

УДК 517:519.6:535+537.8:621.37

## Разработка методов и алгоритмов расчёта основных характеристик трёхмерных нерегулярных интегрально-оптических волноводов

А. А. Егоров\*, А. В. Ставцев†

\* *Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН  
ул. Вавилова д. 38, Москва, Россия, 119991*

† *Кафедра систем телекоммуникаций  
Российский университет дружбы народов  
ул. Миклухо-Макляя, д. 6, Москва, Россия, 117198*

В данной работе представлены методы и алгоритмы, позволяющие рассчитывать поля для различных направляемых и излучательных ТЕ- и ТМ-мод симметричных и несимметричных интегрально-оптических волноводов. Дано описание теоретических подходов и алгоритма расчёта поля рассеянного излучения вне нерегулярного интегрально-оптического волновода в системе визуального программирования Delphi. Приведены дисперсионные зависимости ТЕ- и ТМ-мод регулярного планарного интегрально-оптического волновода, графики полей излучательных ТЕ-мод подложки и графики полей электромагнитного излучения рассеянного в нерегулярном трёхмерном интегрально-оптическом волноводе.

**Ключевые слова:** регулярный планарный волновод, типы мод, дисперсионное соотношение, нерегулярный интегрально-оптический волновод, метод мод, метод функций Грина, метод возмущений, проблема волноводного рассеяния, численное моделирование.

### 1. Введение

Совершенствование и активное развитие теоретических и компьютерных методов исследования и быстрый технологический прогресс стимулировали интерес к разработке векторной теории распространения, а также рассеяния электромагнитного излучения в различных нерегулярных волноводах [1–25].

Решение трёхмерной электродинамической задачи имеет одно из ключевых значений для развития нанотехнологий в интегральной оптике и волноводной оптоэлектронике. Трёхмерное решение электродинамической задачи рассеяния позволяет, например, точнее учесть влияние нерегулярностей структуры на характеристики оптических интегральных схем [17, 20–25].

В последние годы активно разрабатываются различные типы интегрально-оптических химических сенсоров, что обусловлено рядом их преимуществ: высокой чувствительностью, быстрым срабатыванием, простотой мультиплексирования сигнала и применением интегральных технологий [26–28]. Важно отметить, что рассеяние лазерного излучения в волноводе является одним из важнейших лимитирующих факторов достижения предельной чувствительности интегрально-оптических сенсоров [26]. При этом существует очевидный интерес разработки и исследования интегрально-оптических сенсоров именно на вытекающих модах и модах излучения, поскольку появляется возможность повышения чувствительности соответствующих интегрально-оптических сенсоров. С этой точки зрения исследование различных явлений в нерегулярных интегрально-оптических волноводах, поддерживающих вытекающие моды и моды излучения, также является актуальной задачей.

Исследование явления рассеяния на трёхмерных (3D) нерегулярностях волноводов важно также для разработки: волноводов (в том числе канальных) и устройств на их основе с низкими потерями на рассеяние излучения; компактных интегральных волноводных поляризаторов, фильтров, дефлекторов, призм,

линз и др. Такие исследования очень важны для проектирования оптимизированных устройств, объединяющих оптические волноводы (волноводные фильтры, дефлекторы, призмы, линзы и др.) с металлодиэлектрическими волноводами, поддерживающими поверхностные плазмоны [29–34].

Авторы рассмотрели ранее ряд возможностей системы визуального программирования Delphi для исследования математических моделей явления волнового распространения и излучения электромагнитных волн в трёхслойных интегрально-оптических волноводах, поддерживающих моды излучения подложки [35, 36].

В данной работе приведены методы и алгоритмы, позволяющие рассчитывать в системе визуального программирования Delphi основные характеристики излучения рассеянного в интегрально-оптических волноводах с трёхмерными нерегулярностями. К этим характеристикам относятся: амплитуда поля излучения в заданной точке пространства, фаза поля излучения в заданной точке пространства, диаграммы — амплитудно-фазовые зависимости в различных сечениях пространства и др.

## 2. Объект исследования. Основные соотношения и методы исследования

### 2.1. Объект исследования

Объект исследования — нерегулярные диэлектрические и в частности оптические трёхмерные волноводы (см. рис. 1).

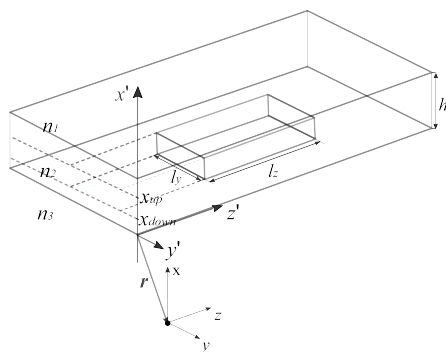


Рис. 1. Геометрия задачи, иллюстрирующая рассеяние лазерного излучения в нерегулярном интегрально-оптическом волноводе

Примеры плавных «нерегулярностей»: устройства сопряжения, связывающие различные элементы интегрально-оптического процессора, а также, например, такие элементы оптических интегральных схем как призмы и линзы (типа волноводной обобщённой линзы Люнеберга).

Примеры статистических нерегулярностей: неровности (шероховатости) границ раздела сред, образующих волновод, а также — неоднородность показателя преломления сред, образующих волновод.

Примеры резких нерегулярностей: локальная (уединённая типа ступеньки/ канавки) нерегулярность, например, неоднородность показателя преломления волноводного слоя; неровность поверхности плёнки/ подложки в виде ступеньки/ канавки.

