

## Распространение нелинейной электромагнитной волны поперёк сильного магнитного поля в плазме

В. Б. Красовицкий\*, В. А. Туриков†

*\* Отдел кинетических уравнений  
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН  
Миусская пл., д. 4, Москва, Россия, 125047*

*† Кафедра экспериментальной физики  
Российский университет дружбы народов  
ул. Миклухо-Маклая, д. 6, Москва, Россия, 117198*

В работе рассмотрено распространение в плазме электромагнитной волны большой амплитуды поперёк внешнего магнитного поля. В таком взаимодействии электроны ускоряются продольным электрическим полем до релятивистских энергий. С увеличением амплитуды волны система переходит в режим сильной нелинейности, и форма колебаний отличается от гармонической. Показано, что в сильном внешнем магнитном поле вблизи плазменного или циклотронного резонансов существует решение в виде солитона огибающей. Найденное решение качественно подобно ленгмюровскому солитону в плазме без магнитного поля.

**Ключевые слова:** магнитоактивная плазма, необыкновенная волна, резонансные электроны, нелинейный сдвиг частоты, солитон огибающей.

### 1. Введение

Мощные короткие лазерные импульсы, создающие большие градиенты электрического поля в плазме, могут быть использованы для возбуждения электростатической кильватерной волны и ускорения электронов [1, 2]. Эффективность ускорения определяется амплитудой возбуждаемой волны и длиной ускоряющего промежутка в плазме. Оба эти параметра зависят от реально существующего в плазме внешнего или самогенерируемого магнитного поля, существенно изменяющего условия взаимодействия светового импульса с плазмой [3–7].

В работе [3] показано, что величина пондеромоторной силы возрастает в условиях циклотронного резонанса, если волна распространяется поперёк магнитного поля в плазме и является огибающей волнового пакета необыкновенных волн. Возбуждение колебаний в плазме градиентом высокочастотного давления светового импульса фиксированной геометрии рассмотрено в [4]. Магнитное поле волны модулирует сильное внешнее магнитное поле и параметрическое ускорение электронов в скрещенных полях качественно аналогично нарастающим колебаниям механического маятника с вибрирующим подвесом. Одномерный распад необыкновенной волны аналитически и численно исследован в работе [5]. Обратное воздействие возбуждаемых колебаний на лазерный импульс определяется системой нелинейных уравнений, состоящей из уравнения огибающей электромагнитной волны и уравнения для потенциала в плазме [6–9].

Эффективность кильватерного ускорения определяется длиной пробега светового импульса в плазме и значительно возрастает, если несущая частота и амплитуда приближаются к параметрам уединённой волны. В настоящей работе показано, что волны с необходимыми для ускорения параметрами являются солитонами огибающей и существуют в сильном поперечном магнитном поле вблизи плазменного и циклотронного резонансов. В первом из них расширение волнового пакета из-за дисперсии компенсируется нелинейной самофокусировкой, так что параметры электромагнитного импульса близки к параметрам ленгмюровского солитона [10]. Увеличение амплитуды поля сопровождается захватом электронов

плазмы продольным полем световой волны и ускорением их до релятивистских энергий.

Решение второго типа существует в слабо релятивистской плазме малой плотности, когда несущая частота солитона близка к гирочастоте электронов. Ускорение электронов на переднем фронте импульса сопровождается релятивистским уменьшением гирочастоты и расфазировкой электронов с волной. Поэтому электроны, достигающие центра импульса, смещаются в область замедляющих фаз и отдают энергию заднему фронту волны (динамический солитон [11]). В сильно нелинейном режиме поперечный электромагнитный импульс распространяется в плазме со скоростью света и может быть использован для эффективного возбуждения колебаний в условиях параметрического резонанса [4].

