

УДК 539.12

О структуре осциллирующих нейтрино. Стационарная теория нейтринных осцилляций

Ю. С. Копысов

Институт Ядерных Исследований РАН
Россия, 117312, Москва, Проспект 60-летия Октября, 7а

Обсуждается структура волновой функции осциллирующего нейтрино в контексте стационарной теории нейтринных осцилляций. Из требования, чтобы суперпозиция состояний с разными массами подчинялась единому уравнению Дирака, получено выражение для массы осциллирующего нейтрино. Обсуждаются также проблема фрагментационного распада осциллирующего нейтрино на некогерентную смесь массовых нейтринных состояний и вопрос о взаимодействии некогерентной смеси с нейтринными детекторами.

Ключевые слова: нейтрино, осцилляция, структура нейтрино, солнечные нейтрино.

При теоретическом описании процесса нейтринных осцилляций стало традицией абстрагироваться от проблемы формирования самого нейтринного пучка. Поступают обычно следующим образом.

Вектор состояния нейтрино $|\nu_f\rangle$, рождающегося в обычном электрослабом процессе в момент времени $t = 0$ и имеющего определённый лептонный аромат f ($f \in (e, \mu, \tau)$), записывается в виде суперпозиции состояний $|\nu_k\rangle$, имеющих определённые массы m_k [1]:

$$|\nu_f\rangle = \sum_{k=1,2,3} U_{fk} |\nu_k\rangle. \quad (1)$$

В момент времени t вектор состояния эволюционирующего пучка записывается в виде:

$$|\nu_f t\rangle = e^{-i\hat{H}t} |\nu_f\rangle = \sum_{k=1,2,3} U_{fk} e^{-iE_k t} |\nu_k\rangle. \quad (2)$$

При этом принимают, что

$$E_k = \sqrt{p^2 + m_k^2} \cong p + \frac{m_k^2}{2p}, \quad (3)$$

где p — импульс (абсолютное значение) испускаемых нейтрино, одинаковый для всех состояний $|\nu_k\rangle$. Осцилляции нейтрино в вакууме возникают вследствие разницы в фазовых множителях, описывающих временную эволюцию ν_k [2]:

$$|\nu_k t\rangle \sim e^{-\frac{m_k^2}{2p} t}. \quad (4)$$

К сожалению, такое (нестационарное) описание противоречит кинематике распадных процессов с участием нейтрино, требующей выполнения закона сохранения 4-импульса. Проще всего это увидеть на примере двухчастичной кинематики K -захвата



где Q — энергия, выделяющаяся при распаде.

Рукопись поступила в редакцию 10 декабря 2007 г.

Исходя из законов сохранения энергии и импульса, можно найти энергию испускаемого нейтрино:

$$E_\nu = Q \left(1 - \frac{Q}{2M}\right) + \frac{m_\nu^2}{2M} \left(1 - \frac{Q}{2M}\right), \quad (5)$$

где M — масса конечного ядра. Если нейтрино ν_e испускается в виде суперпозиции состояний с разной массой, то разность энергий $\Delta E_{ik} = E_i - E_k$ двух частиц, имеющих массы m_i и m_k , равна:

$$\Delta E_{ik} = \frac{m_i^2 - m_k^2}{2M} \left(1 - \frac{Q}{2M}\right) \simeq (m_i - m_k) \frac{m_i + m_k}{2M}. \quad (6)$$

Соответствующие значения для импульсов нейтрино:

$$p_\nu = Q \sqrt{1 - \frac{Q}{2M}} - \frac{m_\nu^2}{2Q \sqrt{1 - \frac{Q}{2M}}}; \quad \Delta p_{ik} = p_i - p_k = -\frac{m_i^2 - m_k^2}{2Q \sqrt{1 - \frac{Q}{2M}}}. \quad (7)$$

Противоречие здесь состоит в том, что **во-первых**, разность энергий двух состояний, принимаемая в нестационарной MSW теории

$$\Delta E_{ik} = \sqrt{p^2 + m_i^2} - \sqrt{p^2 + m_k^2} \simeq \frac{m_i^2 - m_k^2}{2Q} \gg \frac{m_i^2 - m_k^2}{2M}, \quad (8)$$

намного больше разности, следующей из кинематики. Это означает, что закон сохранения 4-импульса запрещает нестационарный вариант теории осцилляций.

