УДК 519.633.2, 517.958: 530.145.6

Стандартная модель в гамильтоновом подходе и эффект Хиггса

В. Н. Первушин *, **С. А. Шувалов** †

* *Объединённый институт ядерных исследований*
Россия, 141980, Дубна, Московской обл., ул. Жолио-Кюри, д. 6
† *Российский университет дружбы народов*
Россия, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6

Модели векторных бозонов, включающие Стандартную Модель (СМ), исследованы в рамках гамильтонового подхода Дирака с явным разрешением гауссовских связей для исключения переменных с нулевыми импульсами и отрицательным вкладом в энергетический спектр в соответствии с спектральным постулатом операторного квантования полей. Такое исключение приводит к статическим взаимодействиям в сопутствующей системе отсчёта, в которой определён гамильтониан. Даётся ряд аргументов в пользу того, что неизбежным следствием слабых статических потенциалов в Стандартной Модели электрослабых взаимодействий могут быть новые низкоэнергетические отношения между значениями масс резонансов в мезонных формфакторах и дифференциальными сечениями распадов каонов. Обсуждается возможность экспериментального исследования этих отношений на уровне современной экспериментальной точности.

Предлагается версия механизма спонтанного нарушения симметрии, который порождает массы векторных и спинорных полей, в котором константный параметр хиггсовского потенциала заменяется на нулевую Фурье гармонику хиггсовского поля. В этой модели экстремум эффективного потенциала Колумена–Вайнберга даёт правило сумм типа Гелл-Манна–Оакс–Реннера для фермионов и бозонов и предсказывает значение массы поля Хиггса в области 250 ГэВ.

Ключевые слова: Гамильтонов подход, Стандартная Модель, масса Хиггса, эффект Хиггса.

Введение

Гамильтонов подход считался основным методом изучения теории калибровочных полей, начиная с пионерских работ Дирака [1,2], Гейзенберга и Паули [3,4] и заканчивая квантованием Швингера в неабелевой теории [5] (см. подробно [6,7]).

Во всех этих работах постулировался приоритет квантовых принципов, в особенности принципа неопределённости Гейзенберга, в соответствие с которым мы не можем квантовать «полевые переменные», скорости которых отсутствуют в функции Лагранжа. Поэтому временные компоненты векторного поля с отрицательными вкладами в энергию исключаются, как это было принято в подходе Дирака к квантовой электродинамике (КЭД) [1,2]. Такое исключение приводит к статическим взаимодействиям и мгновенным связанным энергетическим состояниям.

Было показано, что гамильтонов подход Дирака ведёт к правильным релятивистским преобразованиям наблюдаемых квантованных полей в КЭД [8] калибровочных неабелевых теориях [5,7] и теории массивных векторных полей [9].

Гамильтонов подход [10, 11] рассматривается как обоснование современных эвристических методов квантования калибровочных теорий, включая метод Фадеева–Попова [12], который используется для описания Стандартной Модели элементарных частиц [13].

В настоящей работе Стандартная Модель Глешоу–Вайнберга–Салама изучается в рамках гамильтонового подхода Дирака с явным разрешением гауссовских связей для устранения переменных с нулевыми импульсами и отрицательным энергетическим вкладом. Мы попытаемся ответить на следующие вопросы:

Статья поступила в редакцию 28 сентября 2007 г.

«Почему признанная версия СМ [13] не включает статические взаимодействия? Каковы фундаментальные принципы на которых основаны статические взаимодействия? Каковы физические результаты, следующие из статических взаимодействий, исключённые принятой версией СМ?».

1. Потенциал Кулона с точки зрения гамильтонова подхода в квантовой электродинамике

1.1. Действие и система отсчёта

Напомним подход Дирака [1,2] к КЭД, которая описывается хорошо известным действием

$$S = \int \mathrm{d}^4x \Big\{ -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \bar\psi[i\partial\!\!\!/ - m]\psi + A_\mu j^{\,\mu} \Big\}, \tag{1}$$

где $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ — напряжение, A_μ — векторный потенциал, ψ электронно-позитронное биспинорное поле Дирака, $j_\mu = e\bar\psi\gamma_\mu\psi$ — текущий заряд и $\partial\!\!\!/ = \partial^\mu\gamma_\mu$. Это действие является инвариантом относительно калибровочных преобразований:

$$A^\lambda_\mu = A_\mu + \partial_\mu\lambda, \quad \psi^\lambda = e^{+\imath e\lambda}\psi. \tag{2}$$

Принцип наименьшего действия, используемый в формуле (1), даёт уравнения движения Эйлера–Лагранжа, известные как уравнения Максвелла:

$$\partial_\nu F^{\mu\nu} + j^\mu = 0, \tag{3}$$

Физические решения уравнений Максвелла получаются в фиксированной инерционной системе отсчёта, которую определяет единичный времени подобный вектор n_μ. Этот вектор делит поле A_μ на времени подобную $A_0 = A_\mu n_\mu$ и пространственноподобную $A^\perp_\nu = A_\nu - n_\nu(A_\mu n_\mu)$ компоненты. Перепишем уравнения Максвелла в новых компонентах

$$\varDelta A_0 - \partial_0\partial_k A_k = j_0, \tag{4}$$

$$\Box_k - \partial_k[\partial_0 A_0 - \partial_i A_i] = -j_k. \tag{5}$$

Полевая компонента A_0 не может быть степенью свободы, потому что её канонический импульс равен нулю. Гауссовы уравнения связи (4) имеют решение:

$$A_0 + \partial_0 \varLambda^R = -\frac{1}{4\pi}\int \mathrm{d}^3y \frac{j_0(x_0, y_k)}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}, \tag{6}$$

где

$$\varLambda^R = -\frac{1}{\varDelta}\partial_k A_k = \frac{1}{4\pi}\int \mathrm{d}^3y \frac{\partial_k A_k}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|} \tag{7}$$

является продольной компонентой. Результат (6) рассматривают как Кулоновский потенциал поля, приводящий к статическому взаимодействию.

1.2. Исключение временной компоненты

Дирак [1, 2] предложил исключить временную компоненту из действия (1), заменяя её в формуле (1) решением уравнения Гаусса (6). Эта замена, известная как процедура редукции действия на решения уравнений связи, позволяет нам не квантовать нефизические степени свободы [14]. После этого преобразования действие (1) приводится к виду

$$S = \int \mathrm{d}^4x \left\{ \frac{1}{2}(\partial_\mu A^{\mathrm{T}}_k)^2 + \bar\psi[i\partial\!\!\!/ - m]\psi - j_\mu\partial_\mu\varLambda - A^{\mathrm{T}}_k j_k + \frac{1}{2} j_0 \frac{1}{\varDelta} j_0 \right\}, \tag{8}$$

квадратичному относительно поперечных полей

$$A_k^{\mathrm{T}} = \left(\delta_{ij} - \frac{\partial_i \partial_j}{\Delta}\right) A_j. \tag{9}$$

В то же время такая замена ведёт к линейной зависимости действия (8) от продольной компоненты Λ^R, определённой выражением (7), без какой-либо кинетической энергии.

В этом случае существует две возможности описания продольной компоненты. Первая возможность — рассмотреть Λ^R как Лагранжев фактор, уравнение которого означает закон сохранения тока (3). В этом подходе продольная компонента понимается как независимая переменная. Такое описание нарушает калибровочную инвариантность наблюдаемых. Кроме того, производная продольной компоненты по времени в выражении (6) играет роль физического источника потенциала Кулона. По этим причинам мы не будем рассматривать этот подход в настоящей работе.

Согласно второй возможности измеряемый потенциал определяется как калибровочно-инвариантное выражение (6)

$$A_0^{\mathrm{R}} = A_0 - \frac{\partial_0 \partial_k}{\Delta} A_k. \tag{10}$$

Этот подход совместим с принципом калибровочной инвариантности, который устанавливает взаимно-однозначное соответствие между измеряемыми величинами и калибровочно-инвариантными параметрами. Согласно этому продольная компонента также должна быть исключена из набора степеней свободы в КЭД вместе с временной компонентой.

