Физика

УДК 524.83

Потенциал инфляции и изотропизации спинорного поля

Н. А. Ковальчуков, Г. Н. Шикин, Л. П. Ющенко

Кафедра теоретической физики и механики
Российский университет дружбы народов
ул. Миклухо-Маклая, д. 6, Москва, Россия, 117198

Существование инфляционного этапа, когда масштабный фактор изменялся по экспоненциальному или степенному закону, является важным требованием в теории ранней Вселенной. Из астрономических наблюдений известно, что на современном этапе развития Вселенная расширяется с ускорением. Одним из возможных объяснений ускоренного расширения Вселенной является предположение о существовании «тёмной» энергии, природа которой пока не ясна. При этом «тёмная» энергия доминирует во Вселенной. Её плотность превосходит плотность энергии всех «обычных» форм космической материи вместе взятых. Во многих работах «тёмная» энергия моделируется идеальной жидкостью с отрицательным давлением. Также определённый научный интерес представляют модели, в которых процесс расширения сопровождается изотропизацией Вселенной в больших масштабах.

В работе рассмотрена модель эволюции Вселенной, заполненной спинорной материей. Получен потенциал инфляции спинорного поля на основе его соответствия идеальной жидкости. Также в работе определён потенциал изотропизации спинорного поля.

Ключевые слова: инфляция, изотропизация, спинорное поле, идеальная жидкость.

1. Введение

Одним из важных требований в теории ранней Вселенной является существование инфляционного этапа развития, когда масштабный фактор увеличивается экспоненциально быстро [1]. Особый интерес представляют те случаи, когда масштабный фактор $a(t)$ изменяется по закону [2,3]:

$$a(t) = a_0 t^n, \quad a_0 > 0, \quad n > 1, \tag{1}$$

$$a(t) = a_0 e^{H_0 t}, \quad H_0 > 0, \quad a_0 > 0, \tag{2}$$

$$a(t) = a_0 (t_0 - t)^n, \quad n < 0, \quad t_0 > 0. \tag{3}$$

В случае (1) масштабный фактор определяет субинфляцию, называемую степенной инфляцией. Случай (2) определяет стандартную инфляцию, случай (3) — суперинфляцию. Отметим, что случай (3), реализуемый фантомной материей, является недостижимым в рамках теории скалярного поля [4].

Астрофизическими наблюдениями установлено, что наша Вселенная в больших масштабах является однородной и изотропной и расширяется с ускорением [5]. В работе рассмотрена модель эволюции Вселенной, заполненной спинорной материей. Для такой модели Вселенной на основе нелинейного спинорного поля установлены потенциалы инфляции и изотропизации.

2. Потенциал инфляции

Лагранжиан системы гравитационного и спинорного полей выбираем в виде [6]:

$$L = \frac{R}{2\varkappa} + \mathcal{L} = \frac{R}{2\varkappa} + \frac{i}{2}\left(\bar{\psi}\gamma^{\alpha}\nabla_{\alpha}\psi - \nabla_{\alpha}\bar{\psi}\gamma^{\alpha}\psi\right) - ms - F(s)\,, \tag{4}$$

Статья поступила в редакцию 3 октября 2014 г.

где R — скалярная кривизна, $s = \bar{\psi}\psi$ — инвариант спинорного поля, $F(s)$ — произвольная функция s.

Из (4) следуют уравнения спинорного поля

$$i\gamma^{\alpha}\nabla_{\alpha}\psi - m\psi - \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}s}\psi = 0\,, \tag{5}$$

$$i\nabla_{\alpha}\bar{\psi}\gamma^{\alpha} + m\bar{\psi} + \bar{\psi}\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}s} = 0\,. \tag{6}$$

и уравнения Эйнштейна

$$R^{\alpha}_{\beta} - \frac{1}{2}\delta^{\alpha}_{\beta}R = \frac{8\pi G}{c^4}T^{\alpha}_{\beta}\,.$$

Выпишем компоненты тензора энергии-импульса спинорного поля:

$$T_{\alpha\beta} = \frac{i}{4}\big(\bar{\psi}\gamma_{\alpha}\nabla_{\beta}\psi + \bar{\psi}\gamma_{\beta}\nabla_{\alpha}\psi - \nabla_{\alpha}\bar{\psi}\gamma_{\beta}\psi - \nabla_{\beta}\bar{\psi}\gamma_{\alpha}\psi\big) - g_{\alpha\beta}\mathcal{L}\,, \tag{7}$$

$$\mathcal{L} = s\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}s} - F, \quad T^0_0 = ms + F(s), \quad T^1_1 = T^2_2 = T^3_3 = -\mathcal{L}\,. \tag{8}$$

