УДК 524.83

Цилиндрически-симметричные конфигурации взаимодействующих скалярного и спинорного полей с учётом идеальной жидкости

Н. А. Ковальчуков*, **Г. Н. Шикин**†, **Л. П. Ющенко***

* *Кафедра общей физики*

† *Кафедра теоретической физики*

Российский университет дружбы народов

ул. Миклухо-Маклая, д. 6, Москва, Россия, 117198

Исследованы свойства статических цилиндрически-симметричных конфигураций взаимодействующих скалярного и спинорного полей с учётом идеальной жидкости с уравнением состояния $P = W\varepsilon$, где P — давление, ε — плотность энергии, W — произвольный безразмерный параметр. Наряду с обычной материей, которой соответствуют положительные W, рассмотрены типы идеальной жидкости с отрицательным давлением ($W < 0$), которые в настоящее время активно используются в космологии (тёмная материя, космические струны, квинтэссенция, космический вакуум, фантомная материя). Получены точные решения уравнений взаимодействующих скалярного и спинорного полей, уравнений Эйнштейна и уравнения движения идеальной жидкости при произвольном W. Выписаны условия регулярности метрики на оси симметрии системы, а также условия регулярной (плоской или струнной) асимптотики метрики. Рассмотрено влияние различных типов идеальных жидкостей на формирование у системы взаимодействующих полей солитоноподобных или струноподобных конфигураций. Установлено, что в случаях $W = \frac{1}{3}$ (ультрарелятивистская материя), $W = -\frac{1}{3}$ (газ космических струн), $W = -\frac{2}{3}$ (хаотическое распределение доменных стенок), $W = -\frac{4}{3}$ (фантомная материя) регулярные конфигурации систем взаимодействующих полей и идеальной жидкости существуют только при определённой связи между постоянными, входящими в уравнения.

Ключевые слова: космология, взаимодействующие поля, идеальная жидкость, отрицательное давление, солитоноподобные конфигурации.

1. Введение

В настоящее время в космологии используются модели идеальной жидкости с отрицательным давлением: $P = W\varepsilon$, где W принимает отрицательные значения. Введение отрицательного давления есть один из альтернативных подходов к объяснению ускоренного расширения Вселенной. Представляет определённый интерес исследование свойств взаимодействующих полей с учётом вклада во взаимодействие гравитационного поля Вселенной, порождаемого идеальной жидкостью с отрицательным давлением. В наиболее общем виде решение уравнений Эйнштейна с источником в виде идеальной жидкости получены в [1, 2]. В работе исследовано влияние различных жидкостей на взаимодействующие скалярные и спинорные поля с целью найти такие типы жидкостей, влияние которых приводит к образованию регулярных конфигураций полей с солитоноподобной или струноподобной асимптотикой.

2. Основные уравнения и их решение

Лагранжиан системы взаимодействующих скалярного и спинорного полей и идеальной жидкости выбираем в виде:

$$\mathcal{L} = \frac{R}{2\varkappa} + \frac{i}{2}(\bar\psi\gamma^\mu\nabla_\mu\psi - \nabla_\mu\bar\psi\gamma^\mu\psi) - m\bar\psi\psi - F(s) + +\frac{1}{2}\varphi_{,\alpha}\varphi^{,\alpha} - V(\varphi)\Phi(s) + P = \\ = \frac{R}{2\varkappa} + \mathcal{L}_{\rm sp} + \mathcal{L}_{\rm sc} + \mathcal{L}_{\rm int} + \mathcal{L}_{\rm pf}, \quad (1)$$

Статья поступила в редакцию 11 октября 2013 г.

где $F(s)$ и $\Phi(s)$ — произвольные функции инварианта спинорного поля $s = \bar{\psi}\psi$, $V(\varphi)$ — произвольная функция скалярного поля, P — давление идеальной жидкости, связанное с плотностью энергии идеальной жидкости ε уравнением состояния $P = W\varepsilon$, $W = \mathrm{const}$. При $\Phi(s) \equiv 1$ имеем систему полей с минимальной связью.