1.3. Исключение продольной компоненты

Исключение осуществляется выбором «радиационных переменных» как калибровочно инвариантных функционалов заданных начальных полей [1, 2]

$$A_\mu^{\mathrm{R}} = A_\mu + \partial_\mu \Lambda^R, \psi^{\mathrm{R}} = e^{\imath e \Lambda^R} \psi, \tag{11}$$

В этом случае линейная часть $\partial_k A_k$ исчезает в законе Гаусса (4)

$$\Delta A_0^{\mathrm{R}} = j_0^{\mathrm{R}} \equiv e \bar{\psi}^{\mathrm{R}} \gamma_0 \psi^{\mathrm{R}}. \tag{12}$$

Источником калибровочно-инвариантного потенциала A_0^{R} может быть только электрический ток j_0^{R}; тогда как пространственные компоненты векторного поля A_k^{R} совпадают с поперечной составляющей

$$\partial_k A_k^{\mathrm{R}} = \partial_k A_k^{\mathrm{T}} \equiv 0. \tag{13}$$

1.4. Статическое взаимодействие

Замена, описанная в п. 1.3, позволяет переписать начальное действие (1) в калибровочно-инвариантных радиационных переменных (11) [1, 2, 6]

$$S = \int \mathrm{d}^4 x \left\{ \frac{1}{2} (\partial_\mu A_k^{\mathrm{R}})^2 + \bar{\psi}^{\mathrm{R}} [i \partial\!\!\!/ - m] \psi^{\mathrm{R}} - A_k^{\mathrm{R}} j_k^{\mathrm{R}} + \frac{1}{2} j_0^{\mathrm{R}} \frac{1}{\Delta} j_0^{\mathrm{R}} \right\}. \tag{14}$$

Гамильтониан, соответствующий этому действию, имеет вид

$$\mathcal{H} = \frac{(\Pi_k^{\mathrm{R}})^2 + (\partial_j A_k^{\mathrm{R}})^2}{2} + p_\psi^R \gamma_0 [i \gamma_k \partial_k + m] \psi^{\mathrm{R}} + A_k^{\mathrm{R}} j_k^{\mathrm{R}} - \frac{1}{2} j_0^{\mathrm{R}} \frac{1}{\Delta} j_0^{\mathrm{R}}, \tag{15}$$

где Π_k^R, $p_\psi^{\rm R}$ — канонические сопряжённые импульсы, вычисленные стандартным образом. В связи с этим вакуум может быть определён как состояние с минимальной энергией, значение которой равно значению гамильтониана на решениях уравнений движения. Релятивистские ковариантные преобразования калибровочно-инвариантных полей доказаны на уровне фундаментального оператора квантования в форме генераторов алгебры Пуанкаре [5, 8, 9].

Однако описание в терминах радиационных переменных явно не лоренц-инвариатно, так как зависит от внешнего вектора системы отсчёта, который используется для выделения сопутствующей системы отсчёта и классификации неприводимых представлений свободных полей в этой системе [15]. В настоящее время принятое описание КЭД основано на выборе переменных в лоренцовой калибровке, которая вообще не зависит от какой-либо системы отсчёта. С другой стороны, в лоренцовой калибровке отсутствует статическое взаимодействие, и возникает вопрос об физической эквивалентности радиационных переменных Дирака и лоренцовой калибровки, рассматриваемой в [7, 9].

1.5. Сравнение радиационных переменных и переменных в лоренцовой калибровке

С помощью калибровочных преобразований

$$A_\mu^{\rm L}(A) = A_\mu + \partial_\mu \Lambda^{\rm L}(A), \psi^{\rm L} = e^{ie\Lambda^{\rm L}(A)}\psi \tag{16}$$

с калибровочной функцией

$$\Lambda^{\rm L}(A) = -\frac{1}{\Box}\partial^\mu A_\mu^{\rm L} \tag{17}$$

действие (8) можно привести к виду:

$$S = \int {\rm d}^4x \left\{ -\frac{1}{2}(\partial_\mu A_\nu^{\rm L})^2 + \bar\psi^{\rm L}[i\partial\!\!\!/ - m]\psi^{\rm L} + A_\mu^{\rm L} j^{{\rm L}\mu} \right\}, \tag{18}$$

где $A_\mu^{\rm L}(A)$ являются калибровочно-инвариантными функционалами, тождественно удовлетворяющими калибровочному условию

$$\partial_\mu A^{{\rm L}\mu} \equiv 0, \tag{19}$$

которое называется лоренцовой калибровкой. В этом случае поля удовлетворяют уравнениям движения

$$\Box A_\mu^{\rm L} = -j_\mu^{\rm L}, \tag{20}$$

где ток $j_\mu^{\rm L} = -e\bar\psi^{\rm L}\gamma_\mu\psi^{\rm L}$.

В лоренцовой калибровке вместо потенциала $\Delta A_0^{\rm R} = j_0^{\rm R}$ и двух поперечных переменных в КЭД, записанных в терминах радиационных переменных (11), мы имеем три независимых динамических переменных, одна из которых $A_0^{\rm L}$ удовлетворяет уравнению

$$\Box A_0^{\rm L} = -j_0 \tag{21}$$

и даёт отрицательный вклад в энергию.

Мы можем видеть, что есть два отличия Лоренцовой калибровки от радиационных переменных. Первое отличие — потеря Кулоновских полюсов (статического взаимодействия). Второе — трактовка временной компоненты потенциала A_0 как независимой переменной с отрицательным вкладом в энергию, поэтому в этом случае вакуум, как состояние с минимальной энергией, отсутствует. Другими словами, можно сказать, что статическое взаимодействие есть следствие постулата вакуума. Неэквивалентность между радиационными и Лоренцевскими переменными не означает нарушение инвариантности относительно калибровочных преобразований, потому что как первые, так и вторые переменные могут быть определены как калибровочно-инвариантные функционалы исходных калибровочных полей (11) и (16).

Чтобы продемонстрировать неэквивалентность между переменными, рассмотрим электронно-позитронную амплитуду рассеяния[1]

$$T^R = \frac{j_0^2}{\mathbf{q}^2} + \left(\delta_{ik} - \frac{q_i q_k}{\mathbf{q}^2}\right)\frac{j_i j_k}{q^2 + i\varepsilon} \equiv \frac{-j^2}{q^2+i\varepsilon} + \boxed{\frac{(q_0 j_0)^2 - (\mathbf{q}\cdot\mathbf{j})^2}{\mathbf{q}^2[q^2+i\varepsilon]}}. \qquad (22)$$

Эта амплитуда совпадает с калибровкой Лоренца,

$$T^L = -\frac{1}{q^2+i\varepsilon}\left[j^2 - \boxed{\frac{(q_0 j_0 - \mathbf{q}\cdot\mathbf{j})^2}{q^2+i\varepsilon}}\right], \qquad (23)$$

если слагаемые в рамке в выражении (22) могут быть исключены. Таким образом, теорема эквивалентности переменных Фаддеева [11] выполняется, если токи сохраняются

$$q_0 j_0 - \mathbf{q}\cdot\mathbf{j} = qj = 0. \qquad (24)$$

Однако в квантовой теории поля, где физические величины определяются с помощью производящего функционала функций Грина, вместо классического закона сохранения (24) мы имеем тождества Уорда-Такахаши для функций Грина, в которых токи не сохраняются

$$q_0 j_0 - \mathbf{q}\cdot\mathbf{j} \neq 0. \qquad (25)$$

В частности, теория возмущений в лоренцовых переменных (где пропагаторы имеют только сингулярности светового конуса $q_\mu q^\mu = 0$) содержит только связанные состояния Вика–Куткоского, чьи спектры не наблюдаются в природе. В то время как КЭД в радиационных переменных описывает одновременные кулоновские атомы. Вопрос о том, может ли суммирование диаграмм с сингулярностями светового конуса в теории возмущений в лоренцовых переменных воспроизвести одновременные кулоновские атомы, до сих пор остаётся открытым, и, возможно, имеет отрицательный ответ, так как радиационные переменные и лоренцовы переменные имеют разные классы начальных данных и соответствуют разным решениям классических уравнений. Ответ на вопрос, какие из этих начальных данных являются физическими, лежит вне компетенции теории и определяется наблюдательными данными.