Проблема инфляции рассматривается в изотропной метрике с собственным синхронным временем:

$$\mathrm{d}s^2 = \mathrm{d}t^2 - a^2(t)\big(\mathrm{d}x_1^2 + \mathrm{d}x_2^2 + \mathrm{d}x_3^2\big). \tag{9}$$

В метрике (9) уравнения Эйнштейна принимают вид

$$\frac{3\dot{a}^2}{a^2} + \frac{3k}{a^2} = \varkappa T^0_0\,, \tag{10}$$

$$\frac{2\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} = \varkappa T^1_1 = \varkappa T^2_2 = \varkappa T^3_3\,. \tag{11}$$

Из (10) и (11) в простейшем случае пространственно плоской Вселенной ($k = 0$) имеем:

$$\frac{\dot{a}}{a} = \pm\sqrt{\frac{\varkappa}{3}T^0_0}, \tag{12}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{\varkappa}{6}(T^0_0 - 3T^1_1). \tag{13}$$

Проблема потенциала инфляции спинорного поля решается на основе его соответствия идеальной жидкости [7]. Уравнение состояния идеальной жидкости и её тензор энергии-импульса используются в форме:

$$P = W\varepsilon, \tag{14}$$

$$T^{\mu}_{\nu\,\mathrm{pf}} = (P + \varepsilon)u_{\nu}u^{\mu} - \delta^{\mu}_{\nu}P, \tag{15}$$

где P — давление, ε — плотность энергии идеальной жидкости. Из (15) следует:

$$T^0_{0\,\mathrm{pf}} = \varepsilon, \quad T^1_{1\,\mathrm{pf}} = T^2_{2\,\mathrm{pf}} = T^3_{3\,\mathrm{pf}} = -P. \tag{16}$$

Из (8) следует, что аналогом давления для спинорного поля является $\mathcal{L} = P$. Из равенства

$$\frac{P}{\varepsilon} = \frac{\mathcal{L}}{T^0_0} = \frac{s\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}s} - F(s)}{ms + F(s)} = W$$

получаем уравнение для определения $F(s)$:

$$s\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}s} - F(s)(W+1) - msW = 0. \tag{17}$$

Из (17) находим $F(s)$: $F(s) = \lambda s^{W+1} - ms, \quad \lambda = \mathrm{const}$. Поскольку для спинорного поля $T_0^0 = ms + F(s)$, то $T^0_{0\,\mathrm{pf}} = \varepsilon = \lambda s^{W+1}$, $P = W\varepsilon = W\lambda s^{W+1}$.

Из условия $T^\mu_{\nu;\mu} = 0$ находим связь ε и P.

При $\nu = 0$ имеем:

$$T^\alpha_{0,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^\alpha}\left(\sqrt{-g}T^\alpha_0\right) - \frac{1}{2}\frac{\partial g_{\gamma\delta}}{\partial x^0}T^{\gamma\delta}. \tag{18}$$

С учётом (16) из (18) находим:

$$\dot{\varepsilon} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\varepsilon + P) = \dot{\varepsilon} + 3\frac{\dot{a}}{a}(1+W)\varepsilon = 0. \tag{19}$$

Из (19) находим $\varepsilon = \varepsilon_0 a^{-3(1+W)}$, $P = W\varepsilon = W\varepsilon_0 a^{-3(1+W)}$.