### 2.2. Основные соотношения и методы исследования

Уравнения Максвелла для электромагнитного поля в случае не поглощающей неоднородной линейной изотропной среды (в отсутствие токов и зарядов) в

системе СИ сводятся к уравнениям:

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot}\mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость среды;  $\mu = \mu_r \mu_0$  — магнитная проницаемость среды;  $\varepsilon_r, \mu_r$  — относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости соответственно (в немагнитной среде полагается  $\mu_r = 1$ );  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  — это электрическая и магнитная постоянные соответственно;  $\omega \sqrt{\mu \varepsilon} = nk_0$ ,  $n$  — показатель преломления среды (здесь и далее — слоя рассматриваемой многослойной интегрально-оптической структуры),  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ ,  $\omega = 2\pi\nu$ ,  $\nu$  — частота электромагнитного поля;  $\mathbf{E}, \mathbf{H}$  — вектора напряжённостей электрического и магнитного полей.

При записи уравнений (1) учтено, что для линейной изотропной среды справедливы следующие соотношения:  $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ , где  $\mathbf{D}$  — вектор электрической индукции,  $\mathbf{B}$  — вектор магнитной индукции.

Из уравнений (1) можно получить уравнение, описывающее поле  $\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E}(r)$  в оптическом волноводе с произвольными трёхмерными нерегулярностями, которое в декартовых координатах имеет следующий вид:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \nabla \left( \mathbf{E} \frac{\nabla \varepsilon}{\varepsilon} \right) + \omega^2 \mu \varepsilon \mathbf{E} = 0, \quad (2)$$

где  $\nabla^2 = \Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$  для случая, когда скалярные составляющие векторов напряжённостей электрического и магнитного ( $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ ) полей отнесены к фиксированному декартовому составляющим системы координат.

Рассматривается случай распространения в нерегулярном волноводе вдоль оси  $z$  первой чётной (фундаментальной)  $\text{TE}_0$ -моды с компонентами  $E_{0y}, H_{0x}, H_{0z}$ ; в дальнейшем индекс «0» у компонент поля направляемой моды опустим. Распространение других типов мод исследуется аналогично.

При наличии малых по величине нерегулярностей направляемые моды испытывают возмущение в области нерегулярности, и небольшая часть мощности направляемых мод может излучиться (*3D-scattering*) как в другие типы волноводных мод (межмодовое преобразование), так и в окружающее пространство (*in-plane* и *out-of-plane scattering*). Для более подробного знакомства с проблемами, возникающими при трёхмерном векторном рассмотрении исходной электродинамической задачи, рекомендуем посмотреть работы [7, 9–11, 18–25] и цитированную там литературу.

Если пренебречь рассмотрением возникающих при рассеянии поляризационных эффектов, то можно упростить трёхмерное векторное уравнение (2). Для этого надо потребовать, чтобы относительное изменение диэлектрической проницаемости на расстоянии одной длины волны было много меньше единицы. Это условие часто выполняется в оптических средах. В этом случае деполяризационный член  $\nabla(\mathbf{E} \nabla \varepsilon / \varepsilon)$  в уравнении много меньше двух других (его отношение к любому из них по порядку величины равно примерно  $\Delta \varepsilon / \varepsilon$ , где  $\Delta \varepsilon$  — величина отклонения относительной диэлектрической проницаемости от среднего значения  $\varepsilon$ ). Следовательно, при  $\Delta \varepsilon / \varepsilon \ll 1$  точное трёхмерное векторное уравнение (2) можно заменить приближенным волновым векторным уравнением:

$$\Delta \mathbf{E} + n^2 k^2 \mathbf{E} = 0, \quad (3)$$

которое справедливо для каждой декартовой компоненты вектора электрического поля. Для основной  $\text{TE}$ -моды, распространяющейся вдоль оси  $z$ , при условии  $\partial \mathbf{E} / \partial y = 0$ , векторное волновое уравнение (3) принимает хорошо известный скалярный вид:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + n^2 k^2 E_y = 0, \quad (4)$$

где  $n^2(x, z) = n_m^2 + \Delta n_m^2(x, z)$ ,  $n_m^2$  — описывает регулярные свойства соответствующей среды волновода (принимает значения  $n_1$ ,  $n_2$  или  $n_3$  соответственно, 1 — покровный слой, 2 — волноводный слой, 3 — подложка), а добавка  $\Delta n_m^2(x, z)$  описывает нерегулярности структуры волновода (как неровности границ раздела сред волновода, так и неоднородности показателя преломления в каждом  $m$ -м слое волновода). Для применения при исследовании теории возмущений  $\Delta n_m^2(x, z)$  не обязательно должна быть величиной малого порядка. Достаточно, чтобы область, в пределах которой эта добавка отличается от нуля, была достаточно узкой.

Если условия  $\partial \mathbf{E} / \partial y = 0$ ,  $\partial \mathbf{H} / \partial y = 0$  выполняются, т.е. рассматривается двухмерное решение исходной задачи (2D-scattering), можно записать любое произвольное распределение поля планарного волновода в виде суперпозиции ортогональных ТЕ- и ТМ-мод идеального прямолинейного волновода.

Итак, любое произвольное распределение поля, например,  $E_y$  для ТЕ<sub>0</sub>-моды, планарного интегрально-оптического волновода представим в виде разложения (в ряд и интеграл) по ортогональному набору (базисных) функций [7, 9–11, 18–21]:

$$E_y = \sum_{\nu} c_{\nu}(z; \rho) E_{\nu y}(x, z; \rho) + \sum_1^2 \int_0^{\infty} q(z; \rho) E_y(x, z; \rho) d\rho, \quad (5)$$

где, первая сумма описывает все чётные и нечётные ТЕ-моды, а комбинация из суммы (в общем случае — по чётным и нечётным модам излучения) и интеграла — все моды излучения. В выражении (5):  $\nu \in I$ , т.е. переменная  $\nu$  принадлежит множеству натуральных чисел  $I$ : изменяется от 0 до  $+\infty$ ;  $c_{\nu}$  — коэффициенты разложения направляемых мод  $\mathbf{E}_{\nu y}$ ;  $q$  — эффективная амплитуда рассеяния ТЕ-мод, определяемая как коэффициент разложения поля по всем модам излучения  $E_y$ ;  $\rho$  и  $\beta$  — поперечная и продольная составляющие постоянных распространения мод излучения (вдоль осей  $x$  и  $z$  соответственно),  $\rho^2 + \beta^2 = (k_0 n_m)^2$ ,  $n_m$  — показатель преломления соответствующего слоя многослойного оптического волновода.