2. Статические взаимодействия в теории массивных векторных полей

2.1. Лагранжиан и система отсчёта

Классическая функция Лагранжа в массивной квантовой электродинамике выражается формулой

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}M^2 V_\mu^2 + \bar{\psi}(i\partial\!\!\!/ - m)\psi + V_\mu j^\mu. \qquad (26)$$

В выбранной системе отсчёта Лагранжиан принимает вид

$$\mathcal{L} = \frac{(\dot{V}_k - \partial_k V_0)^2 - (\partial_j V_k^{\mathrm{T}})^2 + M^2(V_0^2 - V_k^2)}{2} + \bar{\psi}(i\partial\!\!\!/ - m)\psi + V_0 j_0 - V_k j_k, \qquad (27)$$

где $\dot{V} = \partial_0 V$ и V_k^{T} — поперечная компонента, определяемая проекцией оператора в соотношении (9). В противоположность КЭД эта формула не инвариантна относительно калибровочных преобразований. Тем не менее, с точки зрения гамильтонова подхода, массивная теория имеет ту же самую проблему, что и КЭД. Временная компонента массивного бозона имеет нулевой канонический импульс.

[1] Можно показать, что правила Фейнмана дают выражение для амплитуды через составляющие тока $j_\nu = \bar{e}\gamma_\nu e$.

2.2. Исключение временной компоненты

В [9] было предложено исключить временную компоненту из набора степеней свободы так же, как это сделал Дирак в КЭД, используя принцип наименьшего действия. В массивном случае это приводит к следующему уравнению движения

$$(\Delta - M^2)V_0 = \partial_i \dot{V}_i + j_0, \tag{28}$$

которое понимается как условие связи и имеет решение

$$V_0 = \left(\frac{1}{\Delta - M^2}\,\partial_i V_i\right)^{\cdot} + \frac{1}{\Delta - M^2}\,j_0. \tag{29}$$

Чтобы исключить временную компоненту, подставим соотношение (29) в функцию Лагранжа (27) [9]:

$$\begin{gathered}\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left[(\dot{V}_k^{\mathrm{T}})^2 + V_k^{\mathrm{T}}(\Delta - M^2)V_k^{\mathrm{T}} + j_0\frac{1}{\Delta - M^2}j_0\right] + \bar{\psi}(i\not{\partial} - m)\psi - V_k^{\mathrm{T}}j_k + \\ + \frac{1}{2}\left[\dot{V}_k^{||}M^2\frac{1}{\Delta - M^2}\dot{V}_k^{||} - M^2(V_k^{||})^2\right] - V_k^{||}j_k + j_0\frac{1}{\Delta - M^2}\partial_k\dot{V}_k^{||},\end{gathered} \tag{30}$$

где мы разложили векторное поле $V_k = V_k^{\mathrm{T}} + V_k^{||}$ с помощью оператора проектирования по аналогии с (9). Последние два слагаемых являются вкладами только от продольной компоненты. Функция Лагранжа содержит квадратичное относительно продольной компоненты слагаемое. Поэтому последняя является динамической переменной, в отличие от КЭД. Однако аналог радиационных переменных в массивной теории существует, и, также как в КЭД. переход к этим переменным убирает линейное слагаемое $\partial_i\dot{V}_i$ в законе Гаусса (28), которое не может быть источником статического поля, в отличие от билинейного тока j_0. Нетрудно убедится, что линейное слагаемое $\partial_i\dot{V}_i$ в законе Гаусса (28) убирается следующим преобразованием

$$\bar{\psi}(i\not{\partial} - m)\psi - V_k^{||}j_k + j_0\frac{1}{\Delta - M^2}\partial_k\dot{V}_k^{||} = \bar{\psi}^{\mathrm{R}}(i\not{\partial} - m)\psi^{\mathrm{R}} - V_k^{\mathrm{R}||}j_k, \tag{31}$$

где

$$\begin{gathered}V_k^{\mathrm{R}||} = V_k^{||} - \partial_k\frac{1}{\Delta - M^2}\,\partial_i V_i = -M^2\frac{1}{\Delta - M^2}V_k^{||}\ , \\ \psi^{\mathrm{R}} = \exp\left\{-ie\frac{1}{\Delta - M^2}\,\partial_i V_i\right\}\psi\end{gathered} \tag{32}$$

являются переменными радиационного типа. Это преобразование устраняет $\partial_i\dot{V}_i$ в законе Гаусса (28). Если масса $M \neq 0$, можно перейти от начальных переменных $V_k^{||}$ к радиационным $V_k^{\mathrm{R}||}$ заменой

$$V_k^{||} = \hat{Z}V_k^{\mathrm{R}||}, \quad \hat{Z} = \frac{M^2 - \Delta}{M^2}. \tag{33}$$

Теперь функция Лагранжа (30) преобразуется к виду

$$\begin{gathered}\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left[(\dot{V}_k^{\mathrm{T}})^2 + V_k^{\mathrm{T}}(\Delta - M^2)V_k^{\mathrm{T}} + j_0\frac{1}{\Delta - M^2}j_0\right] + \bar{\psi}^{\mathrm{R}}(i\not{\partial} - m)\psi^{\mathrm{R}} + \\ + \frac{1}{2}\left[\dot{V}_k^{\mathrm{R}||}\hat{Z}\dot{V}_k^{\mathrm{R}||} + V_k^{\mathrm{R}||}(\Delta - M^2)\hat{Z}V_k^{\mathrm{R}||}\right] - V_k^{\mathrm{T}}j_k - V_k^{\mathrm{R}||}j_k.\end{gathered} \tag{34}$$

Гамильтониан, соответствующий этой функции Лагранжа, может быть построен стандартным образом. Используя правила преобразования Лежандра и канонические сопряжённые моменты $\Pi_{V_k^{\mathrm{T}}}$, $\Pi_{V_k^{\mathrm{R}||}}$, Π_{ψ^R} в результате получим

$$\mathcal{H}=\frac{1}{2}\left[\Pi^2_{V_k^{\mathrm{T}}}+V_k^{\mathrm{T}}(M^2-\varDelta)V_k^{\mathrm{T}}+j_0\frac{1}{M^2-\varDelta}j_0\right]-\Pi_{\psi^R}\gamma_0(i\gamma_k\partial_k+m)\psi^{\mathrm{R}}+\\+\frac{1}{2}\left[\Pi_{V_k^{\mathrm{R}||}}\hat{Z}^{-1}\Pi_{V_k^{\mathrm{R}||}}+V_k^{\mathrm{R}||}(M^2-\varDelta)\hat{Z}V_k^{\mathrm{R}||}\right]+V_k^{\mathrm{T}}j_k+V_k^{\mathrm{R}||}j_k. \quad (35)$$

Можно показать, что в соответствующей квантовой системе вакуум определён как состояние с минимальной энергией и выполняются релятивистские преобразования для наблюдаемых [9].