Во-вторых, из кинематики следует, что компоненты суперпозиции, имеющие разную массу, не могут иметь одинаковый импульс! При этом энергетический эквивалент разности импульсов немного больше разности энергий соответствующих состояний:

$$|\Delta p_{ik}| \gg |\Delta E_{ik}|. \quad (9)$$

Аналогичные результаты получаются и в случае трёхчастичной кинематики, когда в конечном состоянии наряду с нейтрино присутствует и заряженный лептон (позитрон или электрон в случае бета-распада). Из приведённого обсуждения можно сделать следующие выводы:

- (1) Процесс осцилляций следует описывать стационарными векторами состояний вида

$$|\nu_f t \vec{x}\rangle = \sum_{k=1,2,3} U_{fk} e^{-iE_\nu t} |\nu_k \vec{x}\rangle = e^{-iE_\nu t} \sum_{k=1,2,3} U_{fk} e^{i\vec{p}_k \vec{x}} |\nu_k\rangle, \quad (10)$$

где

$$p_k = \sqrt{E_\nu^2 - m_k^2} \simeq E_\nu - \frac{m_k^2}{2E_\nu}. \quad (11)$$

Вакуумные осцилляции возникают из-за разных фазовых множителей, характеризующих зависимость $|\nu_k\rangle$ от пространственных координат:

$$|\nu_k \vec{x}\rangle \sim \exp\left\{-i \frac{m_k^2}{2E_\nu} (\vec{n} \cdot \vec{x})\right\}, \quad (12)$$

где \vec{n} — единичный вектор в направлении импульса.

- (2) Электронное нейтрино ($f = e$), рождающееся в бета-распаде, не имеет определённого импульса. Мы можем вычислить среднее по суперпозиции значение импульса:

$$\hat{p} |\nu_e \vec{x}\rangle = \sum_{k=1,2,3} U_{fk} \hat{p} |\nu_k \vec{x}\rangle = \sum_{k=1,2,3} U_{fk} p_k |\nu_k \vec{x}\rangle,$$

так что

$$\vec{p}_f = \sum_{k=1,2,3} w_k \vec{p}_k, \quad (13)$$

где $w_k = |U_{fk}|^2$ и $\sum_{k=1,2,3} w_k = 1$.

Важный комментарий.

Если нейтринный детектор действительно регистрирует нейтринные осцилляции, то это означает, что детектирующий прибор откликается сразу на всю суперпозицию (10), т. е. детектор одновременно поглощает состояния с разными массами и разными импульсами! Как это возможно и возможно ли вообще? Ответ на этот вопрос может быть только один. Наличие осцилляций означает, что средний импульс \vec{p}_f квантуется, т. е. вся суперпозиция описывается уравнением Дирака!

Мы можем вычислить массу осциллирующего нейтрино m_f , т. е. массу всей суперпозиции,

$$m_f = \sqrt{E_\nu^2 - \vec{p}_f^2}. \quad (14)$$

Используя соотношения (11) и (13) и тождество

$$\sum_i w_i^2 m_i^2 + \sum_{i < k} w_i w_k (m_i^2 + m_k^2) \equiv \sum_i w_i m_i^2, \quad (15)$$

находим:

$$m_f = \sqrt{\sum_k w_k m_k^2} + \sum_{i < k} \frac{w_i w_k (m_i - m_k)^2}{2 \sqrt{\sum_l w_l m_l^2}} \left(\frac{m_i + m_k}{2E_\nu} \right)^2 + \dots \quad (16)$$

К аналогичному выражению можно прийти, если принять, что формальная сумма

$$|\nu_f x\rangle = \sum_k U_{fk} \frac{u_{p_k}}{\sqrt{2E_\nu}} e^{-ip_k x}, \quad (17)$$

где u_{p_k} — биспинор, подчиняющийся уравнению Дирака:

$$(\gamma \hat{p} - m_f) |\nu_f x\rangle = 0. \quad (18)$$

В этом случае получаем точное выражение для массы m_f :

$$m_f = \sqrt{\sum_k |U_{fk}|^2 m_k^2}. \quad (19)$$

Различие между (16) и (19) имеет глубокий физический смысл. Действительно, если бы равенство (19) выполнялось точно, то осциллирующие нейтрино существовали бы бесконечно долго. Однако малая добавка в (16) разрушает когерентное осциллирующее состояние ν_f . Происходит фрагментационный распад осциллирующего пакета. В конечном итоге на больших расстояниях от излучателя нейтрино осциллирующий квантовый пакет превращается в некогерентную смесь состояний $|\nu_f x\rangle$. Происходит фрагментационный распад осциллирующего кванта.