Статическая цилиндрически-симметрическая метрика записывается в форме [1]

$$\mathrm{d}s^2 = e^{2\gamma}\mathrm{d}t^2 - e^{2\alpha}\mathrm{d}x^2 - e^{2\beta}\mathrm{d}\varphi^2 - e^{2\mu}\mathrm{d}z^2, \tag{2}$$

с координатным условием, соответствующим гармонической координате x:

$$\alpha(x) = \gamma(x) + \beta(x) + \mu(x). \tag{3}$$

Выпишем уравнения Эйнштейна для метрики (2):

$$\beta'' + \mu'' - \mu'\beta' - \mu'\gamma' - \beta'\gamma' = -\varkappa T_0^0 e^{2\alpha}, \tag{4}$$

$$\mu'\beta' + \mu'\gamma' + \beta'\gamma' = -\varkappa T_1^1 e^{2\alpha}, \tag{5}$$

$$\mu'' + \gamma'' - \mu'\beta' - \mu'\gamma' - \beta'\gamma' = -\varkappa T_2^2 e^{2\alpha}, \tag{6}$$

$$\gamma'' + \beta'' - \mu'\beta' - \mu'\gamma' - \beta'\gamma' = -\varkappa T_3^3 e^{2\alpha}. \tag{7}$$

Из лагранжиана (1) получаем уравнение скалярного поля

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^\nu}\left(\sqrt{-g}g^{\nu\mu}\varphi_{,\mu}\right) + \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\varphi}\Phi(s) = 0, \tag{8}$$

и уравнения спинорного поля:

$$\begin{cases} i\gamma^\mu\nabla_\mu\psi - m\psi - \dfrac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}s}\psi - V(\varphi)\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}s}\psi = 0, \\ i\nabla_\mu\bar{\psi}\gamma^\mu + m\bar{\psi} + \dfrac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}s}\bar{\psi} + V(\varphi)\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}s}\bar{\psi} = 0. \end{cases} \tag{9}$$

Выпишем компоненты тензора энергии-импульса взаимодействующих полей и идеальной жидкости:

$$\begin{aligned} T_\nu^\mu = T_{\mathrm{sp}\,\nu}^\mu + T_{\mathrm{sc}\,\nu}^\mu + T_{\mathrm{int}\,\nu}^\mu + T_{\mathrm{pf}\,\nu}^\mu = \\ = \frac{i}{4}g^{\mu\rho}\left(\bar{\psi}\gamma_\rho\nabla_\nu\psi + \bar{\psi}\gamma_\nu\nabla_\rho\psi - \nabla_\nu\bar{\psi}\gamma_\rho\psi - \nabla_\rho\bar{\psi}\gamma_\nu\psi\right) + \\ + \varphi_{,\nu}\varphi_{,\mu} + (\varepsilon + P)u_\nu u^\mu - \delta_\nu^\mu\mathcal{L}_{\mathrm{mat}}, \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\mathrm{mat}} = \mathcal{L}_{\mathrm{sp}} + \mathcal{L}_{\mathrm{sc}} + \mathcal{L}_{\mathrm{int}} + P = \\ = \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}s}s - F + V(\varphi)\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}s}s + \frac{1}{2}\varphi_{,\alpha}\varphi^{,\alpha} - V(\varphi)\Phi(s) + P. \end{aligned} \tag{11}$$

Для идеальной жидкости с уравнением состояния $P = W\varepsilon$ тензор энергии-импульса имеет вид [3]

$$T_{\mathrm{pf}\,\nu}^\mu = (P + \varepsilon)u_\nu u^\mu - \delta_\nu^\mu P, \quad u_\alpha u^\alpha = u_0 u^0 = 1, \quad u^i = 0. \tag{12}$$

Из уравнения движения

$$T_{\mathrm{pf}\,\nu;\mu}^\mu = \frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^\mu}\left(\sqrt{-g}T_{\mathrm{pf}\,\nu}^\mu\right) - \frac{1}{2}\frac{\partial g_{\gamma\delta}}{\partial x^\nu}T_{\mathrm{pf}}^{\gamma\delta} = 0, \tag{13}$$

при $\nu = 1$ получаем уравнение, связывающее давление идеальной жидкости с её плотностью энергии:

$$P' + \gamma'(P + \varepsilon) = 0. \tag{14}$$

С учётом уравнения состояния уравнение (14) имеет решение

$$\varepsilon = \varepsilon_0 e^{-\frac{(W+1)}{W}\gamma(x)}, \quad P = W\varepsilon = W\varepsilon_0 e^{-\frac{(W+1)}{W}\gamma(x)}, \quad \varepsilon_0 = \mathrm{const} > 0. \tag{15}$$