## 2. Линейное дисперсионное уравнение

Распространение электромагнитной волны  $\mathbf{E} = (E_x, 0, E_z)$  и  $\mathbf{V} = (0, B_y, 0)$  поперёк постоянного магнитного поля  $\mathbf{B}_0 = (0, B_0, 0)$  в плазме (необыкновенная волна) описывается системой релятивистских уравнений гидродинамики

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_z \frac{\partial}{\partial z}\right) p_x = eE_x - e\beta_z (B_y + B_0), \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_z \frac{\partial}{\partial z}\right) p_z = eE_z - e\beta_x (B_y + B_0), \quad (2)$$

( $\mathbf{p}$ ,  $\gamma = \sqrt{1 + p^2/m^2c^2}$  и  $\mathbf{v} = \mathbf{p}/m\gamma = c\boldsymbol{\beta}$  — импульс, энергия и скорость электрона) и уравнениями Максвелла для поля

$$\frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A_x}{\partial t^2} = -\frac{4\pi e}{c} n v_x, \quad (3)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = 4\pi e (n - n_0), \quad \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n v_z}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

где  $E_x = -\partial A_x / \partial t$  и  $B_y = \partial A_x / \partial z$ ,  $A_x$  — векторный потенциал.

Для малых возмущений  $\exp i(\omega t - kz)$  из уравнений (1)–(4) следуют соотношения

$$v_z = -i \frac{\omega_{ce}}{\omega \varepsilon_p} v_x, \quad v_x = -\frac{\omega^2 \varepsilon_p}{\omega^2 - \omega_{uh}^2} \frac{e A_x}{mc}, \quad E_z = -\frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_{uh}^2} \frac{\omega_{ce} A_x}{c} \quad (5)$$

где  $\varepsilon_p = 1 - \omega_p^2/\omega^2$ ,  $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 n_0/m}$  и  $\omega_{ce} = eB_0/mc$  — ленгмюровская и циклотронная частоты,  $\omega_{uh} = \sqrt{\omega_p^2 + \omega_c^2}$  — верхнегибридная частота. Зависимость показателя преломления  $n = ck/\omega$  от частоты  $\omega$  для необыкновенной волны в плазме определяется дисперсионным уравнением [12]

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_{uh}^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right). \quad (6)$$

Электромагнитная и электростатическая компоненты связаны из-за вращения электронов плазмы во внешнем магнитном поле  $\mathbf{B}_0$  в плоскости  $(x, z)$ .

Уравнение (6) определяет зависимость частоты от фазовой скорости  $v_{ph} = c/n$  для двух электромагнитных волн

$$\frac{\omega_{\mp}}{\omega_p^2} = \frac{2 - n^2 + \mu \mp \sqrt{(2 - n^2 + \mu)^2 - 4(1 - n^2)}}{2(1 - n^2)}, \quad (7)$$

где  $\mu = (1 - n^2)\omega_{ce}^2/\omega_p^2$ . В предельном случае  $n \rightarrow 1$  асимптотики (7)

$$\omega_-^2 = \frac{\omega_p^2}{\mu + 1}, \quad \omega_+^2 = \frac{(\mu + 1)\omega_p^2}{1 - n^2} \quad (8)$$

определяют низкочастотную  $\omega_-$

$$n^2 - 1 = \frac{\omega_p^2}{\omega_{ce}^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right), \quad |\omega_p^2 - \omega^2| \ll \omega_{ce}^2 \quad (9)$$

и высокочастотную  $\omega_+$

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2}, \quad |\omega^2 - \omega_{ce}^2| \gg \omega_p^2 \quad (10)$$

электромагнитные волны со скоростями, близкими к скорости света.