Аналогично (5) имеем для ТМ-мод:

$$H_y = \sum_{\nu} d_{\nu} H_{\nu y} + \sum_0^{\infty} \int p(\rho) H_y(\rho) d\rho. \quad (6)$$

Коэффициенты разложения  $c_{\nu}$ ,  $q(\rho)$ ,  $d_{\nu}$  и  $p(\rho)$  в выражениях (5), (6) находятся с помощью соотношений ортогональности [7, 9–11].

В случае 3D-нерегулярностей любое распределение поля интегрально-оптического волновода представляем в виде разложения по всем возможным модам плоского волновода (по ортогональному набору (базисных) функций  $\mathbf{E}_{\nu y}$  и  $\mathbf{E}_{\beta y}$  [7, 9–11, 20–22]):

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x, y, z) = & \sum_{\nu} \int_{-\infty}^{+\infty} C_{\nu}(z; \beta_y) \mathbf{E}_{\nu y}(x, z; \beta) e^{-i\beta_y y} d\beta_y + \\ & + \int_{-\infty}^{+\infty} d\beta_y \int_{-\beta_3}^{+\beta_3} q(\beta, \beta_y) \mathbf{E}_{\beta y}(x, z; \beta) e^{-i\beta_y y} d\beta. \quad (7) \end{aligned}$$

В выражении (7):  $c_{\nu}$  — коэффициенты разложения направляемых мод  $\mathbf{E}_{\nu y}$ ;  $q$  — эффективная амплитуда рассеяния ТЕ-мод, определяемая как коэффициент разложения поля по всем модам излучения  $\mathbf{E}_{\beta y}$ ; коэффициенты разложения  $c$  и  $q$  находятся с помощью соотношений ортогональности.

Решение неоднородного трёхмерного уравнения (2) в виде (7) с помощью метода Фурье разделения переменных и метода функций Грина найдено в [20–22].

Полученное выражение для поля излучения вне волновода (в отсутствии шума) задаётся функцией  $\mathbf{E}_s^{out}$ :

$$\mathbf{E}_s^{out}(x, y, z) = \frac{ik_0^2 \bar{n}_m^2}{2} \int_{-L_y/2}^{+L_y/2} dy' \int_{-\infty}^{+\infty} dx' \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i(\beta_{0y}-\beta)y'} \times \\ \times \mathbf{E}_{\beta y}^*(x', z') \beta^{-1} \mathbf{E}_{\beta y}(x, z) \Delta n_m^2(x', y', z') \mathbf{E}_{0y}(x', z') \sin(\beta_y y) / (\beta_y y), \quad (8)$$

где  $x, y, z$  и  $x', y', z'$  — координаты точки наблюдения и координаты точки, где расположена нерегулярность, например, волноводного слоя; функция  $\Delta n_m^2$  задаёт неоднородность волноводного слоя;  $\bar{n}_m^2$  — среднее значение показателя преломления волноводного слоя;  $\mathbf{E}_{\beta y}$  — напряжённость поля излучательных ТЕ-мод подложки;  $\mathbf{E}_{0y}$  — напряжённость поля направляемой ТЕ-моды волновода;  $\beta, \beta_y$  — продольные составляющие постоянных распространения мод излучения (вдоль осей  $z$  и  $y$  соответственно).

### 3. Вычислительный эксперимент

#### 3.1. Цели вычислительного эксперимента

На следующем этапе решения поставленной проблемы самым важным является поиск метода численного исследования полученной системы уравнений. С целью выбора оптимальных путей решения последней задачи, авторы сравнили возможности нескольких популярных математических пакетов и языков программирования (по ряду важных критериев):

- 1) удобство использования;
- 2) скорость вычисления математических операций;
- 3) потенциальное время, которое потребуется на решение задачи;
- 4) возможность использовать полученные результаты в дальнейшем;
- 5) возможность расширения базового набора функций;
- 6) возможность получить качественное представление результатов.

В результате сравнения были выявлено следующее. Математические пакеты предоставляют пользователю широкий набор готовых для выполнения наиболее распространённых, но при этом сложных операций (таких как вычисление коэффициентов рядов, разложение на множители, матричные и векторные операции и т.п.), позволяя при этом получать качественное представление результатов в виде всевозможных графиков; вид и способ отображения может быть легко настроен. Однако из-за того, что разные виды математических пакетов могут решать лишь ограниченный круг задач, нельзя выбрать какой-то один оптимальный пакет, который позволил бы нам реализовать в нем полностью все наши потребности. Базовый набор функций математических пакетов ограничен набором наиболее стандартных численных методов, однако в ряде случаев они могут оказаться малоэффективными. Если для решения задачи потребуется добавить какой-то нестандартный метод, то его реализация может оказаться сложнее, чем в обычном языке программирования.

Алгоритмические языки программирования предоставляют исследователю больше возможностей, чем математические пакеты:

- 1) алгоритмические языки не имеют ограничений, присутствующих в математических пакетах;
- 2) разработчик не привязан к каким-то конкретным функциям или способам представления результатов, при этом все стандартные математические алгоритмы, которые есть в математических пакетах, также реализованы и доступны для большинства языков программирования в виде внешних математических библиотек;
- 3) любой алгоритм можно изменить для решения конкретной задачи;

- 4) скорость работы математических алгоритмов выше, чем в математических пакетах;
- 5) доступно множество всевозможных внешних модулей, значительно расширяющих возможности языка.