Найдём решения уравнений спинорного поля. Из (5) имеем:

$$i\bar{\gamma}^\alpha\left(\partial_t + \frac{3}{2}\frac{\dot{a}}{a}\right)v - mv - \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}s}v = 0. \tag{20}$$

где $\bar{\gamma}^\alpha$ — матрицы Дирака в плоском пространстве-времени. С учётом того, что

$$v = \begin{pmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ v_3(t) \\ v_4(t) \end{pmatrix},$$

из (20) получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \dot{v}_1 + \dfrac{3}{2}\dfrac{\dot{a}}{a}v_1 + i(m+F')v_1 = 0, \\ \dot{v}_2 + \dfrac{3}{2}\dfrac{\dot{a}}{a}v_2 + i(m+F')v_2 = 0, \\ \dot{v}_3 + \dfrac{3}{2}\dfrac{\dot{a}}{a}v_3 - i(m+F')v_3 = 0, \\ \dot{v}_4 + \dfrac{3}{2}\dfrac{\dot{a}}{a}v_4 - i(m+F')v_4 = 0. \end{cases} \tag{21}$$

Из (21) следует уравнение для $\bar{\psi}\psi = \overset{*}{v}_1 v_1 + \overset{*}{v}_2 v_2 - \overset{*}{v}_3 v_3 - \overset{*}{v}_4 v_4$ и его решение:

$$\dot{s} + 3\frac{\dot{a}}{a}s = 0, \quad s = \frac{s_0}{a^3}, \quad s_0 = \mathrm{const}.$$

Система уравнений (21) имеет решение

$$\begin{cases} v_{1,2} = \dfrac{c_{1,2}}{a^{3/2}}e^{-i\left(mt + \int F'(s)\mathrm{d}t\right)}, \quad c_{1,2} = \mathrm{const}, \\ v_{3,4} = \dfrac{c_{3,4}}{a^{3/2}}e^{i\left(mt + \int F'(s)\mathrm{d}t\right)}, \quad c_{3,4} = \mathrm{const}. \end{cases}$$

При этом $s_0 = c_1^2 + c_2^2 - c_3^2 - c_4^2$.

Поскольку

$$T^0_{0\,\mathrm{pf}} = \varepsilon = \lambda s^{W+1} = \lambda s_0^{W+1}/a^{3(W+1)} = \varepsilon_0/a^{3(W+1)},$$

то из (12) имеем:

$$\frac{\dot a}{a} = \sqrt{\frac{\varkappa}{3}\varepsilon} = \sqrt{\frac{\varkappa\varepsilon_0}{3}}a^{-\frac{3(W+1)}{2}}, \quad \varepsilon_0 = \lambda s_0^{W+1}. \tag{22}$$

Запишем решение уравнения (22):

$$a(t) = \left[\sqrt{\frac{\varkappa\varepsilon_0}{3}}\cdot\frac{3(W+1)}{2}(t\pm t_0)\right]^{\frac{2}{3(W+1)}}, \quad W \neq -1, \quad t_0 = \mathrm{const} > 0.$$

Рассмотрим конкретный вид $a(t)$ при возможных значениях W.

1. $W + 1 > 0$,

$$a(t) = \left[\sqrt{3\varkappa\varepsilon_0}\cdot\frac{(W+1)}{2}t\right]^{\frac{2}{3(W+1)}}, \quad t \geqslant 0, \tag{23}$$

2. $W + 1 = -\xi < 0$,

$$a(t) = \left[\sqrt{3\varkappa\varepsilon_0}\cdot\frac{\xi}{2}(t_0 - t)\right]^{\frac{2}{3\xi}}, \quad t \leqslant t_0. \tag{24}$$

Решение (24) описывает фантомную материю [4]. При этом, когда $t \to t_0$ $a(t) \to \infty$, имеем большой разрыв.
Режиму субинфляции соответствует (1)

$$a(t) = a_0 t^n, \quad a_0 > 0, \quad n > 1. \tag{25}$$

При этом из (23) следует:

$$\frac{2}{3(W+1)} = n, \quad W = \frac{2-3n}{3n}, \quad -1 < W < -\frac{1}{3}.$$

Процессу субинфляции соответствует $-1 < W < -\frac{1}{3}$. Уравнение состояния с таким W определяет идеальную жидкость — квинтэссенцию [5].

3. При $W = -1$ $P = -\varepsilon < 0$, и мы получаем космический вакуум [5]. В этом случае из (22) имеем

$$a(t) = a_0 \exp\left(\sqrt{\frac{\varkappa\varepsilon_0}{3}}t\right), \quad -\infty \leqslant t \leqslant \infty,$$

что описывает стандартную инфляцию.
Из (25) находим

$$\dot a(t) = a_0 n t^{n-1}, \quad \ddot a = a_0 n(n-1)t^{n-2}. \tag{26}$$

Из (26) следует, что при $1 < n < 2$ расширение Вселенной ускоренное ($\ddot a > 0$), но ускорение уменьшается со временем: $\ddot a \to 0$ при $t \to \infty$. При $n = 2$ $\ddot a = 2a_0$, $W = -\frac{2}{3}$, что соответствует облаку доменных стенок. При $n > 2$ имеем $-1 < W < -\frac{2}{3}$, и $\ddot a \to \infty$ при $t \to \infty$.