2.3. Квантование

Каноническое квантование основано на следующих одновременных канонических коммутационных соотношениях:

$$\left[\hat{\Pi}_{V_k^{\mathrm{T}}},\hat{V}_k^{\mathrm{T}}\right]=i\delta_{ij}^{\mathrm{T}}\delta^3(\mathbf{x}-\mathbf{y}),\ \left[\hat{\Pi}_{V_k^{\mathrm{R}||}},\hat{V}_k^{\mathrm{R}||}\right]=i\delta_{ij}^{||}\delta^3(\mathbf{x}-\mathbf{y}). \quad (36)$$

Пространство Фока в теории строится с помощью этих коммутационных соотношений

$$\left[a^-_{(\lambda)}\left(\pm k\right),a^+_{(\lambda')}\left(\pm k'\right)\right]=\delta^3\left(\mathbf{k}-\mathbf{k}'\right)\delta_{(\lambda)(\lambda')}; \quad (37)$$

$$\left\{b^-_{\alpha}\left(\pm k\right),b^+_{\alpha'}\left(\pm k'\right)\right\}=\delta^3\left(\mathbf{k}-\mathbf{k}'\right)\delta_{\alpha\alpha'}; \quad (38)$$

$$\left\{c^-_{\alpha}\left(\pm k\right),c^+_{\alpha'}\left(\pm k'\right)\right\}=\delta^3\left(\mathbf{k}-\mathbf{k}'\right)\delta_{\alpha\alpha'}. \quad (39)$$

с состоянием вакуума $|0\rangle$, определяемым соотношениями:

$$a^-_{(\lambda)}|0\rangle=b^-_{\alpha}|0\rangle=c^-_{\alpha}|0\rangle=0. \quad (40)$$

Разложение Фурье полевых операторов в плоском волновом базисе

$$V_j\left(x\right)=\int[\mathrm{d}\mathbf{k}]_v\ \epsilon_j^{(\lambda)}\Big[a^+_{(\lambda)}\left(\omega,\mathbf{k}\right)e^{-i\omega t+i\mathbf{kx}}+a^-_{(\lambda)}\left(\omega,-\mathbf{k}\right)e^{i\omega t-i\mathbf{kx}}\Big], \quad (41)$$

$$\psi\left(x\right)=\sqrt{2m_s}\int[\mathrm{d}\mathbf{k}]_s\Big[b^+_{\alpha}\left(k\right)u_{\alpha}e^{-i\omega t+i\mathbf{kx}}+c^-_{\alpha}\left(-k\right)\nu_{\alpha}e^{i\omega t-i\mathbf{kx}}\Big], \quad (42)$$

$$\psi^+\left(x\right)=\sqrt{2m_s}\int[\mathrm{d}\mathbf{k}]_s\Big[b^-_{\alpha}\left(k\right)u^+_{\alpha}e^{i\omega t-i\mathbf{kx}}+c^+_{\alpha}\left(-k\right)\nu^+_{\alpha}e^{-i\omega t+i\mathbf{kx}}\Big], \quad (43)$$

с интегральной нормой $[\mathrm{d}\mathbf{k}]_{v,s}=\dfrac{1}{(2\pi)^{3/2}}\dfrac{\mathrm{d}^3\mathbf{k}}{\sqrt{2\omega_{v,s}(\mathbf{k})}}$ и частотой колебаний $\omega_{v,s}(\mathbf{k})=\sqrt{\mathbf{k}^2+m^2_{v,s}}$. Можно определить ожидаемые вакуумные значения для одновременных произведений полевых операторов

$$V_i(t,\vec{x})V_j(t,\vec{y})=:V_i(t,\vec{x})V_j(t,\vec{y}):+\langle V_i(t,\vec{x})V_j(t,\vec{y})\rangle, \quad (44)$$

$$\overline{\psi}_{\alpha}(t,\vec{x})\psi_{\beta}(t,\vec{y})=:\overline{\psi}_{\alpha}(t,\vec{x})\psi_{\beta}(t,\vec{y}):+\langle\overline{\psi}_{\alpha}(t,\vec{x})\psi_{\beta}(t,\vec{y}), \quad (45)$$

где

$$\langle V_i(t,\vec{x})V_j(t,\vec{y})\rangle=\frac{1}{(2\pi)^3}\int\frac{\mathrm{d}^3\mathbf{k}}{2\omega_v(\mathbf{k})}\sum_{(\lambda)}\epsilon_i^{(\lambda)}\epsilon_j^{(\lambda)}e^{-i\mathbf{k}(\mathbf{x}-\mathbf{y})}, \quad (46)$$

$$\langle\overline{\psi}_{\alpha}(t,\vec{x})\psi_{\beta}(t,\vec{y})\rangle=\frac{1}{(2\pi)^3}\int\frac{\mathrm{d}^3\mathbf{k}}{2\omega_s(\mathbf{k})}(\mathbf{k}\vec{\gamma}+m)_{\alpha\beta}\,e^{-i\mathbf{k}(\mathbf{x}-\mathbf{y})} \quad (47)$$

функции Паули–Йордана, называемые также конденсатами.

2.4. Пропагаторы и конденсаты

Разложение векторного поля в функции Лагранжа (34) по поперечным и продольным компонентам

$$V_i^{\mathrm{R}} = \left[\delta_{ij}^{\mathrm{T}} + \hat{Z}^{-1}\delta_{ij}^{||}\right] V_j = V_i^{\mathrm{T}} + \hat{Z}^{-1}V_i^{||} \tag{48}$$

позволяет нам получить пропагатор массивного векторного поля в радиационных переменных

$$D_{ij}^{R}(x-y) = \langle 0|TV_i^R(x)V_j^R(y)|0\rangle = -i\int \frac{\mathrm{d}^4 q}{(2\pi)^4}\frac{e^{-iq\cdot(x-y)}}{q^2 - M^2 + i\epsilon}\left(\delta_{ij} - \frac{q_i q_j}{\mathbf{q}^2 + M^2}\right). \tag{49}$$

Вместе с мгновенным взаимодействием, описываемым членом «ток-ток» в функции Лагранжа (34), данный пропагатор даёт нам амплитуду взаимодействия токов

$$T^{\mathrm{R}} = D_{\mu\nu}^{\mathrm{R}}(q)\widetilde{j}^{\mu}\widetilde{j}^{\nu} = \frac{\widetilde{j}_0^2}{\mathbf{q}^2 + M^2} + \left(\delta_{ij} - \frac{q_i q_j}{\mathbf{q}^2 + M^2}\right)\frac{\widetilde{j}_i\widetilde{j}_j}{q^2 - M^2 + i\epsilon}, \tag{50}$$

которая отличается от принятой

$$T^{\mathrm{L}} = \widetilde{j}^{\mu}D_{\mu\nu}^{\mathrm{L}}(q)\widetilde{j}^{\nu} = -\widetilde{j}^{\mu}\frac{g_{\mu\nu} - \dfrac{q_\mu q_\nu}{M^2}}{q^2 - M^2 + i\epsilon}\widetilde{j}^{\nu}. \tag{51}$$

Амплитуда, заданная выражением (50), является обобщением радиационной амплитуды в КЭД. В [9] было показано, что преобразования Лоренца классических радиационных переменных совпадают с квантовыми и что другая лоренцева система отсчёта, которая определяется другой осью времени, в которой релятивистски-ковариантная функция распространения, принимает вид

$$D_{\mu\nu}^{R}(q|n) = -\frac{1}{q^2 - M^2 + i\epsilon}\left[g_{\mu\nu} - \frac{n_\mu n_\nu (qn)^2 - [q_\mu - n_\mu(qn)][q_\nu - n_\nu(qn)]}{M^2 + |q_\mu - n_\mu(qn)|^2}\right], \tag{52}$$

где n_μ определяется внешними состояниями. Напомним, что обыкновенный векторный пропагатор локального массивного поля имеет вид (51)

$$D_{\mu\nu}^{L}(q) = -\frac{g_{\mu\nu} - \dfrac{q_\mu q_\nu}{M^2}}{q^2 - M^2 + i\epsilon}. \tag{53}$$

