УДК 519.633 PACS 44.05.+e, 44.35.+c

Математическое моделирование скважного нагрева многолетнемёрзлых грунтов

Н. А. Кудряшов, М. А. Чмыхов, Е. М. Кудрявцев

Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ
Каширское шоссе, д. 31, Москва, Россия, 115409

Условием успешного применения метода подземного выщелачивания для добычи полезных ископаемых является достаточная естественная водопроницаемость руд или возможность её создания искусственным путём. Известно, что в многолетнемёрзлых породах вода находится в связанном состоянии (лёд), и поэтому добыча полезных ископаемых методом подземного выщелачивания на этих территориях не представляется возможной без предварительного прогрева многолетнемёрзлых пород до температур выше температуры замерзания воды и рабочих растворов.

В данной работе представлена математическая модель прогрева массива многолетнемёрзлого грунта с условием Стефана на границе. Приведена постановка задачи, со скрытой теплотой фазового перехода, позволяющая применять схемы сквозного счета. В работе предложен алгоритм расчёта и реализован расчётный модуль на открытой архитектуре с использованием объектно-ориентированного языка программирования OpenFOAM. Задача решается с помощью метода конечных элементов. Верификация расчётного модуля проведена по известным точным решениям одномерных задач Стефана.

С использованием реализованного модуля приведён расчёт нагрева массива многолетнемёрзлого грунта для случаев одного, трёх и четырёх нагревателей. Основным результатом исследования является расчётное время, необходимое для плавления содержащегося в рудном массиве льда, и размер области пригодной для проведения подземного выщелачивания. Получена зависимость времени разморозки грунта в зависимости от температуры скважных нагревателей. Представлено время до замыкания размороженных отдельными нагревателями областей и время до полной разморозки рудного массива в пространстве между нагревателями.

Ключевые слова: криолитозона, многолетняя мерзлота, подземное выщелачивание, численное моделирование, метод конечных элементов, OpenFOAM, условие Стефана.

1. Введение

Подземное выщелачивание — способ разработки рудных месторождений избирательным переводом полезного компонента в жидкую фазу в недрах с последующей переработкой содержащих полезные ископаемые растворов. При этом металл извлекается путём ионного обмена в процессе управляемого движения реагента через массив с естественной или созданной разрушением проницаемостью. Одним из условий успешного применения подземного выщелачивания является достаточная естественная водопроницаемость руд или возможность её создания искусственным путём. «Многолетняя мерзлота» — часть криолитозоны, характеризующаяся отсутствием периодического размораживания.

Поскольку в многолетнемёрзлых породах вода находится в связанном состоянии (лёд) на этих территориях добыча полезных ископаемых методом подземного выщелачивания не представляется возможной без предварительного нагрева многолетнемёрзлых пород до температур выше температуры замерзания воды и рабочих растворов.

Месторождение нагревается сетью скважных нагревателей (рис. 1) до образования водопроницаемой области пригодной для проведения подземного выщелачивания. После этого мощность нагревателей снижается до «поддерживающего» уровня.

Статья поступила в редакцию 30 декабря 2013 г.

После включения нагревателей вокруг каждой скважины образуется массив размороженного грунта цилиндрической формы. При дальнейшем нагреве объем размороженных областей увеличивается, и они соединяются между собой в сплошной массив пригодный для проведения подземного выщелачивания (рис. 1).

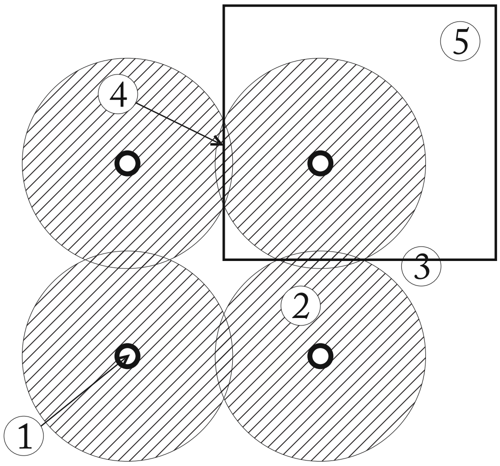

Рис. 1. Расположение скважных нагревателей (вид сверху): 1 — нагреватель; 2 — размороженная порода; 3 — мёрзлая порода; 4 — смыкание областей; 5 — расчётная область

Для снижения общих затрат энергии необходимо проводить оптимизацию расположения нагревательных элементов в зависимости от геологических особенностей месторождения.

2. Математическая модель

Под действием нагревателя Н температура массива вечной мерзлоты повышается до достижения температуры T_0 (температура плавления содержащегося в промёрзлых породах льда). С этого момента область разделяется на две подобласти, в одной области $\mathbb{D}_1$ порода содержит воду в жидком состоянии, в другой $\mathbb{D}_2$ порода содержит лёд.