Таким образом, режиму инфляции соответствует нелинейный член в уравнении спинорного поля $F(s) = \lambda s^{W+1}$, где W определяется неравенством: $-1 \leqslant W < -\frac{1}{3}$.

3. Потенциал изотропизации

Для определения потенциала изотропизации спинорного поля воспользуемся метрикой в гармонических координатах, имеющей вид [8]:

$$\mathrm{d}s^2 = e^{2\alpha}\mathrm{d}t^2 - e^{2\beta_1}\mathrm{d}x_1^2 - e^{2\beta_2}\mathrm{d}x_2^2 - e^{2\beta_3}\mathrm{d}x_3^2 \tag{27}$$

с координатным условием

$$\alpha = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3\,. \tag{28}$$

Уравнения Эйнштейна используем в форме:

$$R^\alpha_\beta = -\varkappa\big(T^\alpha_\beta - \frac{1}{2}\delta^\alpha_\beta T\big), \quad T = T^\alpha_\alpha, \tag{29}$$

$$R^0_0 = e^{-2\alpha}\big(\ddot{\alpha} - \dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}_1^2 + \dot{\beta}_2^2 + \dot{\beta}_3^2\big) = -\varkappa\big(T^0_0 - \frac{1}{2}T\big), \tag{30}$$

$$R^1_1 = e^{-2\alpha}\ddot{\beta}_1 = -\varkappa\big(T^1_1 - \frac{1}{2}T\big), \tag{31}$$

$$R^2_2 = e^{-2\alpha}\ddot{\beta}_2 = -\varkappa\big(T^2_2 - \frac{1}{2}T\big), \tag{32}$$

$$R^3_3 = e^{-2\alpha}\ddot{\beta}_3 = -\varkappa\big(T^3_3 - \frac{1}{2}T\big). \tag{33}$$

Используя (8), находим правые части уравнений (30)–(33)

$$T = ms + 4F(s) - 3sF'(s),$$
$$T^0_0 - \frac{1}{2}T = \frac{ms}{2} - F(s) + \frac{3}{2}sF'(s),$$
$$T^i_i - \frac{1}{2}T = -\frac{ms}{2} - F(s) + \frac{1}{2}sF'(s), \quad i = 1,\,2,\,3.$$

Из (31)–(33) с учётом (28) имеем:

$$\ddot{\beta}_1 = \ddot{\beta}_2 = \ddot{\beta}_3\,, \quad \beta_1 = \frac{1}{3}(\alpha + c_1 t), \quad \beta_2 = \frac{1}{3}(\alpha + c_2 t), \quad \beta_3 = \frac{1}{3}(\alpha + c_3 t),$$
$$c_1 + c_2 + c_3 = 0, \quad c_3 = -(c_1 + c_2).$$

В частном случае при $c_1 = c_2 = c_3 = 0$ $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3$, и процесс расширения изотропный.

При $c_1 \neq c_2 \neq c_3 \neq 0$ условия изотропизации имеют вид:

при $t \to \infty$

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{\beta_2}{\beta_3} = \frac{\beta_3}{\beta_1} = \frac{\frac{\alpha(t)}{t} + c_1}{\frac{\alpha(t)}{t} + c_2} = \frac{\frac{\alpha(t)}{t} + c_2}{\frac{\alpha(t)}{t} - (c_1 + c_2)} = \frac{\frac{\alpha(t)}{t} - (c_1 + c_2)}{\frac{\alpha(t)}{t} + c_1} \to 1 \tag{34}$$

Из (34) следует, что изотропизация возможна в том случае, если

$$\text{при } t \to \infty \quad \alpha(t) \approx \alpha_0 t^\gamma, \quad \alpha_0 = \mathrm{const}, \quad \gamma > 1. \tag{35}$$

Для этого необходимо найти такие $F(s)$, для которых выполняется условие (35).