### 3. Нелинейная электромагнитная волна

Переходя в уравнениях (1)–(4) к автомодельной переменной  $\psi = \omega_p(t - z/v_{ph})$ , получаем следующую систему нелинейных уравнений в полных производных [4]:

$$\begin{aligned} a' &= \beta_{ph} \left( \zeta - \beta_{ph} Q \frac{\Omega_x}{R} \right), \quad \zeta' = \beta_{ph} \frac{1 + \Omega_x^2 - a^2}{\beta_{ph} a R + R^2}, \\ (1 - \beta_{ph}^{-2}) A'' - \beta_{ph} \frac{\Omega_x}{R} &= 0, \end{aligned} \quad (11)$$

где введены безразмерные переменные

$$A = eA_x/mc^2, \quad \zeta = -eE_z/mc\omega_p, \quad a = \gamma - \beta_{ph}\Omega_z, \quad (12)$$

$$\Omega_x = -A - Q\zeta, \quad R = \sqrt{a^2 - (1 - \beta_{ph}^2)(1 + \Omega_x^2)}$$

$Q = \omega_{ce}/\omega_p$ ,  $\beta_{ph} = v_{ph}/c = n^{-1}$ ,  $\mathbf{\Omega} = \mathbf{p}/mc$  — безразмерный импульс электрона.

Для малых периодических возмущений  $A_m \ll 1$  значение  $\beta_{ph} = \omega/c k$  определяется из линейной теории (9), а асимптотическое поведение для большой амплитуды поля  $A_m \gg 1$  задаётся формулой  $\beta_{ph} \cong 1 + Q^2/\sqrt{2}A_m$  [4].

Проанализируем возможность существования солитонного решения системы уравнений (11). Учитывая, что на периферии уединённой волны  $\psi = \pm\infty$  колебания отсутствуют:  $a = 1$  и  $A = A' = \zeta = 0$ , можно представить интеграл энергии в виде [4]

$$\frac{1}{2} \left[ (1 - \beta_{ph}^{-2}) A'^2 + \zeta^2 \right] + \frac{1 + a^2 + \Omega_x^2}{a + \beta_{ph} R} = \frac{2}{1 + \beta_{ph}^2}. \quad (13)$$

В центре электромагнитного импульса все величины достигают экстремальных значений:

$$A'(A_m) = 0, \quad \zeta'(\zeta_m) = 0, \quad a'(a_m) = 0. \quad (14)$$

Полагая в (11)  $\zeta' = 0$ , получаем

$$\Omega_x = -\sqrt{a_m^2 - 1}, \quad R = \beta_{ph} a_m, \quad (15)$$

а из  $a' = 0$  и (15) следует:

$$A_m = (1 + Q/a_m) \sqrt{a_m^2 - 1}, \quad \zeta_m = -(Q/a_m) \sqrt{a_m^2 - 1}. \quad (16)$$

Подставляя (15) и (16) в (13), получаем условие

$$\left(1 + \beta_{ph}^2 + \frac{4}{Q^2} \frac{a_m^2}{1 + a_m}\right) (a_m - 1) = 0, \quad (17)$$

которое выполняется только для солитона “нулевой” амплитуды:  $a_m = 1$  и  $A_m = \zeta_m = 0$  и, следовательно, автомодельная система уравнений (11) не имеет солитонного решения.

Рассмотрим волну, распространяющуюся со скоростью света  $\beta_{ph} = 1$ , в условиях, когда действие электромагнитной силы полей волны скомпенсировано силой Лоренца и электроны плазмы находятся в поперечном равновесии с волной

$$\Omega_x = -A - Q\zeta = 0. \quad (18)$$

Интегрируя, получаем уравнение

$$a' = \sqrt{H - (1 + a^2) / 2a_m}, \quad (19)$$

решение которого с помощью подстановки:

$$a = H + \sqrt{H^2 - 1} \cos \varphi, \quad H = (1 + a_m^2) / 2a_m$$

приводится к неполному эллиптическому интегралу второго рода:

$$\psi = 2\sqrt{a_m} [E(k) + E(\varphi/2, k)], \quad k = \sqrt{a_m - a_m^{-1}}, \quad (20)$$

где  $E(x, k) = \int_0^x \sqrt{1 - k^2 \sin^2 t} dt$  и  $E(k) = E(\pi/2, k)$ .