Из доступных компилируемых языков программирования под Windows авторы выбрали язык Паскаль в системе визуального программирования Delphi [37].

С целью проверки эффективности работы в данной среде было написано программное средство для расчёта дисперсионных зависимостей ТЕ и ТМ мод для ряда практически важных оптических волноводов. Для оценки эффективности был сделан также вариант программы в языке С++ визуального программирования С++ Builder.

Основные цели вычислительного эксперимента:

1. Рассчитать и построить дисперсионные зависимости ТЕ и ТМ мод для выбранных типов волноводов (см. далее параграф 3.4).
2. Для разных наборов входных параметров задачи (например,  $n_{c,f,s}$ ,  $\gamma$ , положения и амплитуды локальной неоднородности показателя преломления волноводного слоя) провести серии вычислений значений рассеянного в нерегулярном волноводе поля излучения (8) (см. далее параграф 3.6).
3. По вычисленным амплитудно-фазовым зависимостям построить профили полей (диаграммы):  $E(x)$ ,  $E(y)$ ,  $E(z)$ .
4. Проанализировать влияние исходных параметров на вид диаграмм.

### 3.2. Структура программы

Структуры программы можно представить в следующем виде:

- 1) служебные функции;
  - (а) определяют события, совершаемые графическими элементами управления программой;
  - (б) задают начальные значения параметров;
  - (с) управляют процессом отображения графиков и сохранением данных в файл;
- 2) алгоритмизованное представление функций, входящих в состав подынтегрального выражения 4-кратного повторного интеграла (4);
- 3) функции, вычисляющие непосредственно численные значения 4-кратного повторного интеграла методом Симпсона.

Четырёхкратный повторный интеграл в (8) можно представить как суперпозицию четырёх вложенных функций, зависящих от интервала промежутка интегрирования и значений аргументов от вышестоящих интегралов:

$$\begin{aligned}
 E_s^{out}(x, y, z) &= \frac{ik_0^2 \bar{n}_m^2}{2} I_y(y_1, y_2, x_1, x_2, z_1, z_2, \beta_1, \beta_2, \beta_y) = \\
 &= \frac{ik_0^2 \bar{n}_m^2}{2} \int_{y_1}^{y_2} I_x(y, x_1, x_2, z_1, z_2, \beta_1, \beta_2, \beta_y) dy' = \\
 &= \frac{ik_0^2 \bar{n}_m^2}{2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} I_z(y, x, z_1, z_2, \beta_1, \beta_2, \beta_y) dx' dy' = \\
 &= \frac{ik_0^2 \bar{n}_m^2}{2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \int_{z_1}^{z_2} I_\beta(y, x, z, \beta_1, \beta_2, \beta_y) dz' dx' dy', \quad (9)
 \end{aligned}$$

### 3.3. Общая структура алгоритма

Представляем общую структуру алгоритма в следующем виде:

1. Для заданного значения толщины  $h$  волноводного слоя из дисперсионной зависимости  $\gamma = \gamma(h)$ , рассчитывается соответствующее значение коэффициента фазового замедления  $\gamma$  (см. далее параграф 3.4).
2. Вычисляются значения напряженности полей  $\mathbf{E}_{\beta y}$  излучательных ТЕ мод подложки. Для излучательных мод отсутствует дисперсионное соотношение, которое приводит к дискретным значениям величины  $\gamma$ , поэтому в расчетах надо выбирать величину  $\rho_s$  в качестве независимой непрерывной переменной (см. далее параграф 3.5).
3. В случае если аргумент  $x'$  попадает в  $\varepsilon$ -окрестность границы раздела двух сред, необходимо проверить выполнение граничных условий.
4. Четырехкратный повторный интеграл в выражении (8) представляется как суперпозиция четырех вложенных функций, зависящих от интервала промежутка интегрирования и значений аргументов от вышестоящих интегралов (см. (9)).
5. Далее производится последовательное численное интегрирование методом Симпсона по переменным  $\{\beta, x', y', z'\}$ .
6. Полученное значение отображается на графическом компоненте.

### 3.4. Вычисление дисперсионных зависимостей

Для расчетов использовалось хорошо известное представление дисперсионного соотношения в тригонометрическом виде:

$$\beta h = \operatorname{arctg}(\rho/\beta) + \operatorname{arctg}(\eta/\beta) + (p-1)\pi. \quad (10)$$

В выражении (10):  $\beta = k_0 \sqrt{n_2^2 - \gamma^2}$  — постоянная распространения направляемой ТЕ-моды вдоль оси  $z$  (см. рис. 2 и рис. 3);  $h$  — толщина волноводного слоя;  $\gamma$  — коэффициент фазового замедления (эквивалентный показатель преломления волновода, как среды, в которой распространяется электромагнитная волна; показывает во сколько раз скорость распространения волны в вакууме больше скорости распространения волны в волноводе);  $\rho = k_0 \sqrt{\gamma^2 - n_1^2}$  — вертикальная составляющая постоянной распространения направляемой ТЕ-моды при  $x > 0$  (полагается, что нуль оси  $x$  находится на границе волноводного слоя (пленка)–воздух);  $\eta = k_0 \sqrt{\gamma^2 - n_3^2}$  — вертикальная составляющая постоянной распространения направляемой ТЕ-моды при  $x < -h$ ;  $p$  — целое число,  $p = 1, 2, \dots$  (при  $p = 1$  из (1) получается дисперсионное соотношение для ТЕ<sub>0</sub>-моды (фундаментальной ТЕ-моды)).