Используя (15), выпишем компоненты тензора энергии-импульса идеальной жидкости:

$$\begin{gathered} T^0_{0\,\mathrm{pf}} = \varepsilon = \varepsilon_0 \exp\Big\{-\frac{(W+1)}{W}\gamma(x)\Big\}, \\ T^1_1 = T^2_2 = T^3_3 = -P = -W\varepsilon_0 \exp\Big\{-\frac{(W+1)}{W}\gamma(x)\Big\}. \end{gathered} \tag{16}$$

Запишем в явном виде компоненты ТЭИ (10):

$$T^0_0 = -sF'(s) + F - V(\varphi)\Phi'(s)s + \frac{1}{2}(\varphi')^2 e^{-2\alpha} + V(\varphi)\Phi(s) + \varepsilon_0 e^{-\frac{(W+1)}{W}\gamma(x)}, \tag{17}$$

$$T^1_1 = ms + F(s) + V(\varphi)\Phi(s) - \frac{1}{2}(\varphi')^2 e^{-2\alpha} - W\varepsilon_0 e^{-\frac{(W+1)}{W}\gamma(x)}, \tag{18}$$

$$\begin{aligned} T^2_2 = T^3_3 = -sF'(s) + F(s) - V(\varphi)\Phi'(s)s + \frac{1}{2}(\varphi')^2 e^{-2\alpha} + \\ + V(\varphi)\Phi(s) - W\varepsilon_0 e^{-\frac{(W+1)}{W}\gamma(x)}. \end{aligned} \tag{19}$$

Запишем в явном виде первое уравнение системы (9):

$$ie^{-\alpha}\bar{\gamma}^1\big(\partial_x + \frac{1}{2}\alpha'\big)\psi - m\psi - \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}s}\psi - V(\varphi)\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}s}\psi = 0. \tag{20}$$

Поскольку $\psi(x) = \begin{pmatrix} v_1(x) \\ v_2(x) \\ v_3(x) \\ v_1(x) \end{pmatrix}$, для функций $v_\alpha(x)$ получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} v_4' + \dfrac{1}{2}\alpha' v_4 + ie^{\alpha}\big(m + F' + V\Phi'\big)v_1 = 0, \\ v_3' + \dfrac{1}{2}\alpha' v_3 + ie^{\alpha}\big(m + F' + V\Phi'\big)v_2 = 0, \\ v_2' + \dfrac{1}{2}\alpha' v_2 - ie^{\alpha}\big(m + F' + V\Phi'\big)v_3 = 0, \\ v_1' + \dfrac{1}{2}\alpha' v_1 - ie^{\alpha}\big(m + F' + V\Phi'\big)v_4 = 0. \end{cases} \tag{21}$$

Из (21) получаем уравнения для $s = \bar{\psi}\psi = \overset{*}{v}_1 v_1 + \overset{*}{v}_2 v_2 - \overset{*}{v}_3 v_3 - \overset{*}{v}_4 v_4$ и его решение:

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}x} + \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}x}s = 0, \quad s = s_0 e^{-\alpha(x)}, \quad s_0 = \mathrm{const}. \tag{22}$$

Запишем в явном виде уравнение (8):

$$\varphi'' - \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\varphi}\Phi(s)e^{2\alpha} = 0. \tag{23}$$

Выберем функции спинорного поля в виде: $F(s) = \lambda_1 s^2$, $\Phi(s) = \lambda_2 s^2$, $\lambda_1, \lambda_2 =$ const, и положим $m = 0$. В этом случае из (23) имеем:

$$\varphi'' - \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\varphi}\lambda_2 s_0^2 = 0, \quad \frac{1}{2}(\varphi')^2 - \lambda_2 s_0^2 V(\varphi) = c_1, \quad c_1 = \mathrm{const}, \tag{24}$$

$$\int \frac{\mathrm{d}\varphi}{\sqrt{2c_1 + 2\lambda_2 V(\varphi) s_0^2}} = \pm(x + x_0), \quad x_0 = \mathrm{const}. \tag{25}$$

