УДК 681.51.01

Методы наблюдаемости динамических систем с целью обеспечения безопасности функционирования сложной технической системы

Н. А. Северцев, А. В. Мухин, А. И. Фесечко

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
ул. Вавилова д. 40, Москва, 119333, Россия

В статье изложен методологический подход к задаче формализации процесса наблюдения и измерения параметров динамической системы. Показана необходимость выбора измеряемых параметров системы для оценки состояния управления. Дана формулировка понятия безопасности системы и предложена формализация количественной оценки безопасности функционирования и изменения состояния сложной технической системы (СТС) во времени.

Важным процессом обеспечения безопасности функционирования технической системы, особенно специального назначения, является измерение и наблюдение за её параметрами. Процесс состояния динамики исследуемого объекта (системы) описывается моделью в виде уравнений динамики в векторной форме. Динамическая система управления и её измерительный комплекс представляют собой линейную стационарную систему, которая описывается моделью в матричном виде.

При оценке состояния безопасности технической системы могут иметь место различные алгоритмы измерения параметров. В любом случае разрешающие операции реализуются оператором, который для линейной стационарной динамической системы также является линейным. Предложенный в статье метод определения оптимального набора параметров наблюдений, характеризующих состояние системы, значительно влияет на безопасность исследуемой динамической системы при наличии внутренних возмущающих воздействий.

Варьируя этими параметрами, можно определить тот момент времени и такой интервал наблюдения, когда текущее состояние динамической системы определяется с максимальной точностью.

Ключевые слова: наблюдение, измерение, управление, безопасность, динамическая система, оценка, возмущающее воздействие, линейный оператор, линейная стационарная система, алгоритм.

Процесс изменения параметров исследуемого объекта (системы) при функционировании систем, особенно специального назначения, можно описать моделью в виде уравнений динамики в векторной форме:

$$\overset{\bullet}{X} = \phi\left[t, x(t), u(t),\right], \tag{1}$$

где x — n-мерный вектор фазовых координат, определяющий состояние системы управления и принадлежащий некоторому открытому множеству X, u — r-мерный вектор управления, принадлежащий множеству υ; t – текущее время, находящееся в промежутке $T = [t_0, t_1]$. Оценка текущего состояния системы управления (1) осуществляется с помощью m-мерного вектора наблюдения, принадлежащего множеству Υ.

$$\Upsilon(t) = C\left[t, x(t), u(t)\right], \tag{2}$$

где C – оператор, отражающий особенности конструкции СТС и измерительных устройств.

Из уравнений (1), (2) следует, что состояние динамики системы характеризуется n параметрами и наблюдается m контролируемыми величинами. Необходимо обосновать выбор измеряемых параметров, необходимых для оценки состояния безопасности исследуемой системы.

Пусть для наблюдения динамической системы (объекта)

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \phi\left[t, x(t), u(t)\right], \tag{3}$$

имеется ℓ вариантов измерительных комплексов $y_k(t)$, где $k = 1, \ldots, \ell$. Они отличаются между собой тем, что, с одной стороны, используются различные векторы наблюдения, с другой стороны, существуют ограничения по их применению. Каждый из векторов обеспечивает полную наблюдаемость системы.

Пусть для исследуемой динамической системы (3) выполняются условия теоремы Калмана, и она полностью наблюдаема в любой системе координат.

Для каждой системы координат имеем функцию:

$$\wp = Q_k(\delta_1, \ldots, \delta_m), \tag{4}$$

где $k = 1, \ldots, \ell$ от m переменных, заданных в положительной области D. Предположим, что значения переменных $\delta_1, \ldots, \delta_m$ определяют внутреннюю точку области D. Каждый из ℓ функционалов (4) в точке $(\delta_1^0, \ldots, \delta_m^0)$ имеет условный минимум.