### 3.5. Вычисление поля излучательных ТЕ-мод планарного регулярного волновода

Поле излучательных ТЕ-мод подложки планарного идеального волновода задавалось в следующем виде (см., [7, 9–11, 35, 36]):

$$|\mathbf{E}_y(x; \gamma)| = \left\{ \frac{4\omega\mu_0\rho_f^2\rho_s^2 P_0}{\pi|\beta|k_0^2(n_2^2 - n_1^2) [\rho_s^2 + [\rho_f^2 - \rho_s^2] \sin^2(\varphi_c - \rho_f h)]} \right\}^{1/2} \times \\ \times \exp(-\rho_c(x-h)), \quad x > h,$$

$$|\mathbf{E}_y(x; \gamma)| = \left\{ \frac{4\omega\mu_0\rho_s^2 P_0}{\pi|\beta|(n_2^2 - n_1^2) [\rho_s^2 + [\rho_f^2 - \rho_s^2] \sin^2(\varphi_c - \rho_f h)]} \right\}^{1/2} \times \\ \times \cos[\rho_f(x-h) + \varphi_c], \quad 0 < x < h,$$

$$|\mathbf{E}_y(x; \gamma)| = \left\{ \frac{4\omega\mu_0 P_0}{\pi |\beta|} \right\}^{1/2} \cos(\rho_s x + \varphi), \quad x < 0, \quad (11)$$

где  $\rho_c = k_0 \sqrt{\gamma^2 - n_1^2}$ , при  $x > h$ ;  $\rho_f = k_0 \sqrt{n_2^2 - \gamma^2}$ , при  $0 < x < h$ ;  $\rho_s = k_0 \sqrt{n_3^2 - \gamma^2}$ , при  $x < 0$ ; индексы « $c, f, l$ » означают среды волновода «1, 2, 3» соответственно;  $P_0$  – мощность, переносимая волной по волноводу в направлении оси  $z$  через единицу его ширины (по оси  $y$ ), в расчетах брали  $P_0 = 1$  Вт/м. Смысл величин  $\varphi_c$  и  $\varphi$  пояснен ниже.

Для выполнения граничных условий

$$(\mathbf{E}_y^f)^2 (n_f^2 - \gamma^2) = (\mathbf{E}_y^c)^2 (n_f^2 - n_c^2),$$

$$(\mathbf{E}_y^s)^2 = (\mathbf{E}_y^f)^2 \left[ 1 + \frac{n_f^2 - n_s^2}{n_s^2 - \gamma^2} \sin^2(\varphi_c - \rho_f h) \right]$$

необходимо выполнение следующих соотношений:

$$\operatorname{tg} \varphi_c = \rho_c / \rho_f, \quad \rho_s \operatorname{tg} \varphi = \rho_f \operatorname{tg}(\varphi_c - \rho_f h),$$

где  $2\varphi_c$  и  $2\varphi$  – фазовые сдвиги, появляющиеся при полном внутреннем отражении на границах раздела пленка-подложка и пленка-воздух.

Важно отметить, что в данном случае отсутствует дисперсионное соотношение, которое приводит к дискретным значениям величины  $\beta$ , поэтому надо выбирать величину  $\rho_s$  в качестве независимой непрерывной переменной.

### 3.6. Вычисление четырехкратного повторного интеграла для поля излучения вне интегрально-оптического волновода

С целью построения удобного алгоритма вычисления представим 4-кратный повторный интеграл (9) в следующей форме:

$$I_\beta(y, x, z, \beta_1, \beta_2, \beta_y) = \int_{\beta_1}^{\beta_2} \exp[-i(\beta_{0y} - \beta)y'] \frac{\mathbf{E}_{\beta y}^*(x', z') \mathbf{E}_{\beta y}(x, z)}{\beta} \times$$

$$\times \Delta n_m^2(x', y', z') \mathbf{E}_{0y}(x', z') \sin(\beta_y y) / (\beta_y y) d\beta$$

$$I_z(y, x, z_1, z_2, \beta_1, \beta_2, \beta_y) = \int_{z_1}^{z_2} dz' \int_{\beta_1}^{\beta_2} \exp[-i(\beta_{0y} - \beta)y'] \frac{\mathbf{E}_{\beta y}^*(x', z') \mathbf{E}_{\beta y}(x, z)}{\beta} \times$$

$$\times \Delta n_m^2(x', y', z') \mathbf{E}_{0y}(x', z') \sin(\beta_y y) / (\beta_y y) d\beta = \int_{z_1}^{z_2} I_\beta(y, x, z, \beta_1, \beta_2, \beta_y) dz',$$

$$I_x(y, x_1, x_2, z_1, z_2, \beta_1, \beta_2, \beta_y) =$$

$$= \int_{x_1}^{x_2} dx' \int_{z_1}^{z_2} dz' \int_{\beta_1}^{\beta_2} \exp[-i(\beta_{0y} - \beta)y'] \frac{\mathbf{E}_{\beta y}^*(x', z') \mathbf{E}_{\beta y}(x, z)}{\beta} \times$$

$$\times \Delta n_m^2(x', y', z') \mathbf{E}_{0y}(x', z') \sin(\beta_y y) / (\beta_y y) d\beta = \int_{x_1}^{x_2} I_z(y, x, z_1, z_2, \beta_1, \beta_2, \beta_y) dx',$$



$$\begin{aligned}
I_y(y_1, y_2, x_1, x_2, z_1, z_2, \beta_1, \beta_2, \beta_y) &= \int_{y_1}^{y_2} dy' \int_{x_1}^{x_2} dx' \int_{z_1}^{z_2} dz' \int_{\beta_1}^{\beta_2} \exp[-i(\beta_{0y} - \beta)y'] \times \\
&\times \frac{\mathbf{E}_{\beta_y}^*(x', z') \mathbf{E}_{\beta_y}(x, z)}{\beta} \Delta n_m^2(x', y', z') \mathbf{E}_{0y}(x', z') \sin(\beta_y y) / (\beta_y y) d\beta = \\
&= \int_{y_1}^{y_2} I_x(y, x_1, x_2, z_1, z_2, \beta_1, \beta_2, \beta_y) dy'.
\end{aligned}$$