В отличие от этой обычной функции пропагатор радиационного типа (52) имеет предел при $M \to 0$ и исчезает для больших значений импульсов, чего нельзя сказать о пропагаторе (53). Радиационная амплитуда (50) может быть переписана в альтернативной форме

$$T^{\mathrm{R}} = -\frac{1}{q^2 - M^2 + i\epsilon}\left[\widetilde{j}_\nu^2 + \frac{(\widetilde{j}_i q_i)^2 - (\widetilde{j}_0 q_0)^2}{\vec{q}^2 + M^2}\right], \tag{54}$$

для сравнения с обычной амплитудой, определённой пропагатором (53). Можно показать, что для массивного векторного поля при сохранении тока ($q_\mu\widetilde{j}^{\mu} = 0$) ток-токовые взаимодействия, полученные с помощью радиационного пропагатора (52) и обычного пропагатора (53), совпадают

$$\widetilde{j}^{\mu}D_{\mu\nu}^{\mathrm{R}}\widetilde{j}^{\nu} = \widetilde{j}^{\mu}D_{\mu\nu}^{\mathrm{L}}\widetilde{j}^{\nu} = T^{\mathrm{L}}. \tag{55}$$

Если ток не сохраняется $\widetilde{j}_0 q_0 \neq \widetilde{j}_k q_k$, радиационные полевые переменные с пропагатором (52) неэквивалентны исходным локальным переменным с пропагатором (53) и амплитудой (50). Амплитуда (55) в калибровке Фейнмана

$$T^{\mathrm{L}} = -\frac{j^2}{q^2 - M^2 + i\varepsilon} \tag{56}$$

и соответствующая ей функция Лагранжа имеют вид

$$\mathcal{L}_F = \frac{1}{2}(\partial_\mu V_\mu)^2 - j_\mu V_\mu + \frac{1}{2} M^2 V_\mu^2. \tag{57}$$

В теории в калибровке Фейнмана временная компонента даёт отрицательный вклад в энергию. Поэтому состояние вакуума, как состояние с минимальной энергией, в этом варианте теории не существует. Однако ожидаемые значения для вакуума $\langle V_\mu(x) V_\mu(x)\rangle$ совпадают со значениями для пропагаторов (52) и (53), потому что вторые слагаемые в обоих пропагаторах не дают вклада, если рассматривать их как производные от констант, т.е. $\langle \partial V_\mu(x) V_\mu(x)\rangle = \partial\langle V_\mu(x) V_\mu(x)\rangle = 0$. В этом случае имеем

$$\langle V_\mu(x) V_\mu(x)\rangle = -\frac{2}{(2\pi)^3}\int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{k}}{\omega_v(\mathbf{k})} \simeq 2L_v^2(M_v), \tag{58}$$

$$\langle \overline{\psi}_\alpha(x)\psi_\alpha(x)\rangle = -\frac{m_s}{(2\pi)^3}\int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{k}}{\omega_s(\mathbf{k})} = m_s L_s^2(m_s), \tag{59}$$

где m_s, M_v — массы спинорного и векторного полей соответственно и $L^2_{s,v}$ значения интегралов, которые в безмассовом пределе совпадают $L_v^2 = L_s^2 \sim \int \mathrm{d}^3k/|\vec{k}|$.

3. Гамильтонов подход к Стандартной Модели

3.1. Слабые статические взаимодействия

Стандартная Модель (СМ), известная как теория электро-слабых взаимодействий Глешоу–Вайнберга–Салама, строится на основе теории Янга–Миллса [16] с группой симметрии $SU(2)\times U(1)$ [17–19]. Действие СМ без дополнительных условий, нарушающих калибровочную инвариантность, имеет вид

$$S_{\mathrm{SM}} = \int \mathrm{d}^4x \mathcal{L}_{\mathrm{SM}} = \int \mathrm{d}^4x \left[\mathcal{L}_{\mathrm{Ind}} + \mathcal{L}_{\mathrm{Higgs}}\right], \tag{60}$$

где

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{Ind} = &-\frac{1}{4}G^a_{\mu\nu}G^{\mu\nu}_a - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \\ &+ \sum_s \bar{s}_1^R \imath\gamma^\mu \left(D_\mu^{(-)} + \imath g' B_\mu\right) s_1^R + \sum_s \bar{L}_s \imath\gamma^\mu D_\mu^{(+)} L_s\end{aligned} \tag{61}$$

есть часть лагранжиана, независимая от поля Хиггса,

$$\mathcal{L}_{\mathrm{Higgs}} = \partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \phi\sum_s f_s\bar{s}s + \frac{\phi^2}{4}\sum_{\mathrm{v}} g_{\mathrm{v}}^2 V^2 - \underbrace{\lambda\left[\phi^2 - \mathrm{C}^2\right]^2}_{V_{\mathrm{Higgs}}} \tag{62}$$

есть часть лагранжиана, зависимая от поля Хиггса, здесь

$$\sum_s f_s\bar{s}s \equiv \sum_{s=s_1,s_2} f_s\left[\bar{s}_{sR}s_{sL} + \bar{s}_{sL}s_{sR}\right], \tag{63}$$

$$\frac{1}{4}\sum_{\text{v}=W_1,W_2,Z} g_{\text{v}}^2 V^2 \equiv \frac{g^2}{4} W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{g^2+g'^2}{4} Z_\mu Z^\mu \tag{64}$$

билинейные по полям слагаемые, фермионы и W-,Z-бозоны взаимодействуют с полем Хиггса, формирующим их массы, $G^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g\varepsilon_{abc} A^b_\mu A^c_\nu$ есть напряжённость неабелевых $SU(2)$ полей и $F_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$ есть напряжённость абелевого $U(1)$ поля, $D^{(\pm)}_\mu = \partial_\mu - ig\frac{\tau_a}{2}A^a_\mu \pm \frac{i}{2}g' B_\mu$ являются ковариантными производными и $\bar{L}_s = (\bar{s}^L_1 \bar{s}^L_2)$ — фермионные дуплеты, g и g' — константы связи Вайнберга, и измеряемые бозоны W^+_μ, W^-_μ, Z_μ определяются отношением

$$W^\pm_\mu \equiv A^1_\mu \pm A^2_\mu = W^1_\mu \pm W^2_\mu, \tag{65}$$

$$Z_\mu \equiv -B_\mu \sin\theta_W + A^3_\mu \cos\theta_W, \tag{66}$$

$$\tan\theta_W = \frac{g'}{g}, \tag{67}$$

где θ_W — угол Вайнберга.

Критическое значение имеет разложение поля Хиггса на нулевую фурье–гармонику и

$$\langle\phi\rangle = \frac{1}{V_0}\int \mathrm{d}^3x\phi \tag{68}$$

и ненулевые h, которые можно назвать бозоном Хиггса

$$\phi = \langle\phi\rangle + \frac{h}{\sqrt{2}}, \quad \int \mathrm{d}^3xh = 0. \tag{69}$$

Принято считать, что поле $\langle\phi\rangle$ удовлетворяет классическому уравнению ($h = 0$)

$$\frac{\delta V_{\text{Higgs}}(\langle\phi\rangle)}{\delta\langle\phi\rangle} = 4\langle\phi\rangle[\langle\phi\rangle^2 - \mathrm{C}^2] = 0, \tag{70}$$

которое имеет два решения

$$\langle\phi\rangle_1 = 0, \quad \langle\phi\rangle_2 = \mathrm{C} \neq 0. \tag{71}$$

Второе решение соответствует спонтанному нарушению симметрии вакуума, что генерирует массы всех элементарных частиц

$$M_W = \frac{\langle\phi\rangle}{\sqrt{2}} g, \tag{72}$$

$$M_Z = \frac{\langle\phi\rangle}{\sqrt{2}}\sqrt{g^2+g'^2}, \tag{73}$$

$$m_s = \langle\phi\rangle y_s, \tag{74}$$

в согласии с определениями масс векторных бозонов и фермионов

$$\mathcal{L}_{\text{mass terms}} = \frac{M_v^2}{2} V_\mu V^\mu - m_s \bar{s}s. \tag{75}$$