Важный комментарий.

Здесь следует снова подчеркнуть, что в предлагаемом стационарном варианте теории нейтринных осцилляций процесс осцилляций является существенно квантовым процессом в отличие от классической MSW теории, в которой, как писали сами авторы, «осцилляции нейтрино — это, по существу, колебательный процесс, не связанный с квантовой природой частиц» [3]. В этом принципиальное различие новой теории нейтринных осцилляций от MSW теории.

На пучок некогерентных состояний ν_k нейтринный детектор будет реагировать иначе, чем на когерентную смесь. Например, эксперименты с солнечными нейтрино вполне могут быть объяснены спецификой регистрации некогерентной смеси, образовавшейся после фрагментации осциллирующего пучка.

Рассмотрим такую возможность на примере результатов измерений потоков солнечных нейтрино в эксперименте SNO (Садбери) [4]. Детектор SNO регистрирует следующие реакции:

Тип реакции	Реакция	Измеренный поток в единицах $10^6 \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$
(CC)	$\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$	$\varphi_{\text{CC}} = 1,70$
(NC)	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \nu_e \\ \nu_\tau \end{pmatrix} + d \rightarrow p_n + \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \nu_e \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$	$\varphi_{\text{NC}} = 4,90$
(ES)	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \nu_e \\ \nu_\tau \end{pmatrix} + \bar{e} \rightarrow \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \nu_e \\ \nu_\tau \end{pmatrix} + \bar{e}$	$\varphi_{\text{ES}} = 2,13$

Мы видим, что $\varphi_{\text{CC}} \approx 1/3\varphi_{\text{NC}}$. Такое соотношение легко получить уже в самом простом случае, полагая, что каждое массовое состояние ν_k содержит в себе состояние ν_f^0 с вероятностью $\sim 1/3$. При этом необходимо учесть, что в реакции (NC) все ароматы, представленные в массовых состояниях $|\nu_k\rangle$, интерферируют, в то время как в реакции (CC) никакой интерференции нет.

Появление в потоках нейтрино некогерентной смеси требует введения дополнительных параметров при фитировании результатов измерений теоретическими расчётами. Соответственно появляется возможность включения астрофизических факторов снижения скоростей счёта солнечных нейтрино. Так учёт нового канала pp -реакции с участием ядра катализатора может привести к снижению скоростей счёта как ${}^8B^-$, так и pp -нейтрино [5].

Литература

1. *Биленький С. М., Понтекорво Б. М.* Смешивание лептонов и осцилляции нейтрино // УФН. — Т. 123, вып. 2. — 1977. — С. 171.
2. *Wolfenstein L.* Neutrino oscillations in matter // Phys. Rev. D. — Vol. 17. — 1978. — Pp. 2369–2374.
3. *Мухеев С. П., Смирнов А. Ю.* Резонансные осцилляции нейтрино в веществе // УФН. — Т. 153, вып. 1. — 1987. — С. 3.
4. *Ahmed S. N. et al.* SNO Collaboration. Measurement of the Total Active 8B Solar Neutrino Flux at the Sudbury Neutrino Observatory with Enhanced Neutral Current Sensitivity // Phys. Rev. Lett. — Vol. 92. — 2004. — P. 181301.
5. *Kopysov Y. S.* Solar neutrinos and the catalytic role of a third particle in hydrogen burning // AIP Conference Proceedings. — No 52. — 1979. — P. 28.

UDC 539.12

On the Structure of an Oscillating Neutrino. The Stationary Theory of Neutrino Oscillations

Yu. S. Kopysov

*Institute of Nuclear Research of RAS
7a, Prospect of the 60th October Anniversary, Moscow, 117312, Russia*

The structure of the oscillating neutrino wave function is discussed in the context of the stationary theory of neutrino oscillations. If one requires the superposition of neutrino states with differing masses to be a solution of a single Dirac equation, then one can obtain the equation for the oscillating neutrino mass. The problem of the fragmentation decay of an oscillating neutrino to the incoherent mixture of neutrino mass states as well as the problem of interaction of the incoherent neutrino mixture with neutrino detectors are also discussed.