## 4. Результаты численных расчетов

### 4.1. Дисперсионные зависимости

На рис. 2 и рис. 3 представлены построенные в соответствии с выражением (10) дисперсионные зависимости  $\gamma = \gamma(h)$  для первых пяти ТЕ- и ТМ-мод регулярного трехслойного планарного интегрально-оптического полистиролового (рис. 2) и танталового (рис. 3) волноводов. Дисперсионные зависимости позволяют для данного  $\gamma$  найти для заданной моды соответствующее значение  $h$ , и — наоборот.

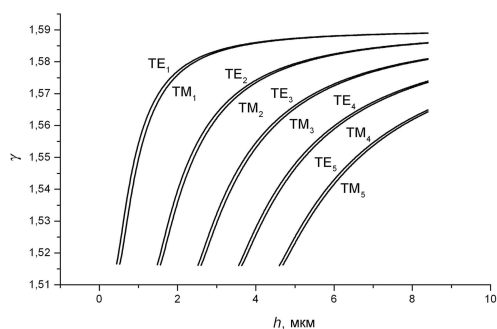


Рис. 2. Дисперсионные зависимости для первых пяти ТЕ- и ТМ-мод для полистиролового волновода

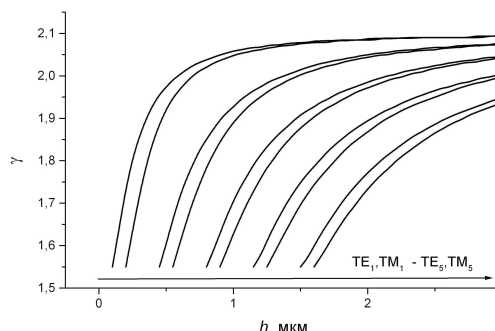


Рис. 3. Дисперсионные зависимости для первых пяти ТЕ- и ТМ-мод для танталового волновода ( $Ta_2O_5$ )

### 4.2. Зависимость амплитуды поля излучательных ТЕ-мод подложки от вертикальной координаты

Были рассчитаны зависимости амплитуды (модуля напряженности) поля излучательных ТЕ-мод подложки  $\mathbf{E}_y = \mathbf{E}_y(x; \gamma = const)$  в средах, образующих регулярный трехслойный планарный волновод при фиксированной толщине волноводного слоя. Аналогичные зависимости были получены при изменении  $\gamma$  в широком диапазоне значений для различных типов направляемых мод разных волноводов.

Как показал анализ полученных зависимостей, характер распределения поля при заданном изменении  $\gamma$  наиболее сильно изменяется в подложке, что и следовало ожидать, а также в плёнке, а в воздухе — оно мало меняется. Это связано в основном с тем, что эти  $\gamma$  близки к величине  $n_3$  и поле здесь сильнее проникает в подложку, чем при значениях  $\gamma$  в середине диапазона его изменения: от  $n_3$  до  $n_2$ . Исследованы также особенности распределения полей вдоль оси  $x$  для мод более

высокого порядка. В целом же полученные зависимости отражают известное парциальное распределение полей (и мощностей) в средах, образующих интегрально-оптический волновод, у которого есть излучательные моды подложки.

Сделаем некоторые физические замечания о модах излучения подложки. Найденное в соответствии с выражением (11) поле моды излучения подложки будет таким же, как если бы эта мода возбуждалась плоской волной, падающей со стороны подложки, при соблюдении условия:  $\rho_s = k_0 n_3 \cos \theta_s$ ,  $\theta_s$  — угол падения плоской волны из подложки на границу раздела подложка-пленка.

Падающая из подложки плоская волна преломляется, частично отражается на границе раздела подложка-пленка и испытывает полное внутренне отражение на границе раздела пленка-воздух. В результате интерференции между падающей и отраженной плоскими волнами и возникает стоячая волна с характерным синусоидальным распределением поля в подложке и пленке.

Необходимо учитывать, что поля излучательных мод подложки и покровного слоя вырождены в диапазоне, где существуют так называемые подложко-покровные моды излучения. В этом диапазоне существуют два независимых решения уравнений поля для каждого данного значения  $\rho_s$ . Обычно решения выбираются с учетом выполнения условия ортогональности соответствующих мод. При этом требуют, чтобы решения для полей мод в случае несимметричного волновода при переходе к симметричному волноводу (когда  $n_1 = n_3$ ) становились четными или нечетными функциями переменной  $x$ . Принято эти моды и в случае несимметричного волновода называть «четными» и «нечетными» [7,9–11].

### 4.3. Исследование рассеяния основной ТЕ-моды на 3D-неоднородности волноводного слоя интегрально-оптического волновода

Рассеяние основной ТЕ-моды происходит на локальной (в виде протяжённой канавки) неоднородности показателя преломления волноводного слоя. Исходные размеры неоднородности (по осям:  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$ ):  $4 \times 100 \times 100$  мкм; отсчет производится от точки  $x = 0$ , расположенной на границе раздела пленка-подложка. Относительная среднеквадратичная величина флуктуации неоднородности показателя преломления волноводного слоя:  $\sqrt{\Delta n_2} / n_2 = 78\%$ . Основное внимание в данной статье уделено расчётам зависимостей вида:  $E(x, y, z) = E(a, y, b)$ , где  $a$ ,  $b$  — некоторые фиксированные координаты.