3.1.1. Гамильтонов подход к СМ

Прежде всего мы видим, что функция Лагранжа (62) является билинейной относительно временной компоненты векторных полей $V_0^K = (A_0, Z_0, W_0^+, W_0^-)$ в сопутствующей системе отсчёта, определяемой вектором $n^{\text{cf}}_\mu = (1,0,0,0)$

$$S_V = \int \mathrm{d}^4x\left[\frac{1}{2}V_0^K \hat{L}^{KI}_{00} V_0^I + V_0^K J^K + \ldots\right], \tag{76}$$

где $\hat{L}^{KI}_{00}$ — матрица дифференциальных операторов. Поэтому может быть реализован подход Дирака к СМ. Это означает что задача редукции и диагонализации набора законов Гаусса решается, и алгебра Пуанкаре может быть доказана [9]. Во всяком случае СМ в низшем порядке теории возмущений может быть сведена к сумме абелевых массивных векторных полей, в которых дираковские радиационные переменные были рассмотрены выше.

3.2. Инерциальный эффект Хиггса

Рассмотрим эффект Хиггса в случае потенциала, который равен нулю для нулевой Фурье-гармоники [20]. Это означает, что размерный параметр С в (62) заменяется нулевой Фурье-гармоникой (68)

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \phi \sum_s f_s \bar{s} s + \frac{\phi^2}{4} \sum_{\text{v}} g^2_{\text{v}} V^2 - \underbrace{\lambda \left[\phi^2 - \langle\phi\rangle^2\right]^2}_{V_{\text{Higgs}}}. \tag{77}$$

После отделения нулевой Фурье-гармоники (69) билинейная часть лагранжиана принимает форму

$$\mathcal{L}^{\text{bilinear}}_{\text{Higgs}} = \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h - \langle\phi\rangle \sum_s f_s \bar{s} s + \frac{\langle\phi\rangle^2}{4} \sum_{\text{v}} g^2_{\text{v}} V^2 - 2\lambda \langle\phi\rangle^2 h^2 \sigma, \tag{78}$$

и в низшем порядке теории возмущений по константе связи возникают массы векторных (v) (72), (73), фермионных полей (s) (74) и частицы Хиггса (h)

$$m_h = 2\sqrt{\lambda} \langle\, \phi \rangle. \tag{79}$$

Сумма всех диаграмм амплитуды перехода вакуум–вакуум известна как эффективный потенциал Коулмена–Вайнберга [21]

$$\mathsf{V}^{\text{conf}}_{\text{eff}} = -i \mathrm{Tr} \log \langle 0|0\rangle_{(\langle\, \phi\rangle)} = -i \mathrm{Tr} \log \prod_F G^{-A_F}_F [\langle\phi\rangle] G^{A_F}_F [\phi_{\text{I}}], \tag{80}$$

где $G^{-A_F}_F$ есть функции Грина с $A_F = 1/2$ для бозонов и $A_F = -1$ для фермионов. Единичная амплитуда перехода вакуум–вакуум $\langle 0|0\rangle|_{\langle\phi\rangle = \phi_{\text{I}}} = 1$ означает, что

$$\mathsf{V}^{\text{conf}}_{\text{eff}}(\phi_{\text{I}}) = 0, \tag{81}$$

где ϕ_{I} есть решение вариационного уравнения

$$\partial^2_0 \langle\phi\rangle + \left.\frac{\mathrm{d}\mathsf{V}^{\text{conf}}_{\text{eff}}(\langle\phi\rangle)}{\mathrm{d}\langle\phi\rangle}\right|_{\langle\phi\rangle = \phi_{\text{I}}} = \partial^2_0 \langle\phi\rangle + \\ + \sum_s f_s \langle\bar{s} s\rangle - \frac{\langle\phi\rangle}{2} \sum_{\text{v}} g^2_{\text{v}} \langle V^2\rangle + 4\lambda \langle\, \phi\rangle \langle h^2\rangle = 0. \tag{82}$$

Здесь $\langle V^2\rangle, \langle\bar{s}s\rangle, \langle h^2\rangle$ являются конденсатами, определёнными гриновскими функциями [20]

$$\langle V^2\rangle = \langle V_\mu(x) V_\mu(x)\rangle = -2 L^2_{\text{v}}(M^2_{R\,\text{v}}), \tag{83}$$

$$\langle\bar{s}s\rangle = \langle\overline{\psi}_\alpha(x) \psi_\alpha(x)\rangle = -m_{R\,s} L^2_s(m^2_{R\,s}); \tag{84}$$

$$\langle h^2\rangle = \langle h(x) h(x)\rangle = \frac{1}{2} L^2_h(m^2_{R\,h}); \tag{85}$$

здесь $L_p^2(m_p^2)$ есть значения интеграла

$$L_p^2(m_p^2) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{k}}{\sqrt{m_p^2+\mathbf{k^2}}}. \tag{86}$$

Окончательно используя определения конденсатов и масс (72)–(74), (79), мы получим уравнения движения

$$\langle\phi\rangle\partial_0^2\langle\phi\rangle = \sum_s m_s^2 L_s^2 - 2\sum_{\mathrm{v}} M_{\mathrm{v}}^2 L_{\mathrm{v}}^2 - \frac{1}{2}m_h^2 L_{\mathrm{h}}^2. \tag{87}$$

В классе постоянных решений $\partial_0^2\langle\phi\rangle \equiv 0$ существуют два решения этого уравнения

$$\langle\phi\rangle_1 = 0, \quad \langle\phi\rangle_2 = \mathrm{C} \neq 0. \tag{88}$$

Ненулевое решение означает, что имеется соотношение типа Гелл-Манна–Оакс–Реннера

$$L_h^2 m_h^2 = 2\sum_{s=s_1,s_2} L_s^2 m_s^2 - 4[2M_W^2 L_W^2 + M_Z^2 L_Z^2]. \tag{89}$$

В минимальной СМ [13] доминируют три t-кварка $\sum_s m_s^2 \simeq 3m_t^2$, так как вклады остальных фермионов $\sum_{s\neq t} m_s^2/2m_t \sim 0,17$ ГэВ очень малы, а значения масс бозонов $M_W = 80,403 \pm 0,029$ ГэВ, $M_Z = 91,1876 \pm 0,00021$ ГэВ и t-кварк $m_t = 170,9 \pm 1,8$ ГэВ [22, 23] определяет массу частицы Хиггса

$$m_h = \sqrt{6m_t^2 - 4[2M_W^2 + M_Z^2]} = 301,6 \pm 3.2 \text{ ГэВ} \tag{90}$$

в случае, когда конденсаты определяются обрезанием интегралов на больших импульсах $L_W^2 = L_Z^2 = L_s^2 = L_h^2 = L^2$. Если значение всех конденсатов частиц после перенормировки определяется квадратами их масс, тогда

$$m_h = \sqrt[4]{6m_t^4 - 4[2M_W^4 + M_Z^4]} = 259,1 \pm 2,7 \text{ ГэВ}. \tag{91}$$

3.3. Статическое взаимодействие и усиление $\Delta T = 1/2$ $K \to \pi$ перехода

В СМ в терминах пропагатора радиационного типа (52) переход каон-пион в сопутствующей системе отсчёта ($k_\mu = k_0, 0, 0, 0$) в случае нелептонного распада каона сводится всего лишь к диаграмме, которую даёт слабое статическое взаимодействие

$$\left\langle \pi^+ \left| -i\int \mathrm{d}^4 x J_0^+(x)\frac{1}{\Delta - M_W^2}J_0^-(x)\right| K^+\right\rangle, \tag{92}$$