Выпишем для этого случая компоненты ТЭИ (17)–(19) с учётом (24):

$$T_0^0 = -\lambda_1 s_0^2 e^{-2\alpha} + c_1 e^{-2\alpha} + \varepsilon_0 e^{-\frac{(W+1)}{W}\gamma}, \tag{26}$$

$$T_1^1 = \lambda_1 s_0^2 e^{-2\alpha} - c_1 e^{-2\alpha} - W\varepsilon_0 e^{-\frac{(W+1)}{W}\gamma}, \tag{27}$$

$$T_2^2 = T_3^3 = -\lambda_1 s_0^2 e^{-2\alpha} + c_1 e^{-2\alpha} - W\varepsilon_0 e^{-\frac{(W+1)}{W}\gamma}. \tag{28}$$

Рассмотрим решения уравнений Эйнштейна (4)–(7). Разность уравнений (6)–(7) даёт уравнение

$$\mu'' = \beta'', \tag{29}$$

имеющие решение

$$\beta' = \mu' + c_2, \quad \beta = \mu + c_2 x, \quad c_2 = \mathrm{const}. \tag{30}$$

Сумма уравнений (4) и (5) с учётом (29) даёт уравнение

$$2e^{-2\alpha}\beta'' = -\varkappa\varepsilon_0(1 - W)e^{-\frac{(W+1)}{W}\gamma(x)}. \tag{31}$$

Сумма уравнений (5) и (7) даёт уравнение

$$e^{-2\alpha}(\beta'' + \gamma'') = 2\varkappa\varepsilon_0 W e^{-\frac{(W+1)}{W}\gamma(x)}. \tag{32}$$

Разность уравнений (4) и (5) даёт уравнение

$$e^{-2\alpha}(\beta'' - \gamma'') = -\varkappa\varepsilon_0(1 + W)e^{-\frac{(W+1)}{W}\gamma(x)}. \tag{33}$$

Отношение уравнения (31) к уравнению (32) приводит к уравнению

$$\frac{2\beta''}{\beta'' + \gamma''} = -\frac{(1 - W)}{2W}, \quad \beta'' = \frac{(W - 1)}{(3W + 1)}\gamma'', \tag{34}$$

имеющему решение

$$\beta = \frac{(W - 1)}{(3W + 1)}\gamma + c_3 x, \quad c_3 = \mathrm{const}. \tag{35}$$

Из (5) имеем:

$$\mu'\beta' + \mu'\gamma' + \beta'\gamma' = -\varkappa\Big(\lambda_1 s_0^2 - c_1 - W\varepsilon_0 e^{-\frac{(W+1)}{W}\gamma + 2\alpha}\Big). \tag{36}$$

Выразим $\alpha(x)$ через $\gamma(x)$ с учётом координатного условия (3):

$$\alpha(x) = \gamma(x) + \beta(x) + \mu(x) = \frac{(5W - 1)}{(3W + 1)}\gamma(x) + (2c_3 - c_2)x. \tag{37}$$

Используя (37), получаем

$$2\alpha(x) - \frac{(W+1)}{W}\gamma = \frac{(7W^2-6W-1)}{W(3W+1)}\gamma(x) + 2(2c_3-c_2)x. \tag{38}$$

Выразим левую часть уравнения (5) через $\gamma(x)$:

$$\mu'\beta' + \mu'\gamma' + \beta'\gamma' = \frac{(7W^2-6W-1)}{W(3W+1)}\gamma'^2 + \frac{4W(2c_3-c_2)}{(3W+1)}\gamma' + c_3(c_3-c_2). \tag{39}$$

Введём обозначения: $(7W^2-6W-1) = A$, $3W+1 = B$, с учётом которых получаем следующие соотношения:

$$\begin{gathered}\frac{A}{WB}\gamma(x) + 2(2c_3-c_2)x = \Gamma(x),\\ \frac{A}{WB}\gamma'(x) + 2(2c_3-c_2) = \Gamma'(x),\\ \gamma'(x) = \frac{WB}{A}\Gamma'(x) - \frac{WB}{A}2(2c_3-c_2).\end{gathered} \tag{40}$$