Максимальная и минимальная амплитуды соответственно равны  $a_{\max} = a_m$  и  $a_{\min} = a_m^{-1}$ , а нелинейный период колебаний есть

$$T = 4\sqrt{a_m} E(k). \quad (21)$$

Колебания малой амплитуды  $a_1 = a_m - 1 \ll 1$  близки к гармоническим с периодом  $T \cong 2\pi [1 + (3/16)a_1^2]$ . Релятивистская добавка к частоте совпадает с аналогичным выражением для продольной волны в немагнитной плазме [10]. Однако рассматриваемая волна является электромагнитной и её поперечное электрическое поле определяется формулой (18):

$$E_x = -Q^2 E_z.$$

Отклонение фазовой скорости волны от скорости света сопровождается возникновением поперечных колебаний электронов  $|\Omega_x| > 0$ . В предельном случае  $\left|1 - \beta_{ph}^{-2}\right| \ll 1$  и сильном внешнем магнитном поле  $Q^2 \gg 1$ , опуская в (11) малые слагаемые  $\sim \Omega_x^2$ , получаем

$$a' = \zeta + \frac{Q}{a} (Q\zeta + A), \quad \zeta' = \frac{1 - a^2}{2a^2},$$

$$(1 - \beta_{ph}^{-2}) A'' + \frac{Q}{a} (Q\zeta + A) = 0. \quad (22)$$

Исключая  $A$  из последнего уравнения и используя равенство  $(a\zeta)'' = -a' + a''\zeta$ , находим

$$(1 - \beta_{ph}^{-2}) (aa''' + 3a''a') + (\mu a^{-3} + 1) a' = [1 + (1 - \beta_{ph}^{-2}) a''] \zeta. \quad (23)$$

В сильном магнитном поле  $\mu \approx 1$ , опуская в (23) старшие производные, получаем уравнение

$$[(\mu a^{-3} + 1) a']' = (1/2) (a^{-2} - 1), \quad (24)$$

которое в линейном приближении  $a - 1 \ll 1$  соответствует дисперсионному уравнению (9)

Подстановка  $y = 1 - a^{-2}$  преобразует (24) в уравнение

$$\left[ \left[ \mu + (1 - y)^{-3/2} \right] y' \right]' = -y. \quad (25)$$

Разложим левую часть уравнения (25) по степеням  $y \ll 1$ :

$$\left[ (\mu + 1) y + \frac{3}{4} y^2 + \frac{5}{8} y^3 \right]' = -y. \quad (26)$$

и представим решение в виде

$$y = y_1 \cos \Omega\psi + y_2 \cos 2\Omega\psi. \quad (27)$$

Приравнявая коэффициенты для гармоник частоты  $\Omega$ , получаем систему алгебраических уравнений для амплитуд

$$\begin{aligned} \Omega^2 [(1 + \mu) y_1 + (3/4) y_1 y_2 + (15/32) y_1^3] &= y_1, \\ 4\Omega^2 [(1 + \mu) y_2 + (3/8) y_1^2] &= y_2, \end{aligned} \quad (28)$$

определяющую частоту нелинейных колебаний

$$\Omega^2 (u_1) = \frac{1}{1 + \mu} \left[ 1 - \frac{3}{32} \frac{(1 + 5\mu)}{(1 + \mu)^2} y_1^2 \right]. \quad (29)$$

Возвращаясь к исходной переменной  $y_1 = 2a_1$  и  $\Omega = \omega/\omega_p$ , получаем

$$\omega^2 (1 + \mu) = \omega_p^2 [1 - \alpha(\mu) a_1^2], \quad \alpha(\mu) = \frac{3}{8} \frac{1 + 5\mu}{(1 + \mu)^2}. \quad (30)$$

В предельном случае  $\mu \ll 1$  решение (25) совпадает с асимптотикой (20), а при  $\mu \approx 1$  решение линейного уравнения  $y = y_0 \cos(\mu^{-1/2}\psi)$  соответствует колебаниям электронов в сильном магнитном поле

$$a = \left[ 1 - y_0 \cos(\mu^{-1/2}\psi) \right]^{-1/2}, \quad y_0 = 1 - a_m^{-2}. \quad (31)$$