Уравнение спинорного поля в метрике (27) записываются следующим образом:

$$i\bar{\gamma}^0\left(\partial_t + \frac{1}{2}\dot{\alpha}\right)v - mv - \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}s}v = 0, \tag{36}$$

$$\begin{cases} \dot{v}_q + \dfrac{\dot{\alpha}}{2}v_q + i\big(m + F'\big)v_q = 0, \quad q = 1,\, 2, \\ \dot{v}_r + \dfrac{\dot{\alpha}}{2}v_r - i\big(m + F'\big)v_r = 0, \quad r = 3,\, 4, \end{cases} \tag{37}$$

Из (37) находим уравнение для $s = \bar{\psi}\psi$ и его решение:

$$\dot{s} + \dot{\alpha}s = 0, \quad s = s_0 e^{-\alpha}. \tag{38}$$

Сумма уравнений (31)–(33) с учётом (28) приводит в уравнению

$$\ddot{\alpha} = -3\varkappa e^{2\alpha}\left(-\frac{ms}{2} - F(s) + \frac{1}{2}sF'(s)\right). \tag{39}$$

Подставляем (39) в (30) и, используя (28), получаем уравнение:

$$\dot{\alpha}^2 - N^2 = 3\varkappa e^{2\alpha}\big(ms + F(s)\big), \quad N^2 = \frac{1}{3}\big(c_1^2 + c_1c_2 + c_2^2\big). \tag{40}$$

С учётом (38) решение уравнения (40) запишется так:

$$\int \frac{\mathrm{d}\alpha}{\sqrt{N^2 + 3\varkappa m s_0 e^{\alpha} + 3\varkappa e^{2\alpha}F(s)}} = \pm(t + t_0).$$

Из (35) имеем:

$$\alpha(t) = \alpha_0 t^{\gamma}, \quad \dot{\alpha} = \alpha_0\gamma t^{\gamma-1}, \quad \ddot{\alpha} = \alpha_0\gamma(\gamma-1)t^{\gamma-2}. \tag{41}$$

Подставляем $\dot{\alpha}(t)$ из (41) в (40) и получаем равенство:

$$t = \left[\frac{1}{\alpha_0\gamma}\big(N^2 + 3\varkappa e^{2\alpha}F(s)\big)^{1/2}\right]^{\frac{1}{\gamma-1}}, \quad m = 0. \tag{42}$$

Подставляем $\ddot{\alpha}(t)$ из (41) в (39) и получаем равенство:

$$t^{\gamma-2} = \frac{3\varkappa s_0^2}{\alpha_0\gamma(\gamma-1)}\left(\frac{F}{s^2} - \frac{1}{2}\frac{F'}{s}\right), \quad m = 0. \tag{43}$$

Подставляем t из (42) в (43) и получаем уравнение для определения $F(s)$:

$$\left[\frac{1}{\alpha_0\gamma}\left(N^2 + 3\varkappa s_0^2\frac{F(s)}{s^2}\right)^{1/2}\right]^{\frac{\gamma-2}{\gamma-1}} = \frac{3\varkappa s_0^2}{\alpha_0\gamma(\gamma-1)}\left(\frac{F}{s^2} - \frac{1}{2}\frac{F'}{s}\right). \tag{44}$$

Обозначим $F/s^2 = \chi(s)$. Для $\chi(s)$ из (44) получаем уравнение

$$\frac{\chi'(s)}{(N^2 + A_0^2\chi)^{(\gamma-2)/2(\gamma-1)}} = -\frac{2}{Bs}, \quad A_0^2 = 3\varkappa s_0^2, \quad B = \frac{A_0^2}{(\gamma-1)}(\alpha_0\gamma)^{-\frac{\gamma}{2(\gamma-1)}}. \tag{45}$$

Интегрирование (45) приводит к равенству:

$$(N^2 + A_0^2\chi)^{\frac{\gamma}{2(\gamma-1)}} = \frac{A_0^2\gamma}{(\gamma-1)}\frac{1}{B}\ln\left(\frac{c_0}{s}\right), \quad c_0 = \text{const}. \tag{46}$$

Из (46) получаем

$$F(s) = \frac{s^2}{A_0^2}\left\{\left[\frac{A_0\gamma}{(\gamma-1)B}\ln\left(\frac{c_0}{s}\right)\right]^{\frac{2(\gamma-1)}{\gamma}} - N^2\right\}, \quad \gamma > 1. \tag{47}$$

$F(s)$ из (47) определяет $\alpha(t)$, приводящее при $t \to \infty$ к изотропизации процесса расширения.