Уравнение (36) теперь можно записать таким образом:

$$\gamma'^2 + \frac{4W(2c_3-c_2)B}{A}\gamma' - \frac{B^2\varkappa W\varepsilon_0}{A}e^{\Gamma} - \frac{\varkappa B^2}{A}(c_1-\lambda_1 s_0^2) + \frac{B^2}{A}c_3(c_3-c_2) = 0. \tag{41}$$

Решение квадратного уравнения (41):

$$\begin{gathered}\gamma' = -\frac{2W(2c_3-c_2)B}{A} \pm \left[\left(\frac{2W(2c_3-c_2)B}{A}\right)^2 + \right.\\ \left. + \frac{B^2\varkappa W\varepsilon_0}{A}e^{\Gamma} + \frac{\varkappa B^2}{A}(c_1-\lambda_1 s_0^2) - \frac{B^2}{A}c_3(c_3-c_2)\right]^{1/2}.\end{gathered} \tag{42}$$

Подставляем $\gamma'(x)$ из (40) в (42) и получаем уравнение для $\Gamma(x)$:

$$\begin{gathered}\Gamma' = \pm\frac{A}{WB}\left[\frac{B^2\varkappa W\varepsilon_0}{A}e^{\Gamma} + \right.\\ \left. + \left(\frac{2W(2c_3-c_2)B}{A}\right)^2 + \frac{\varkappa B^2}{A}(c_1-\lambda_1 s_0^2) - \frac{B^2}{A}c_3(c_3-c_2)\right]^{1/2}.\end{gathered} \tag{43}$$

Уравнение (43) имеет решение:

$$\int\frac{d\Gamma}{\sqrt{ke^{\Gamma}+R}} = \pm x, \quad k = \frac{\varkappa A\varepsilon_0}{W}, \quad R = 4(2c_3-c_2)^2 + \frac{A\varkappa}{W^2}(c_1-\lambda_1 s_0^2) - \frac{A}{W^2}c_3(c_3-c_2),$$

$$\begin{cases} 1.\ k = k_1^2 > 0, & R = R_1^2 > 0, \quad e^{\Gamma} = \dfrac{R_1^2}{k_1^2}\dfrac{1}{\operatorname{sh}^2\frac{R_1x}{2}},\\[2ex] 2.\ k = -k_2^2 < 0, & R = R_1^2 > 0, \quad e^{\Gamma} = \dfrac{R_1^2}{k_2^2}\dfrac{1}{\operatorname{ch}^2\frac{R_1x}{2}},\\[2ex] 3.\ k = k_1^2 > 0, & R = -R_2^2 < 0, \quad e^{\Gamma} = \dfrac{R_2^2}{k_1^2}\dfrac{1}{\sin^2\frac{R_1x}{2}}.\end{cases} \tag{44}$$

Выпишем условия регулярности метрики на оси симметрии системы x_a [4]:

$$e^{\beta(x)}\big|_{x=x_a}, \quad |\gamma(x_a)| < \infty, \quad |\mu(x_a)| < 0, \quad e^{2\beta-2\alpha}(\beta')^2\big|_{x=x_a} = 1, \tag{45}$$

$$e^{2\gamma-2\alpha}(\gamma')\big|_{x=x_a} = 0, \quad \left|T^\mu_\nu(x_a)\right| < \infty. \tag{46}$$

Пространственная бесконечность x_∞ определяется из условия

$$e^{\beta(x)}\big|_{x=x_\infty} = \infty. \tag{47}$$

Физическое расстояние L от оси симметрии x_a до пространственной бесконечности x_∞ определяется равенством

$$L = \int\limits_{x_a}^{x_\infty} e^{\alpha(x)}\,\mathrm{d}x. \tag{48}$$

Выпишем условия регулярной (плоской или струнной) пространственной асимптотики для метрики (2):

$$\text{при } \ x \to x_\infty : \ |\gamma(x)| < \infty, \quad |\mu(x)| < \infty, \quad e^{2\beta-2\alpha}(\beta')^2 \to 1-\xi, \quad \xi = \mathrm{const}. \tag{49}$$

При $\xi = 0$ имеем плоскую асимптотику, при $0 < \xi < 1$ имеется дефицит угла φ (т. е. асимптотика поверхности $z = \mathrm{const}$ ведёт себя как конус, а не как плоскость — это струнная асимптотика), а при $\xi < 0$ существует избыток угла, который имела бы космическая струна с отрицательной линейной плотностью.