#### 4. Солитон огибающей

Найденное выше соотношение (30) может быть использовано для вывода нелинейного уравнения для амплитуды двухпараметрической волны огибающей  $A(t, z) =$

$A(z - v_g t) \exp [i\psi(t, z)]$ . Полагая в (30)  $\beta_{ph} = \omega / ck$ , получаем следующее нелинейное дисперсионное уравнение

$$(1 + Q^2) \omega^2 - Q^2 c^2 k^2 = \omega_p^2 \{1 - \alpha [\mu(\omega, k)] a_1^2\}, \quad (32)$$

определяющее зависимость частоты  $\omega$  от волнового числа  $k$  и амплитуды волны  $a_1$ .

Нелинейное дифференциальное уравнение для амплитуды волнового пакета (волны огибающей) может быть найдено с помощью (32). Для этого представим волновое число и частоту в виде

$$\omega_0, \quad \omega = \omega_0 + \Delta\omega, \quad \Delta\omega = v_g \Delta k \quad (33)$$

и разложим линейную часть уравнения по степеням  $\Delta k$ :

$$-v_g v_{ph} \Delta k^2 + \omega_0^2 - \frac{\omega_p^2}{1 + \mu_0} + \omega_0^2 \alpha_0 a_1^2 = 0, \quad (34)$$

где  $v_g = (c^2 / v_{ph}) \omega_{ce}^2 / \omega_{uh}^2$  — групповая скорость волны, а остальные обозначения есть:

$$\alpha_0 \equiv \alpha(\mu_0) = \frac{3\omega_0^2}{8\omega_p^2} \left(5 - 4\frac{\omega_0^2}{\omega_p^2}\right), \quad \mu_0 = \left(1 - \frac{c^2 k_0^2}{\omega_0^2}\right) Q^2, \quad v_{ph} = \frac{\omega_0}{k_0}. \quad (35)$$

Полагая в (34)  $\Delta k = id/d\xi$ ,  $\xi = z - v_g t$  [8], получаем следующее уравнение:

$$\frac{d^2 a_1}{d\xi^2} + \frac{\omega_0^2}{v_g v_{ph}} \left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2(1 + \mu_0)} + \alpha_0 a_1^2\right] a_1 = 0. \quad (36)$$

Рассмотрим область частот  $\omega_0$  и волновых чисел  $k_0$ :

$$G = \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2(1 + \mu)} - 1 > 0, \quad \alpha_0 > 0. \quad (37)$$

и представим (36) в безразмерных переменных

$$y'' - y + y^3 = 0, \\ x = \sqrt{\frac{G}{v_{ph} v_g}} \omega_0 \xi, \quad y = \sqrt{\frac{\alpha_0}{G}} a_1. \quad (38)$$

Решение уравнения (38), удовлетворяющее граничному условию  $y' = y = 0$ , является солитоном. Возвращаясь к размерным переменным, получаем

$$a_1(\xi) = \sqrt{\frac{2G}{\alpha_0}} \operatorname{ch}^{-1} \left( \sqrt{G} \frac{\omega_{uh}}{\omega_{ce}} \frac{\omega_0}{c} \xi \right). \quad (39)$$

Амплитуда волны в точке  $\xi = 0$  равна  $a_{1m} = \sqrt{2G/\alpha_0}$ ,  $a_{1m} = a_m - 1$ . Из этого равенства следует нелинейное дисперсионное уравнение

$$n^2 - 1 = \frac{\omega_p^2}{\omega_{ce}^2} \left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \left(1 - \frac{\alpha_0}{2} a_{1m}^2\right)\right], \quad (40)$$

обобщающее формулу линейной теории (7). Подставляя  $n = ck_0/\omega_0$ , находим выражение для нелинейной частоты плазмы

$$\omega_{NL}^2(k_0, a_1) = \frac{1}{\omega_{uh}^2} \left[ \omega_{ce}^2 c^2 k_0^2 + \omega_p^4 \left( 1 - \frac{1}{2} \alpha_0 a_{1m}^2 \right) \right]. \quad (41)$$

Солитонное решение (39) существует, если несущая частота солитона удовлетворяет неравенствам  $\omega_0 < \omega_{NL}(k_0, 0)$  и  $\omega_0 < \sqrt{5}\omega_p/2$ . По определению  $a_1 \cong -v_z/c$ , а остальные компоненты волны определяются формулами линейной теории.