Литература

1. *Линде А. Д.* Физика элементарных частиц и инфляционная космология. — М.: Наука, 1990.
2. *Червон С. В.* Нелинейные поля в теории гравитации и космологии. — Ульяновск: Изд-во Средневолжского научного центра, 1997.
3. *Журавлёв В. М., Червон С. В., Щиголев В. К.* Новые классы точных решений в инфляционной космологии // ЖЭТФ. — 1998. — Т. 114, № 2(8). — С. 406–417.
4. *Hao J.-g., Li X.-z.* Phantom with Born–Infeld-type Lagrangian // Phys. Rev. D. — 2003. — Vol. 68. — Pp. 04350–1–45501–5.
5. *Чернин А. Д.* Космический Вакуум // УФН. — 2001. — Т. 171, № 11. — С. 1153–1176.
6. *Saha B.* Spinor Fields in Bianchy type-I Universe // Physics of Particles and Nuclei. — 2006. — Vol. 37, No 7. — Pp. S13–S44.
7. *Krechet V. G., Fil'chenkov M. L., Shikin G. N.* Equivalence between the Descriptions of Cosmological Models Using a Spinor Field and Perfect Fluid // Gravitation and Cosmology. — 2008. — Vol. 14, No 3. — Pp. 292–294.
8. *Rybakov Y. P., Popov Y. A., Saha B.* Scalar Field in Cosmology: Potential for Isotropization an Inflation // Int. J. Theor. Phys. — 2011. — Vol. 50. — Pp. 3421–3431.

UDC 524.83

The Potential of Inflation and of Isotropization of Spinor Field

N. A. Kovalchukov, G. N. Shikin, L. P. Yuschenko

Department of Theoretical Physics and Mechanics
Peoples' Friendship University of Russia
6, Miklukho-Maklaya str., Moscow, Russia, 117198

The existence of inflation, when a scale factor was varying with exponential or with power low, is important requirement in the theory of early Universe. Also it was established through the use of astronomical observations, that in the present stage the Universe is expanding with acceleration. One of the possible explanation for accelerating expansion of the Universe is the assumption about the existence of "dark" energy, the nature of that is not clear now. In this case "dark" energy is dominating in the Universe. Its density exceeds the energy of all "usual" cosmic forms of the matter taken together.

In many works "dark" energy is simulated by ideal fluid with negative pressure. Also there is some scientific interest in considering the models in which the process of the expansion is followed by the isotropization of the Universe on a large scale.

In this work we consider the model of the evolution of the Universe that is filled by the spinor matter. The potential of inflation of spinor field is established according to its correspondence with ideal fluid. The potential of isotropization of spinor field is also established.

Key words and phrases: inflation, isotropization, spinor field, ideal fluid.

References

1. A. D. Linde, Particles Physics and Inflationary Cosmology, Harwood Academic Publishers, Chur, Switzerland, 1990.
2. S. V. Chervon, Nonlinear Fields in the Theory of Gravitation and Cosmology, Srednevolzhsk Scientific Center Publishing, Ulianovsk, 1997, in Russian.
3. V. M. Zhuravlev, S. V. Chervon, V. K. Shchigolev, New Classes of Exact Solutions in Inflationary Cosmology, Journal of Experimental and Theoretical Physics 87 (2) (1998) 223–228.
4. J.-g. Hao, X.-z. Li, Phantom with Born–Infeld-type Lagrangian, Phys. Rev. D 68 (2003) 04350–1–45501–5.
5. A. D. Chernin, Cosmic Vacuum, Physics-Uspekhi 44 (11) (2001) 1099.
6. B. Saha, Spinor Fields in Bianchy Type-I Universe, Physics of Particles and Nuclei 37 (7) (2006) S13–S44.
7. V. G. Krechet, M. L. Fil'chenkov, G. N. Shikin, Equivalence between the Descriptions of Cosmological Models Using a Spinor Field and Perfect Fluid, Gravitation and Cosmology 14 (3) (2008) 292–294.
8. Y. P. Rybakov, Y. A. Popov, B. Saha, Scalar Field in Cosmology: Potential for Isotropization an Inflation, Int. J. Theor. Phys. 50 (2011) 3421–3431.