения // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия прикладная математика и информатика. — 1994. — № 1. — С. 5–21.
9. *Мухарлямов Р. Г.* О построении систем дифференциальных уравнений движения механических систем // Дифференциальные уравнения. — 2003. — Т. 39, № 3. — С. 343–353.
10. *Тлеубергенов М. И.* Об обратной задаче динамики при наличии случайных возмущений // Известия МН-АН РК. Серия физико-математическая. Алматы. — 1998. — № 3. — С. 55–61.
11. *Тлеубергенов М. И.* Об обратной задаче восстановления стохастических дифференциальных систем // Дифференциальные уравнения. — 2001. — Т. 37, № 5. — С. 714–716.
12. *Тлеубергенов М. И.* Об обратной стохастической задаче замыкания // Доклады МН-АН РК. Алматы. — 1999. — № 1. — С. 53–60.
13. *Пугачев В. С., Синицын И. Н.* Стохастические дифференциальные системы. Анализ и фильтрация. — М.: Наука, 1990.
14. *Тлеубергенов М. И.* Об обратной стохастической задаче замыкания // Доклады МН-АН РК. Алматы. — 1999. — № 1. — С. 53–60.

15. *Тлеубергенов М. И.* О решении обратной стохастической задачи замыкания методом квазиобращения // Известия МН-АН РК. Серия физико-математическая. Алматы. — 2008. — № 5. — С. 5–9.
16. *Тлеубергенов М. И.* О решении обратной стохастической задачи замыкания методом разделения // Математический журнал. Алматы. — 2009. — Т. 9, № 1. — С. 84–89.
17. *Ибраева Г. Т., Тлеубергенов М. И.* К задаче замыкания дифференциальных систем с вырождающейся диффузией // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия «Математика. Информатика. Физика». — 2008. — № 1. — С. 12–19.

UDC 517.925.5:519.216

On the Solving of Stochastic Problem of Closure by Designing's Method

M. I. Tleubergenov

Laboratory of Dynamical Systems
Institute of Mathematics
125, Pushkin str., Almaty, 050010, Kazakhstan

One of the inverse problems of dynamics — the closure's problem by given properties of motion, no depending from velocities, into the class of stochastic differential Ito's equations of second order is considered. The necessary and sufficient conditions of the existence of given integral manifold of constructed system of stochastic equations are received. The linear case of posed problem are separately investigated.

Key words and phrases: ifferential equations, stochastic equations, integral manifold, function, probability, vector.