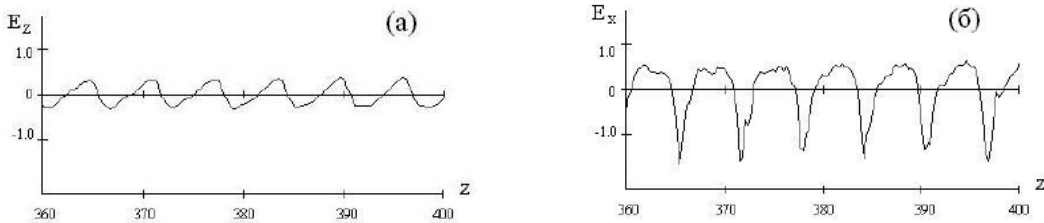
## 5. Численное моделирование

Для подтверждения приведённых выше теоретических результатов было проведено численное моделирование процесса распространения электромагнитной волны поперёк внешнего сильного магнитного поля. Поле излучения в вакуумной области задавалось в виде линейно поляризованной волны с вектором электрического поля, перпендикулярным направлению магнитного поля. Моделирование проводилось с помощью электромагнитного релятивистского PIC кода 1D2V в постановке задачи аналогичной [5–7]. В начальном состоянии плазма считалась холодной. Начальная форма импульса в вакууме имела вид волны огибающей с областью постоянной амплитуды и плавными передним и задним фронтами, ширина которых была значительно меньше размера области постоянной амплитуды. Длительность импульса равнялась 100 периодам колебаний лазерной волны. Длина волны лазерного излучения полагалась равной 1 мкм. Интенсивность варьировалась от  $10^{16}$  до  $10^{18}$  Вт/см<sup>2</sup>. Ионы плазмы считались неподвижными.

Для описания результатов численного моделирования удобно использовать следующие безразмерные параметры

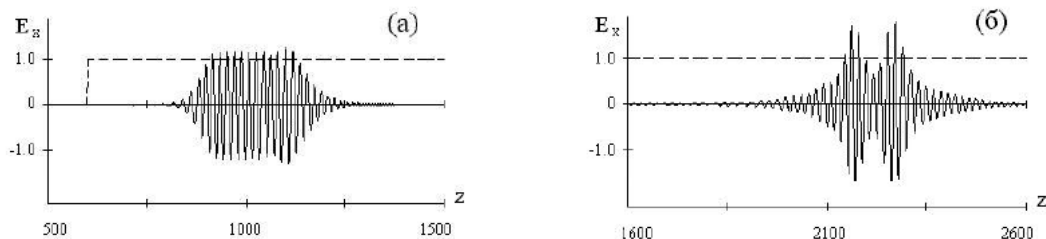
$$\varepsilon = \frac{eE_x^{(0)}}{m_e\omega_0 c}, \quad q_p = \frac{\omega_p}{\omega_0}, \quad q_c = \frac{\omega_c}{\omega_0}.$$

Проведённые численные эксперименты показали, что в случае поперечного распространения в плотной замагниченной плазме широкий электромагнитный импульс возбуждает нелинейную ленгмюровскую волну, описываемую аналитическим решением (20). На рис. 1 приведён результат численного моделирования процесса распространения электромагнитной волны большой амплитуды ( $\varepsilon = 2.0$ ) на плазменной частоте ( $q_p = 1.0$ ) поперёк сильного магнитного поля ( $q_c = 5.0$ ). Продольное поле  $E_z$  и поперечное поле  $E_x$  выражены в единицах начальной амплитуды импульса в вакууме. Продольный и поперечный импульсы электронов  $u_z, u_x$  – в единицах  $m_e c$ .