где $J_0^{\pm}(x)$ — токи адронов, определяемые в области низких энергий кварковым содержанием π^+ и K^+ мезонов $\pi^+ = (\bar{d}, u), K^+ = (\bar{s}, u), \overline{K}^0 = (\bar{s}, d)$

$$\begin{gathered} \underline{J}_\mu^{\pm} = [\underline{J}_\mu^1 \pm i\underline{J}_\mu^2]\cos\theta_C + [\underline{J}_\mu^4 \pm i\underline{J}_\mu^5]\sin\theta_C, \\ i\sum\lambda^k \underline{J}_\mu^k = i\lambda^k(V_\mu^k - A_\mu^k)^k = F_\pi^2 e^{i\xi}\partial_\mu e^{-i\xi}, \quad \xi = F_\pi^{-1}\sum_{k=1}^{8} M^k\lambda^k; \end{gathered} \tag{93}$$

Здесь $F_\pi \simeq 92.4$ МэВ и λ^k — матрица Гелл-Манна [24]. В первом порядке разложения по мезонным полям аксиальные (A) и векторные (V) токи имеют вид

$$\begin{aligned} V_\mu^- &= \sqrt{2}[\sin\theta_C(K^-\partial_\mu\pi^0 - \pi^0\partial_\mu K^-) + \cos\theta_C(\pi^-\partial_\mu\pi^0 - \pi^0\partial_\mu\pi^-)] + \ldots, \\ A_\mu^- &= \sqrt{2}F_\pi(\partial^\mu K^-\sin\theta_C + \partial^\mu\pi^-\cos\theta_C) + \ldots \end{aligned} \tag{94}$$

В этом случае вклад «аксиал-аксиального» взаимодействия в амплитуду (92) пропорционален потенциалу Юкавы $\int d^3 z e^{-M_W|\vec{z}|}(4\pi|\vec{z}|)^{-1} = M_W^{-2}$ при $\vec{k} = 0$, тогда как вклад «вектор-векторного» взаимодействия пропорционален интегралу

$$\int \mathrm{d}^3 z \Delta(z) \frac{e^{-M_W|\vec{z}|}}{4\pi|\vec{z}|} = \frac{1}{M_W^2} \int_0^\infty \mathrm{d}r\ e^{-r} r \Delta\left(\frac{r}{M_W}\right) \simeq \frac{\Delta(0)}{M_W^2} \tag{95}$$

с функциями Паули–Йордана

$$\Delta(\mathbf{x}-\mathbf{y})\delta^{ii'} = \left\langle 0 \left| \pi^i(x)\pi^{i'}(y) \right| 0 \right\rangle = \delta^{ii'} \int \frac{\mathrm{d}^3 l}{(2\pi)^3} \frac{e^{\ i\mathbf{l}\cdot(\mathbf{x}-\mathbf{y})}}{2E_\pi(\mathbf{l})} \tag{96}$$

как результат обычного упорядочения пионов в произведении токов $\underline{J}^k_\mu$. Сумма всех диаграмм петель мезонов сводится к эффективному коэффициенту увеличения $g_8 = 1 + \sum_{I \geqslant 1} c^I \Delta^I(0)$ (эта сумма известна как суперпропагатор Волкова [24]). На следующем уровне возникают амплитуды $K^0(\bar{K}^0) \to \pi^0$. Вообще, обычное упорядочение пионов приводит к возникновению тока

$$\underline{J}^j_\mu \underline{J}^{j'}_\mu (f_{ij1} + i f_{ij2})(f_{i'j'4} - i f_{i'j'5})\delta^{ii'} + h.c. \tag{97}$$

и эффективной функции Лагранжа с правилом $\Delta T = 1/2$ [25]

$$\mathcal{L}_{(\Delta T = \frac{1}{2})} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} g_8 \cos\theta_C \sin\theta_C \Big[\left(\underline{J}^1_\mu + i\underline{J}^2_\mu\right)\left(\underline{J}^4_\mu - i\underline{J}^5_\mu\right) - \\ - \left(\underline{J}^3_\mu + \frac{1}{\sqrt{3}}\underline{J}^8_\mu\right)\left(\underline{J}^6_\mu - i\underline{J}^7_\mu\right) + h.c.\Big], \tag{98}$$

$$\mathcal{L}_{(\Delta T = \frac{3}{2})} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \cos\theta_C \sin\theta_C \left[\left(\underline{J}^3_\mu + \frac{1}{\sqrt{3}}\underline{J}^8_\mu\right)\left(\underline{J}^6_\mu - i\underline{J}^7_\mu\right) + h.c.\right] \tag{99}$$

и с одной неизвестной эффективной постоянной g_8. Фиксируя эту постоянную $g_8 = 5,1$ из одного из многочисленных распадов можно увидеть, что лагражиан находится в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными по полулептонным и нелептонным распадам каона.

Таким образом, можно объяснить правило $\Delta T = 1/2$ и универсальный фактор g_8 обычным упорядочением слабого статического взаимодействия в гамильтоновой СМ. Слабое статическое взаимодействие подавляет все запаздывающие взаимодействия мезонов в амплитуде перехода $\Delta T = 1/2$, которое разрушает резонансную структуру амплитуд радиационных распадов каона.

Однако такое разрушение резонансной структуры амплитуд радиационных распадов каона имеет место в лоренцевской калибровке [26], где слабое статическое взаимодействие исчезает, и запаздывающие взаимодействия мезонов дают основной вклад.

3.4. Измерение форм факторов и слабого статического взаимодействия с помощью радиационного распада каона

Статическое взаимодействие по правилу $\Delta T = 1/2$ приводит к совпадению резонансных параметров форм-фактора мезона с параметрами амплитуды радиационного распада каона $K^+ \to \pi^+ e^+ e^- (\mu^+\mu^-)$. Эти процессы описываются амплитудами

$$T_{(K^+ \to \pi^+ l^+ l^-)} = g_8 t(q^2) 2F_\pi^2 \sin\theta_C \cos\theta_C \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{(k_\mu + p_\mu)}{q^2} \bar{l}\gamma_\mu l$$

где $q = k - p$, $g_8 = 5.1$, $F_\pi = 92$ МэВ, $e\bar{l}\gamma_\mu l$ — лептонный ток,

$$t(q^2) = \frac{f_K^A(q^2) + f_\pi^A(q^2)}{2} - f_\pi^V(q^2) + \left[f_K^V(q^2) - f_\pi^V(q^2)\right]\frac{m_\pi^2}{M_K^2 - m_\pi^2},$$

что позволяет извлечь информацию о форм-факторах мезона

$$\begin{aligned} f_K^V(q^2) &\simeq f_\pi^V(q^2) = 1 + M_\rho^{-2}q^2 + \ldots, \\ f_K^A(q^2) &\simeq f_\pi^A(q^2) = 1 + M_a^{-2}q^2 + \ldots. \end{aligned} \qquad (100)$$

Используя массы самых близких резонансов для мезона–вершины гамма-мезона $1^+(1^{--}) = I^G(J^{PC})$ и мезон–гамма–W-бозона $1^-(0^{++}) = I^G(J^{PC})$,

$$M_\rho = 775,8 \text{ МэВ}, \quad M_a = 984,7 \text{ МэВ},$$

соответственно, можно получить вероятность распадов [27]:

$$\begin{aligned} &\mathrm{Br}(K^+ \to \pi^+ e^+ e^-) = 2,93 \times 10^{-7}, \quad [2,88 \pm 0,13 \times 10^{-7}]_{\mathrm{PDG}}, \\ &\mathrm{Br}(K^+ \to \pi^+ \mu^+ \mu^-) = 0,73 \times 10^{-7}, \quad [0,81 \pm 0,14 \times 10^{-7}]_{\mathrm{PDG}} \end{aligned}$$

в хорошем соответствии с экспериментальными данными [26, 28].