Изменение температуры грунта в области $\mathbb{D}_1$ описывается следующим уравнением

$$c_1\rho_1\frac{\partial u_1}{\partial t} = \mathrm{div}\left(\lambda_1 \mathrm{grad} u_1\right), \quad r \in \mathbb{D}_1, \tag{1}$$

где $u_1(r,t)$ — температура породы, λ_1, c_1 и ρ_1 — теплопроводность, теплоёмкость и плотность растопленной породы в области $\mathbb{D}_1$.

Теплообмен в области мерзлоты описывается уравнением

$$c_2\rho_2\frac{\partial u_2}{\partial t} = \mathrm{div}\left(\lambda_2 \mathrm{grad} u_2\right), \quad r \in \mathbb{D}_2, \tag{2}$$

где $u_2(r,t)$ — температура породы, λ_2, c_2 и ρ_2 — теплопроводность, теплоёмкость и плотность растопленной породы в области $\mathbb{D}_2$.

Условие на границе плавления (условие Стефана) [1, 2]

$$\lambda_1 \left.\frac{\partial u_1}{\partial n}\right|_{\alpha(t)} - \lambda_2 \left.\frac{\partial u_2}{\partial n}\right|_{\alpha(t)} = \kappa\rho_1\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}, \tag{3}$$

где $\alpha(t)$ — положение фронта растопления многолетнемёрзлой породы в момент времени t, n — нормаль к поверхности фронта плавления, κ — скрытая теплота фазового перехода. Условие фазового перехода

$$u_1|_{\alpha(t)} = u_2|_{\alpha(t)} = T_0, \tag{4}$$

где T_0 — температура фазового перехода. Краевые условия

$$u_1|_{\Gamma} = U_1, \qquad u_2|_{\Gamma_{D_2}} = U_0, \tag{5}$$

где U_1 — температура нагревателя, U_0 — температура непрогретой многолетнемёрзлой породы на достаточном удалении от нагревателя. Начальное условие

$$u_2(r, 0) = U_0. \tag{6}$$

В области $\mathbb{D}_1$ температура выше температуры замерзания и вода находится в жидкой фазе, в этой области можно проводить добычу полезных ископаемых методом подземного выщелачивания.

3. Разностная схема и алгоритм вычисления

Для математического моделирования процесса плавления мерзлоты используем следующий подход: исходную задачу переформулируем таким образом, чтобы условие Стефана не использовать в явном виде, а включить его в уравнение, которое становится применимым для всей рассматриваемой области.

Переведём скрытую теплоту фазового перехода в теплоёмкость, увеличим теплоёмкости материала в некотором диапазоне температур в окрестностях температуры фазового перехода. Предположим, что скрытая теплота фазового переходы равномерно выделяется в выбранном диапазоне температур, тогда теплоёмкость определяется следующей формулой

$$C_{app} = \begin{cases} C_s, & T < T_s; \\ C_{in}, & T_s < T < T_l; \\ C_l, & T > T_l. \end{cases} \qquad C_{in} = \frac{\int\limits_{T_s}^{T_l} C(T)\mathrm{d}T + H}{T_l - T_s}. \tag{7}$$

В этом случае закон сохранения энергии для одномерного случая запишется в виде

$$\rho C_{app} \frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div}\left(k \operatorname{grad} T\right). \tag{8}$$

Уравнение (8) с соответствующими начальными и граничными условиями решается численно методом контрольного объёма [3]. Расчётный модуль реализован на открытой архитектуре с использование объектно-ориентированного языка программирования OpenFOAM [4]. Геометрия расчётной области и сетка импортировалась процедурой ideasUnvToFoam [5].

Верификация расчётного модуля проведена по известным точным решениям одномерных задач Стефана [1, 2].

4. Результаты моделирования нагрева массива многолетнемёрзлого грунта четырьмя скважинами

Математическое моделирование проводилось для случая одной, трёх и четырёх нагревательных скважин. Аналитическое решение подобных задач в изученной литературе не представлено и, вероятно, не может быть получено классическими методами. Приведём здесь полученные результаты для случая четырёх нагревателей. Геометрия расчётной области представлена на рис. 1. В силу симметрии задачи для ускорения счета рассматривается только четвертинка отмеченная на рисунке.

Геометрические параметры задачи следующие: длинна расчётной области — 8×8 м; ширина расчётной области – 50 м; расстояние между скважинами — 5 м; диаметр нагревателя — 0,2 м.