**Рис. 1. Нелинейная электромагнитная волна на плазменной частоте при наличии сильного магнитного поля,  $q_p = 1, q_c = 5, \varepsilon = 2$ : (а) – продольное поле  $E_z$ ; (б) – поперечное поле  $E_x$**

Было также подтверждено существование решений в виде солитонов огибающей, описываемых выражением (39). На рис. 2 представлен процесс самомодуляции электромагнитного импульса и образование квазиленгмюровских солитонов в плотной плазме в случае  $q_p^2 \cong q_c$ .



**Рис. 2.** Самомодаляция электромагнитного импульса и образование солитонов в сильном магнитном поле с  $q_p^2 \cong q_c$ ,  $q_p = 2.1$ ,  $q_c = 5$ ,  $\varepsilon = 0.7$ : (а) –  $t = 1000$ ; (б) –  $t = 3000$

## 6. Заключение

Распространяющаяся поперёк внешнего магнитного поля эллиптически поляризованная необыкновенная волна является суперпозицией электростатической и электромагнитной мод, связанных из-за вращения электронов. Для малых возмущений разделение ветвей колебаний происходит вблизи плазменного или циклотронного резонансов. В обоих случаях фазовая скорость волны близка к скорости света. Резонансные электроны ускоряются в поле волны и нелинейность уравнений движения проявляется уже при малой амплитуде поля. Проблема взаимодействия резонансных электромагнитных импульсов с плазмой выходит за рамки линейной теории и требует нелинейного рассмотрения в каждом диапазоне параметров волны и плазмы.

Автомодельное решение системы представляет собой нелинейную электромагнитную волну (20), распространяющуюся поперёк магнитного поля со скоростью света. Действие электромагнитного поля на частицы скомпенсировано поперечной проекцией силы Лоренца, так что плазма находится в безразличном поперечном равновесии с волной (18). При этом электроны ускоряются продольным электростатическим полем до релятивистских энергий [4]. С увеличением амплитуды поля система переходит в режим сильной нелинейности, и форма колебаний отличается от гармонической. В отличие от электромагнитной волны, распространяющейся вдоль магнитного поля [8, 10], необыкновенная волна эллиптически поляризована из-за перестройки поперечного движения электронов в продольное под действием силы Лоренца. Если фазовая скорость волны отличается от скорости света, то в плазме возникают нелинейные продольно-поперечные колебания.

Солитонные решения существуют в сильном магнитном поле  $\omega_{ce} \gg \omega_p$  вблизи плазменного или циклотронного резонансов. В обоих случаях фазовая скорость волны близка к скорости света. Нелинейное смещение ленгмювской частоты в слабо нелинейной плазме  $A_m \ll 1$  описывается параболическим уравнением (36). Найденное решение качественно аналогично ленгмювскому солитону в немагнитной плазме [10].

Условие применимости теории нарушается в плотной плазме  $\omega_p \approx \omega_{ce}$ . Несущая частота солитона смещается в область верхнегибридного резонанса  $\omega_0 \approx \omega_{uh}$ , где малый параметр отсутствует и требуется дополнительное численное исследование.

## Литература

1. *Tajima T., Dawson J. M.* Laser Electron Accelerator // *Phys. Rev. Lett.* — 1979. — Vol. 43. — Pp. 267–271.
2. *Kruer W. I.* The Physics of Laser Plasma Interactions. — New York.: Addison-Wesley Publishing Company.
3. *Shukla P. K.* Generation of Wakefields by Elliptically Polarized Laser Pulses in a Magnetized Plasma // *Phys. Plasmas.* — 1998. — Vol. 6. — Pp. 1363–1366.