Динамическая система управления (5) и её измерительный комплекс (6) представляют собой линейную стационарную систему, которая описывается моделью в матричном виде:

$$\overset{\bullet}{X}(t) = Ax(t) + Bu(t), \tag{5}$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t), \tag{6}$$

где A, B, C, D – постоянные матрицы размерности соответственно $n \times n, n \times r, m \times n, m \times r$. Для проверки на наблюдаемость этой системы составляем матрицу $K : K = [c^1\ A^1\ c^1\ A^{12}, c^1, \ldots\ldots, A^{1m-1}]$. Исследуемая система, с целью предотвращения опасности, считается наблюдаемой, если для неё ранг матрицы K равен n. Для наблюдаемой системы существуют такие разрешающие операции, которые ввиду линейности системы (5) также являются линейными и имеют вид:

$$x(t_0) = Vy(t). \tag{7}$$

здесь V – линейный оператор с элементами V_{si}, отражающий разрешающие операции (S, $i = 1, \ldots, n$). Значение элементов линейного оператора и его структура определяются фундаментальной матрицей динамической системы (5) и матрицей C измерительного комплекса (6).

Для стационарной системы, например, атомной станции, можно взять любое время оценки состояния, например, примем $t = t_0$. Так как управляющее воздействие $U(t)$ измеряется, и коэффициенты модели (5) измерительного комплекса (6) известны, то можно ограничиться случаем, когда управляющее воздействие отсутствует, т.е. $U(t) \equiv 0$. В этом случае вектор наблюдения $y(t)$ связан с вектором $x(t_0)$ линейной зависимостью:

$$y(t) = CX(t, t_0)x(t_0), \tag{8}$$

где: $x(t_0)$ фундаментальная матрица дифференциального уравнения, которое является моделью динамической системы (5). Из (7) следует, что для определения состояния системы в начальный момент времени необходимо найти значения элементов оператора V. Здесь может быть два случая:

1. Пусть размерность вектора состояния и вектора наблюдения равны, т.е. $n = m$. Тогда оператор V находится из (8) как обратная матрица произведения двух матриц C и X, т.е. $V = [CX(t, t_0)]^{-1}$. Этот случай является достаточно простым.

2. Пусть размерность вектора наблюдения и вектора состояния $m < n$. Тогда возможны различные варианты построения измерительного комплекса, отличающие друг от друга оператором V, на основании которого можно определить оптимальный вариант.

Вариант 1.

Система равномерно наблюдается через определённые равные промежутки времени Δt. Для равномерно наблюдаемой системы, у которой состояние $x(t)$ в момент времени t_0 может быть определено по известному выходу динамической системы $y(t_0)$, а в этот момент времени $t = t_0$, матрица V равна псевдообратной матрице, определяющей уравнением (8).

$$V = [CX(t, t_0)]^{\oplus} = ([CX(t, t_0)][CX(t, t_0)]^{-1}[CX(t, t_0)]). \tag{9}$$

Эта псевдообратная матрица (9) даёт наилучшее приближенное решение матричного уравнения (8) по методу наименьших квадратов [1].

Вариант 2.

Система (объект) измерения может наблюдаться в любой момент времени. Тогда можно выбрать такие моменты времени для наблюдения, когда будет максимальная точность наблюдения. Алгоритм измерения состоит в следующем. После измерения вектора $y(t)$ в момент времени t_0 из выражения (8) получим систему уравнений с неизвестными $X(t_0)$. В матричной форме система будет иметь вид:

$$y(t_0) = CX(t_0, t_0)x(t_0). \tag{10}$$

Так как $m < n$, то для решения (10) относительно вектора состояния $X(\tau_0)$, к ним необходимо добавить ещё $(m-n)$ уравнений. Их можно получить после измерения вектора $y(t_0)$ в момент времени $(t + \Delta t)$, т.е.

$$y(t + \Delta t) = CX(t_0 + \Delta t, t_0)x(t_0). \tag{11}$$

Количество дополнительных уравнений (11) обусловливается условиями необходимости и достаточности наблюдения вектора $y(t)$. Совместное решение уравнений (10) и (10) даёт оценку состояния динамической системы (5) и (6), а оператор, определяющий это решение, представляет собой, в соответствии с (7), искомый оператор V. Соотношение чисел m и n позволяет определить число замеров вектора наблюдения или отдельных его составляющих в интервале $[t_0, t_1]$. Данный метод определения количества оптимальных параметров наблюдений, характеризующих состояние системы, значительно влияет на безопасность исследуемой динамической системы при внутренних силах, на неё воздействующих.