Теплофизические параметры модели: плотность грунта (песок) — $1,45\ \frac{\text{т}}{\text{м}^3}$; теплоёмкость грунта (песок) — $1,2\ \frac{\text{кДж}}{\text{дм}^3 K}$ или 835 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}K}$; теплоёмкость воды — $4,2\ \frac{\text{кДж}}{\text{кг}K}$; теплоёмкость льда — $2,0\ \frac{\text{кДж}}{\text{кг}K}$; удельная теплота плавления — 335 $\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$; водосодержание (по массе сухого грунта) — 50 %; начальная температура 268 K (-5°C); температура на поверхности нагревателя – 368 K (95°C).

Результаты математического моделирования представлены на рис. 2. Белой линией отмечено положение границы плавления льда содержащегося в породе (положение фазового перехода лёд — вода). Из рисунка видно, что в момент времени, соответствующий рис. 2(b), произошло объединение прогретых областей (вода в жидкой фазе). При дальнейшем нагреве объём размороженных областей увеличивается. Рис. 2(c) соответствует полному плавлению всего массива льда расположенного между скважинами.

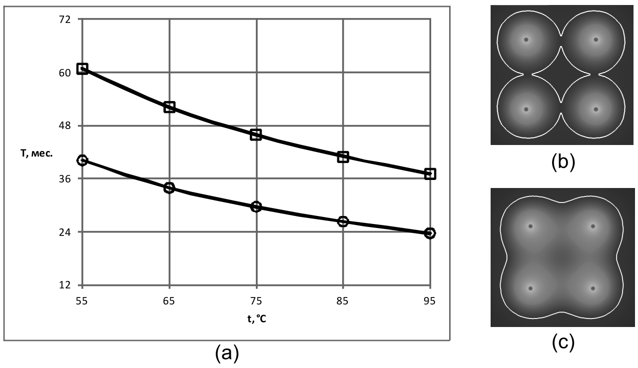

Рис. 2. Зависимость времени разморозки грунта от температуры нагревателей (a), на графике: ○ — время до замыкания размороженных областей (b), □ — время до полной разморозки льда между скважинами (c)

Основным результатом исследования является время, необходимое для плавления содержащегося в грунте льда и образования области, пригодной для проведения подземного выщелачивания. Зависимость времени разморозки грунта от температуры нагревателей показана на рис. 2(a).

5. Заключение

В работе исследовался прогрев многолетнемёрзлых грунтов с помощью скважных нагревателей. Сформулирована математическая модель и проведено численное моделирование нагрева массива многолетнемёрзлого грунта для случаев одного, трёх и четырёх нагревателей. Получена зависимость времени образования сплошной свободной ото льда области в зависимости от температуры скважных нагревателей.

Литература

1. *Stefan J.* // S-B Wien Akad. Mat. Natur. — 1889. — Vol. 98. — Pp. 473–557.

2. *Тихонов А. Н., Самарский А. А.* Уравнения математической физики. — М.: МГУ, 2004. [Tikhonov A. N., Samarskii A. A. Equations of Mathematical Physics. — Moscow: MSU, 2004.]
3. *Патанкар С. В.* Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах. — М.: МЭИ, 2003. [Patankar S. V. Computation of Conduction and Duct Flow Heat Transfers. — Moscow: MPEI, 2003. — (in russian).]
4. *Weller H. G. et al.* A Tensorial Approach to Computational Continuum Mechanics using Object Oriented Techniques // Computers in Physics. — 1998. — Vol. 12, No 6. — Pp. 620–631.
5. OpenFOAM. The Open Source CFD Toolbox, User Guide. V. 2.1.0. — 2011. — http://www.openfoam.org/docs/user/.

UDC 519.633 PACS 44.05.+e, 44.35.+c

Mathematical Modeling of Heat Frozen Earth

N. A. Kudryashov, M. A. Chmykhov, E. M. Kudryavcev

National Research Nuclear University MEPHI
31, Kashirskoe Shosse, Moscow, Russia, 115409

In-situ leaching is a mining process used to recover minerals such as copper and uranium through boreholes drilled into a deposit, in situ. Water permeability of orebody is a necessary condition of in-situ leaching. Permafrost or cryotic soil is soil at or below the freezing point of water for two or more years. Most permafrost is located in high latitudes. Ground ice is not always present, but it frequently occurs and it may be in amounts exceeding the potential hydraulic saturation of the ground material. Under these conditions it is necessary for the successful leaching warm orebody and melt the ice.

Mathematical model of heating permafrost is considered taking into account the Stefan condition at the boundary of melting. An equivalent formulation of the problem is shown. We proposed numerical algorithm for analyzing this process. Computation module is produced on an open architecture with the use of object-oriented programming language OpenFOAM. Verification of the computation module carried using the known exact solutions of simplified tasks.

Evolution of permafrost melting in the case of one, three and four cylindrical heaters is presented. The main result of this study is the time required for melting the solid of permafrost by four heaters. The time to complete defrosting orebody in the space between the heaters is shown.

Key words and phrases: permafrost, in-situ leaching, numerical simulation, finite element method, OpenFOAM.