На рис. 4 приведена зависимость амплитуды напряженности поля излучения  $E_s(x)$  вне волновода (нет шума). Параметры полистиролового волновода:  $n_1 = 1,000$ ,  $n_2 = 1,590$ ,  $n_3 = 1,513$ ;  $\gamma = 1,588282$ ,  $h = 4$  мкм (для  $\lambda = 0,633$  мкм). Распределение поля  $E_s(x)$  построено для координат наблюдения:  $(x, y, z) = (-2, y, 5)$ .

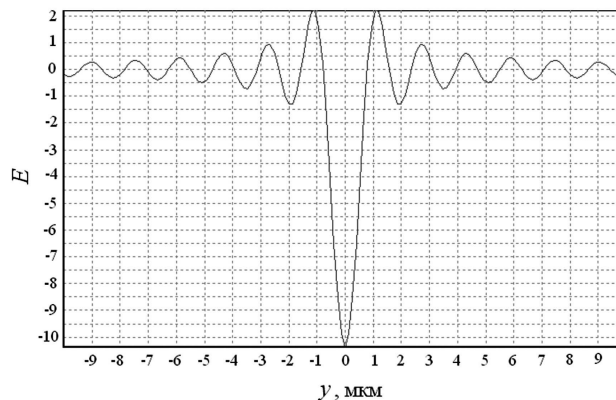


Рис. 4. Амплитуда поля излучения  $E_s(y)$  вне волновода

Были исследованы также и другие зависимости, в частности:  $E(x, y, z) = E(x, c, b)$ ,  $E(x, y, z) = E(a, c, z)$ , где  $a, b, c$  — некоторые фиксированные координаты.

## 5. Временные оценки

Количество точек разбиения по осям  $\{\beta, x', y', z'\}$ :  $\beta$  — 10 точек,  $x'$  — 10 точек,  $y'$  — 10 точек,  $z'$  — 10 точек. Количество точек построения графика — 100 точек. Время построения диаграммы — 3 секунды.

Количество точек разбиения по осям  $\{\beta, x', y', z'\}$ :  $\beta$  — 100 точек,  $x'$  — 100 точек,  $y'$  — 100 точек,  $z'$  — 100 точек. Количество точек построения графика — 100 точек. Время построения диаграммы — 8 часов (оценка).

## 6. Заключение. Выводы

Рассмотрено общее описание физической модели, численного эксперимента, структура алгоритма и его реализации. Описана программа, разработанная на языке Delphi, реализующая данный численный эксперимент.

Исследовано влияние координат точек наблюдения и размеров неоднородности волноводного слоя на амплитуду и фазу напряженности поля излучения вне волновода. Обнаружено влияние коэффициента фазового замедления и размеров неоднородности волноводного слоя на амплитуду и фазу напряженности поля излучения вне волновода. Особенно — на зависимость  $\mathbf{E}_s(y)$ . Расчеты производились на персональном компьютере следующей конфигурации: CPU Core 2 Duo E6750 2,66 ГГц, ОЗУ 2048 Мб. Выявлена основная трудность в расчетах — необходимость в больших вычислительных ресурсах.

## Литература

1. Кацеленбаум Б. З. Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. — М.: Наука, 1961.
2. Дерюгин Л. Н., Марчук А. Н., Сотин В. Е. Свойства плоских несимметричных диэлектрических волноводов на подложке из диэлектрика // Изв. Вузов. Радиоэлектроника. — 1967. — Т. 10, № 2. — С. 134–142.
3. Шевченко В. В. Плавные переходы в открытых волноводах. — М.: Наука, 1969.
4. Дерюгин Л. Н., Марчук А. Н., Сотин В. Е. Излучение с плоского диэлектрического волновода // Изв. Вузов. Радиоэлектроника. — 1970. — Т. 13, № 3. — С. 309–315.
5. Золотов Е. М., Киселев В. А., Сычугов В. А. Оптические явления в тонкопленочных волноводах // УФН. — 1974. — Т. 112, вып. 2. — С. 231–273.
6. О развитии интегральной оптики в СССР / А. М. Гончаренко, Л. Н. Дерюгин, А. М. Прохоров, Г. П. Шипуло // Журнал прикладной спектроскопии. — 1978. — Т. XXIX, вып. 6. — С. 87–997.
7. Маркузе Д. Оптические волноводы. — М.: Мир, 1974.
8. Интегральная оптика / под ред. Т. Тамира. — М.: Мир, 1978.
9. Содха М. С., Гхатак А. К. Неоднородные оптические волноводы. — М.: Связь, 1980.
10. Унгер Х. Г. Планарные и волоконные оптические волноводы. — М.: Мир, 1980.
11. Снайдер А., Лав Дж. Теория оптических волноводов. — М.: Радио и связь, 1987.
12. Солимено С., Крозиньяни Б., Ди Порто П. Дифракция и волноводное распространение оптического излучения. — М.: Мир, 1989.
13. Вычислительные методы в электродинамике / под ред. Р. Митра. — М.: Мир, 1977.