При оценке состояния безопасности динамической системы могут иметь место возможные алгоритмы измерения параметров. В любом случае разрешающие операции отличаются оператором V. Поэтому выбор оптимального варианта сводится к анализу структуры этого оператора. Для линейной стационарной динамической системы оператор V также является линейным, для которого компоненты метрического тензора определяются суммой произведений i-го и k-го столбцов этого оператора [2]. Найдём компоненты метрического тензора:

$$G_{ii} = 1 + \sum_{s=1}^{n} \nu_{si}^2, \quad G_{ik} = 1 + \sum_{s=1}^{n} \nu_{si}\nu_{sk}, \tag{12}$$

где ν_{si} — элементы матрицы V $(i, k, s = 1, n)$.

Метрический тензор полостью характеризует метрические свойства линейной динамической системы (объекта) (1) в координатах вектора наблюдения в заданный момент времени t_0. После определения метрического тензора для каждого из сравниваемых измерительных комплексов нетрудно найти оптимальный вариант для оценки состояния исследуемой системы (1), (2) в момент t_0.

В соответствии с выражениями (выше обозначенными) $X(m_0) = Vy(t)$;

$$y(m_0) = CX(t_0, t_0)x(t_0); \quad y(t_0 + \Delta t) = CX(t_0 + \Delta t, t_0)x(t_0)$$

компоненты метрического тензора зависят как от момента времени t_0, для которого определяется текущее состояние динамической системы, так и от интервала наблюдения Δt. Варьируя эти параметры, можно определить тот момент времени и такой интервал наблюдения, когда текущее состояние динамической системы определяется с максимальной точностью. Изложенный метод используется и в том случае, если текущее состояние необходимо определить в течение всего переходного процесса функционирования системы.

Литература

1. *Северцев Н. А., Темнов В. Н.* Методологическая безопасность. — М.: Высшая школа, 2003. [*Severcev N. A., Temnov V. N.* Metodologicheskaya bezopasnostj. — M.: Vihsshaya shkola, 2003.]
2. *Судаков Р. С.* Простые методы прикладной теории матриц. — М.: ООО «Можайск – Терра», 2005. [*Sudakov R. S.* Prostihe metodih prikladnoyj teorii matric. — M.: OOO «Mozhayjsk – Terra», 2005.]

UDC 681.51.01

Methods of Observation of Dynamic Systems Functioning in Order to Ensure System Safety

N. A. Severtsev, A. V. Mukhin, A. I. Fesechko

The article sets forth the methodological approach to the problem of formalization of the process of observation and measurement of parameters of dynamic systems. The necessity of selection of the measured parameters of the system for the assessment of the control is shown. The wording of the concept of security system is given and the formalization of the quantitative assessment of the safety of the operation and status changes of complex technical systems (STS) in time are proposed.

Important process of ensuring the safety of the technical system, particularly for the special purposes, is the measurement and observation of the parameters. The process of the state and dynamics of the studied object (system) is described by the model in the form of dynamic equations in vector form. Dynamic management system and its measuring complex represent a linear stationary system, which is described by the model in a matrix form. When assessing the safety of technical systems different algorithms of measurement of parameters may be used. In any case allowed operations are implemented by the operator, which for linear stationary dynamical system is also linear. The method of determining the optimal set of parameters observations characterizing the state of the system which is proposed in the article significantly affects the safety of the study of the dynamical system in case of internal disturbances.

By varying these parameters, one can determine the time and the monitoring interval, when the current state of the dynamic system is determined with precision.

Key words and phrases: monitoring, measurement, management, security, dynamic system, evaluation, disturbance, a linear operator, linear stationary system, the algorithm.