3. Анализ решений при различных значениях W

$W = 1$, предельно жёсткая материя. В этом случае $A = 0$, $P = 0$ и равенство (43) использовать нельзя. Из (35) и (30) следует:

$$\beta(x) = c_3 x, \quad \mu(x) = (c_3 - c_2)x. \tag{50}$$

Из (37) получаем:

$$\alpha(x) = \gamma(x) + (2c_3 - c_2)x. \tag{51}$$

Из (5) с учётом (27) и (38) получаем уравнение:

$$(2c_3 - c_2)\gamma' + c_3(c_3 - c_2) = \varkappa\Big(\varepsilon_0 e^{2(2c_3-c_2)x} + c_1 - \lambda_1 s_0^2\Big). \tag{52}$$

Введём обозначения:

$$2c_3 - c_2 = a, \quad c_3 - c_2 = b, \quad c_1 - \lambda_1 s_0^2 = f. \tag{53}$$

Из (51) находим $\gamma(x)$:

$$\gamma(x) = \frac{\varkappa\varepsilon_0}{2a^2}e^{2ax} + \frac{(f\varkappa - c_3 b)}{a}x. \tag{54}$$

Из (37) находим $\alpha(x)$:

$$\alpha(x) = \gamma(x) + ax = \frac{\varkappa\varepsilon_0}{2a^2}e^{2ax} + \frac{(f\varkappa - c_3 b + a^2)}{a}x. \tag{55}$$

Найдём координаты оси симметрии. Поскольку

$$e^{\beta(x)} = e^{c_3 x}, \tag{56}$$

то при $c_3 > 0$ оси соответствуют $x_a = -\infty$. Для того чтобы на оси симметрии $\gamma(x)$ и $\mu(x)$ были ограниченными, надо выбрать $b = c_3 - c_2 = 0$ и $f = c_1 - \lambda_1 s_0^2 = 0$. При этом

$$\mu(x) \equiv 0, \quad \gamma(x) = \frac{\varkappa\varepsilon_0}{2a^2}e^{2ax}, \quad \alpha(x) = \frac{\varkappa\varepsilon_0}{2a^2}e^{2ax} + ax, \quad a = c_3. \tag{57}$$

Из третьего условия регулярности следует, что $c_3 = 1$, остальные условия выполняются автоматически. Таким образом на оси симметрии выполняются все условия регулярности.

Рассмотрим распределение плотности энергии предельно жёсткой жидкости. Из (26) имеем:

$$T_0^0(x) = \varepsilon_0 e^{-2\gamma} = \varepsilon_0 \exp\left\{-\frac{\varkappa\varepsilon_0}{c_3^2}e^{2c_3 x}\right\}. \tag{58}$$

Из (58) следует, что при $x \to -\infty$ $T_0^0 \to \varepsilon_0$, при $x \to \infty$ $T_0^0 \to 0$, т. е. плотность энергии локализована в окрестности оси симметрии. Определим величину энергии, приходящейся на отрезок единичной длины по оси z:

$$E = 2\pi \int\limits_{-\infty}^{\infty} T_0^0 \sqrt{-3g}\,\mathrm{d}x = \frac{2\pi}{\varkappa} = \frac{1}{4}\frac{c^4}{G} \approx 3 \cdot 10^{48}\ \frac{\text{эрг}}{\text{см}}. \tag{59}$$

Величина $3 \cdot 10^{48}$ эрг/см $= 3 \cdot 10^{48}$ дин есть планковская единица силы.

Рассмотрим свойства метрических функций на пространственной бесконечности. Из (56) следует, что пространственной бесконечности соответствует $x_\infty = \infty$. Из (57) имеем:

$$x \to x_\infty = \infty: \ \mu(x) \equiv 0, \quad |\gamma(x)| \to \infty, \quad e^{2\beta - 2\alpha}(\beta')^2 = c_3^2 e^{-\frac{\varkappa\varepsilon_0}{a^2}}e^{2ax} \to 0.$$

Условия регулярности не выполняются.

Найдём расстояние от оси симметрии x_a до пространственной бесконечности L. Из (48) имеем: $L = \infty$.