Заключение

Было показано, что слабые статические взаимодействия в Стандартной Модели есть следствия гамильтонового подхода точно так же, как кулоновское статическое взаимодействие — следствие гамильтонового подхода в квантовой электродинамике. Статические взаимодействия отсутствуют в принятых версиях теории возмущений Стандартной Модели [13]. Эти версии ограничивают область применения теории возмущений процессами рассеяния элементарных частиц, когда статические взаимодействия не важны. Однако статические взаимодействия играют решающую роль при вычислении спектра масс связанных состояний, спонтанного нарушения симметрии, каон-пион перехода в слабых распадах и т.д. Статические взаимодействия следуют из постулата спектральности, который провозглашает существование вакуума как состояния с минимальной энергией. Каковы физические результаты, следующие из статических взаимодействий, которые отсутствуют в принятой версии СМ? Это, прежде всего, одновременные атомы и адроны–мезоны и барионы.

Нормальное упорядочивание мезонов в слабом статическом взаимодействии приводит к коэффициенту увеличения g_8 в слабых распадах каона и правилу $\Delta T = \frac{1}{2}$. С другой стороны, слабое статическое взаимодействие в гамильтоновой СМ подавляет все запаздывающие взаимодействия мезонов в переходах $\Delta T = 1/2$. Статическое взаимодействие приводит к резонансной структуре амплитуд радиационных распадов каона в хорошем соответствии с существующими данными [27], в противоположность принятому ренорм-групповому анализу, основанному на калибровке Лоренца, не учитывающем слабое статическое взаимодействие [26]. Согласно гамильтоновой формулировке СМ радиационные распады каона могут использоваться для измерения форм-факторов мезонов.

Гамильтонов подход к Стандартной Модели определяет вакуум, вакуумные конденсаты, приводит к механизму спонтанного нарушения симметрии, генерирующему массы векторных и спинорных полей, и предсказывает значение массы поля Хиггса, определяемого посредством начальных данных, в отличие от стандартного механизма спонтанного нарушения, где все массы задаются фундаментальным параметром лагранжиана.

Литература

1. *Dirac P. A. M.* Quantum Theory of Emission and Absorption of Radiation // Proc. Roy. Soc. — Vol. A 114. — London: 1927. — P. 243.
2. *Dirac P. A. M.* Gauge Invariant Formulation of Quantum Electrodynamics // Can. J. Phys. — Vol. 33. — 1955. — P. 650.
3. *Heisenberg W., Pauli W.* On Quantum Field Theory // Z. Phys. — Vol. 56. — 1929. — P. 1.
4. *Heisenberg W., Pauli W.* On Quantum Field Theory // Z. Phys. — Vol. 59. — 1930. — P. 166.
5. *Schwinger J.* NonAbelian Gauge Fields. Relativistic Invariance // Phys. Rev. — Vol. 127. — 1962. — P. 324.
6. *Polubarinov I. V.* Equations of Quantum Electrodynamics // Physics of Particles and Nuclei. — Vol. 34. — 2003. — P. 377.
7. *Pervushin V. N.* Dirac Variables in Gauge Theories Physics of Particles and Nuclei // Physics of Particles and Nuclei. — Vol. 34. — 2003. — P. 348.
8. *Zumino B.* // J. Math. Phys. — Vol. 1. — 1960. — P. 1.
9. *Pavel H.-P., Pervushin V. N.* Reduced Phase Space Quantization of Massive Vector Theory // Int. J. Mod. Phys. — Vol. A 14. — 1999. — P. 2885.
10. *Feynman R. P.* Space – Time Approach to Quantum Electrodynamics // Phys. Rev. — Vol. 76. — 1949. — Pp. 769–789.
11. *Faddeev L. D.* Feynman Integral for Singular Lagrangians // T. M. F. — Vol. 1. — 1969. — P. 3.
12. *Faddeev L. D., Popov V. N.* Feynman Diagrams for the Yang–Mills Field // Phys. Lett. — Vol. B 25. — 1967. — P. 29.
13. *Bardin D., Passarino G.* The Standard Model in the Making: Precision Study of the Electroweak Interactions. — Oxford: Clarendon, 1999.
14. *Gogilidze S. A., Pervushin V. N., Khvedelidze A. M.* Reduction in Systems with Local Symmetry // Physics of Particles and Nuclei. — Vol. 30. — 1999. — P. 66.
15. *Schweber S.* An Introduction to Relativistic Quantum Field Theory. — Evanston, Ill., Elmsford, N.Y: Row, Peterson and Co, 1961.
16. *Yang C. N., Mills R.* Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance // Phys. Rev. — Vol. 96. — 1954. — P. 191.
17. *Glashow S. L.* Partial Symmetries of Weak Interactions // Nucl. Phys. — Vol. 22. — 1961. — P. 579.
18. *Weinberg S.* A Model of Leptons // Phys. Rev. Lett. — Vol. 19. — 1967. — P. 1264.
19. *Salam A.* The Standard Model. Almqvist and Wikdells // Elementary Particle Theory / Ed. by N. Svartholm. — Stockholm, 1969. — 367 p.
20. *Barbashov B. M., Glinka L. A., Pervushin V. N. et al.* Weak Static Interactions in the Standard Model. — [hep-th/0611252].
21. *Coleman S. R., Weinberg S.* Radiative Corrections as the Origin of Spontaneous Symmetry Breaking // Phys. Rev. — Vol. D7. — 1973. — P. 1888.
22. arXiv: [hep-ex/0703034v1].
23. Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, Review of Particle Physics. — Vol. 33. — 2006.
24. *Volkov M., Pervushin V.* The Electromagnetic Form-Factor of the Pion // Phys. Lett. — Vol. 51B. — 1974. — P. 356.
25. *Kalinovsky Y. L., Pervushin V. N.* Description Of The Nonleptonic K Decays Without 'Dynamical Enhancement' // Sov. J. Nucl. Phys. — Vol. 29. — 1979. — P. 475.
26. *D'Ambrosio G. et al.* The Decays $K \to pi\, l + l-$ Beyond Leading Order in the Chiral Expansion // JHEP. — Vol. 9808. — 1998. — P. 4.
27. Radiative Kaon Decay in Chiral Perturbation Theory / A. Z. Dubničková, S. Dubnička, E. Goudzovski et al // Part. and Nucl. Lett. — Vol. 5, No 2 (144). — 2007. — P. 141.
28. *Appel R. et al.* A New Measurement of the Properties of the Rare Decay $K+ \to pi + e + e-$. By E865 Collaboration // Phys. Rev. Lett. — Vol. 83. — 1999. — P. 4482.

UDC 519.633.2, 517.958: 530.145.6

Standard Model in Hamiltonian Approach and Higgs Effect

V. N. Pervushin [*], **S. A. Shuvalov** [†]

[*] *Joint Institute for Nuclear Research*
6, Joliot-Curie str., Dubna, Moscow Region, 141980, Russia
[†] *Peoples' Friendship University of Russia*
6, Miklukho-Maklaya str., Moscow, 117198, Russia

The vector bosons models including Standard Model (SM) are investigated in the framework of the Dirac Hamiltonian method with explicit resolving the Gauss constraints in order to eliminate variables with zero momenta and negative energy contribution in accordance with the spectral postulate of operator quantization. This elimination leads to static interactions in a frame of reference of the Hamiltonian formulation. We list a set of observational and theoretical arguments in favor of these static interactions in SM. We show that the Dirac Hamiltonian method admits the mechanism of spontaneous symmetry breaking in SM by the initial data of the zeroth Fourier harmonic of the Higgs field that provokes masses of vector and spinor fields without the Higgs potential of this zeroth harmonic. In this case, the extremum of the quantum Coleman–Weinberg effective potential obtained from the unit vacuum–vacuum transition amplitude leads to a new sum-rule for masses of fermions and bosons and predicts a mass of the Higgs field ~ 250 GeV.