4. Interaction of Powerful Laser Pulse with Magnetized Plasma / V. B. Krasovitskiy, V. G. Dorofeenko, V. I. Sotnikov, B. Bauer // *Phys. Plasmas*. — 2004. — Vol. 11. — Pp. 724–742.
5. Распадная неустойчивость лазерной волны при поперечном распространении в магнитоактивной плазме / В. Б. Красовицкий, В. Г. Дорофеев, В. А. Туриков, В. И. Сотников // *Физика плазмы*. — 2006. — Т. 32. — С. 26–32. [Krasovitskiy V. B., Dorofeenko V. G., Turikov V. A. Decay Instability of a Laser Wave in a Transverse Direction in a Magnetized Plasma // *Fizika plazmy*. — 2006. — V. 32. — P. 26–32 ]
6. *Krasovitskiy V. B., Turikov V. A., Sotnikov V. I.* Nonlinear Dispersion of Resonance Extraordinary Wave in a Plasma with Strong Magnetic Field // *Phys. Plasmas*. — 2007. — Vol. 14. — Pp. 092108–1–10.
7. *Красовицкий В. Б., Туриков В. А.* Стохастический нагрев электронов при распространении в плазме необыкновенной волны большой амплитуды // *Физика плазмы*. — 2010. — Т. 36. — С. 1085–1091. [Krasovitskiy V. B., Turikov V. A. Stochastic Heating of Electrons by a Large Amplitude Extraordinary Wave in a Plasma // *Fizika Plazmy*. — 2010. — V. 36. — P. 1085–1091 ]
8. *Красовицкий В. Б., Прудских В. В.* Авторезонансный солитон в плазме // *Физика плазмы*. — 1994. — Т. 20. — С. 564–570. [Krasovitskiy V. B., Prudskikh V. V. Autoresonant Soliton in Plasma // *Fizika plazmy*. — 1994. — V.20. — P.564–570 ]
9. *Ren C., Mori W. B.* Nonlinear and Three-dimensional Theory for Cross-magnetic Field Propagation of Short-pulse Lasers in Underdense Plasmas // *Phys. Plasmas*. — 2004. — Vol. 11. — Pp. 1978–1985.
10. *Кадомцев Б. Б.* Нелинейные явления в плазме. — М.: Наука, 1988. [Kadomtsev B. V. Nonlinear Plasma Phenomena. — Moscow: Nauka, 1988 ]
11. *Красовицкий Д. В.* Резонансный электромагнитный солитон в плазме // *Физика плазмы*. — 1986. — Т. 12. — С. 1394–1397. [Krasovitskiy D. V. Resonant Electromagnetic Soliton in a Plasma // *Fizika plazmy*. — 1986. — V. 12. — P. 1394–1397 ]
12. *Ахиезер А. И. и др.* Электродинамика плазмы. — М.: Наука, 1974. [Achiezer A.I. et al. Plasma Electrodynamics. — Moscow: Nauka, 1974 ]

UDC 533.9

## Propagation of Nonlinear Electromagnetic Wave Across Strong Magnetic Field in Plasma

V. B. Krasovitskiy\*, V. A. Turikov†

\* *Department of Kinetic Equations  
Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences  
Miusskaya pl., 4, Moscow, Russia, 125047*

† *Department of Experimental Physics  
Peoples' Friendship University of Russian  
Miklukho-Maklaya str., 6, Moscow, Russia, 117198*

The propagation of the large amplitude electromagnetic wave in a plasma across the external magnetic field is considered. In this interaction electrons are accelerated by the longitudinal electric field up to relativistic energies. The system develops into the strongly nonlinear regime with increasing the wave amplitude. It is shown that in the strong magnetic field near plasma or cyclotron resonance the envelope soliton solution exists. This solution is qualitatively similar to the Langmuir soliton in a plasma without magnetic field.

**Key words and phrases:** magnetoactive plasma, extraordinary wave, resonance electrons, nonlinear frequency shift, envelope soliton.