4. Выводы

Анализ решений, соответствующих различным типам идеальных жидкостей, позволяет сделать следующие выводы.

1. В случаях $W = \frac{1}{3}$ (ультрарелятивистская материя), $W = -\frac{1}{3}$ (газ космических струн), $W = -\frac{2}{3}$ (хаотическое распределение доменных стенок), $W = -1$ (космический вакуум), $W = -\frac{4}{3}$ (фантомная материя) регулярные конфигурации с локализованной плотностью энергии на единицу длины по оси z существуют при выполнении условия на константы λ_1, s_0, c_1: $c_1 = \lambda_1 s_0^2$. В этом случае спинорное и скалярное поля компенсируют свой вклад в тензор энергии-импульса (26)–(2). Оси симметрии таких конфигураций соответствует $x_a = -\infty$, а пространственной бесконечности $x_\infty = \infty$. При этом получаются решения, которые подробно исследованы в [5].
2. В случае $W = 0$ $\big($пылевидная (тёмная) материя$\big)$ статическое равновесие невозможно.

Литература

1. *Bronnikov K. A.* Static Fluid Cylinders and Plane Layers in General Relativity // J. Phys. A: Math. Gen. — 1979. — Vol. 12, No 2. — Pp. 201–207.
2. *Bronnikov K. A., Kovalchuk M. A.* Properties of Static Fluid Cylinders and Plane Layers in General Relativity // Gen. Rel. Grav. — 1979. — Vol. 11. — Pp. 343–355.
3. *Станюкович К. П.* Неустановившиеся движения сплошной среды. — М.: Наука, 1971. — 854 с. [Stoniukovich K. P. Unestablished Movinds of the Continuous Medium. — Moscow: Science, 1971. — 854 p. — (in russian).]
4. *Шикин Г. Н.* Основы теории солитонов в общей теории относительности. — М.: УРСС, 1995. — 88 с. [Shikin G. N. Basics of the Soliton Theory in the General Relativity. — Moscow: URSS, 1995. — 88 p. — (in russian).]
5. Статические цилиндрически-симметричные конфигурации идеальной жидкости / К. А. Бронников, Е. Н. Чудаева, Абдель-Саттар Валид, Г. Н. Шикин // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». — 2009. — № 1. — С. 85–95. [Bronnikov K. A., Chudaeva E. N., Abdel-Sattar Walid, Shikin G.N. Static, Cylindrically Symmetric Perfect Fluid Configurations // Bulletin of Peoples' Friendship University of Russia. Series "Mathematics. Information Sciences. Physics". — 2009. — No 1. — P. 85–95. — (in russian).]

UDC 524.83

The Cylindrical Symmetric Configurations of the Interacting Scalar and Spinor Fields with Regard of Ideal Fluid

N. A. Kovalchukov*, G. N. Shikin†, L. P. Yuschenko*

* *Department of General Physics*

† *Department of Theoretical Physics*

Peoples' Friendship University of Russia

6, Miklukho-Maklaya str., Moscow, Russia, 117198

We have investigated the properties of the static cylindrical symmetric configurations of the interacting scalar and spinor fields taking account of ideal fluid with the state equation $P = W\varepsilon$, where P is pressure, ε is energy density, W — arbitrary dimensionless parameter. Parallel with the usual matter with positive W, we have considered some types of ideal fluids with negative pressure ($W < 0$), that are actively used at present in cosmology (dark matter, cosmic strings, domain walls, quintessential, cosmic vacuum, fantom matter). We have obtained the exact solutions to the equations of the interacting scalar and spinor fields, Einstein equations and ideal fluid motion equation with arbitrary W. We have written the conditions of the regular metrics on the axis of the symmetry of the system and the conditions of the regular (flat or string) metrics. We have considered the influence of the different types of the ideal fluid upon the formation of the soliton-like or string-like configurations in the system of the interacting fields. We have established that in case of $W = \frac{1}{3}$ (ultrarelative matter), $W = -\frac{1}{3}$ (space string's gas), $W = -\frac{2}{3}$ (random distribution of the domain walls), $W = -\frac{4}{3}$ (phantom matter), regular configurations of the system of the interacting fields and ideal fluid can exist only under some relation among constants in the equations.

Key words and phrases: cosmology, interacting fields, ideal fluid, negative pressure, soliton-like configurations.