14. Ильинский А. С., Кравцов В. В., Свешников А. Г. Математические модели электродинамики. — М.: Высшая школа, 1991.
15. Scattering of Electromagnetic Waves: Numerical Simulations / L. Tsang, J. A. Kong, K. H. Ding, C. O. Ao. — N.Y.: Wiley, 2001.
16. Богатов А. П., Бурмистров И. С. Затухание оптической волны, распространяющейся в волноводе, образованном слоями полупроводниковой гетероструктуры, из-за рассеяния на неоднородностях // Квантовая электроника. — 1999. — Т. 27, № 3. — С. 223–227.
17. Егоров А. А. Восстановление характеристик и определение параметров статистической нанометровой шероховатости поверхности по данным рассеяния в планарном оптическом волноводе // Изв. Вузов. Радиофизика. — 2000. — Т. 43, № 12. — С. 1090–1099.
18. Paulus M., Oliver J. F. M. A Fully Vectorial Technique for Scattering and Propagation in Three-Dimensional Stratified Photonic Structures // Optic. and QE. — 2001. — Vol. 67. — Pp. 315–325.
19. Paulus M., Martin Oliver J. Green's Tensor Technique for Scattering in Two-Dimensional Stratified Media // Physical Review E. — 2001. — Vol. 63, No 6. — Pp. 066615–1–066615–8.
20. Егоров А. А. Векторная теория рассеяния лазерного излучения в интегрально-оптическом волноводе с трехмерными нерегулярностями при наличии шума // Квантовая электроника. — 2004. — Т. 34, № 8. — С. 744–754.
21. Egorov A. A. Correct Investigation of the Statistic Irregularities of Integrated Optical Waveguides with the use of the Waveguide Light Scattering // Laser Physics Letters. — 2004. — Vol. 1, No 8. — Pp. 421–428.
22. Егоров А. А. Теория волноводного рассеяния света в интегрально-оптическом волноводе при наличии шума // Изв. вузов. Радиофизика. — 2005. — Т. 48, № 1. — С. 63–75.
23. Egorov A. A. Use of Waveguide Light Scattering for Precision Measurements of the Statistic Parameters of Irregularities of Integrated Optical Waveguide Materials // Opt. Engineering. — 2005. — Vol. 44, No 1. — Pp. 014601–1–014601–10.
24. Егоров А. А. Обратная задача рассеяния монохроматического света в статистически нерегулярном волноводе: теория и численное моделирование // Оптика и Спектроскопия. — 2007. — Т. 103, № 4. — С. 638–645.
25. Egorov A. A. Influence of Light Scattering by 3D-Irregularities on the Characteristics of the Integrated Optical Devices using for Optical Signal Processing // Opt. Engineering. — 2008. — No 2. — Pp. 1–8.
26. Исследование компьютеризированного интегрально-оптического датчика концентрации газообразных веществ / А. А. Егоров, М. А. Егоров, Т. К. Чехлова, А. Г. Тимакин // Квантовая электроника. — 2008. — Т. 38, № 8. — С. 787–790.
27. Low-Loss Inexpensive Integrated-Optical Waveguides as a Sensitive Gas Sensor / А. А. Егоров, М. А. Егоров, Т. К. Chekhlova, А. G. Timakin // ICO Topical Meeting on Optoinformatics/Information Photonics 2008. — St. Petersburg, Russia: 2008. — Pp. 208–211.
28. Применение интегрально-оптических датчиков для контроля опасных газообразных веществ / А. А. Егоров, М. А. Егоров, Т. К. Чехлова, А. Г. Тимакин // Датчики и Системы. — 2008. — № 1. — С. 25–28.
29. Compact and Integrated TM-pass Waveguide Polarizer / С. Н. Chen, L. Pang, С. Н. Tsai et al. // Optics Express. — 2005. — Vol. 13, No 14. — Pp. 5347–5352.
30. Low Loss Etchless Silicon Photonic Waveguides / J. Cardenas, С. В. Poitras, J. T. Robinson et al. // Optics Express. — 2009. — Vol. 17, No 6. — Pp. 4752–4757.
31. Kuttge M., Garcia de Abajo F. J., Polman A. How Grooves Reflect and Confine Surface Plasmon Polaritons // Optics Express. — 2009. — Vol. 17, No 12. — Pp. 10385–10392.
32. Dintinger J., Martin Olivier J. F. Channel and Wedge Plasmon Modes of Metallic V-Grooves with Finite Metal Thickness // Optics Express. — 2009. — Vol. 17, No 4. — Pp. 2364–2374.
33. Li J., Fattal D. A., Beausoleil R. G. Crosstalk-Free Design for the Intersection

- of Two Dielectric Waveguides // Optics Express. — 2009. — Vol. 17, No 9. — Pp. 7717–7724.
34. Design, Optimization and Fabrication of an Optical Mode Filter for Integrated Optics / V. Magnin, M. Zegaoui, J. Harari et al. // Optics Express. — 2009. — Vol. 17, No 9. — Pp. 7383–7391.
35. Egorov A. A., Stavtsev A. V. Development and Research of a Complex of Programs for Calculation of Main Characteristics of Integrated-Optical Waveguides in a System of Visual Programming Delphi and C++ // Journal of Radio Electronics. — 2009. — No 8. — Pp. 1–20.
36. Propagation of the Monochromatic Electromagnetic Waves in Irregular Waveguides. A Brief Introduction to an Analysis in the Case of Smooth or Statistic Irregularities / A. A. Egorov, L. A. Sevastianov, A. L. Sevastyanov, A. V. Stavtsev // Bulletin of PFUR. — 2010. — № 1. — С. 67.
37. Гофман В. Э., Хомоненко А. Д. Delphi. Быстрый старт. — СПб.: БХВ-Петербург, 2003.

UDC 517:519.6:535+537.8:621.37

### Elaboration of Methods and Algorithms of Calculation of Main Characteristics of Three-Dimensional Irregular Integrated-Optical Waveguides

A. A. Egorov\*, A. V. Stavtsev†

\* *A.M. Prokhorov General Physics Institute Russian Academy of Sciences  
38, Vavilov str., Moscow, Russia, 119991*

† *Telecommunication Systems Department  
Peoples' Friendship University of Russia  
6, Miklukho-Maklaya str., Moscow, Russia, 117198*

In the present paper the methods and algorithms permitting to calculate fields for various directed and radiant TE and TM modes of symmetrical and asymmetrical integrated-optical waveguides are presented. The description of the theoretical approaches and algorithm of calculation of the field of a scattered radiation outside of an irregular integrated-optical waveguide in the system of visual programming Delphi is given. The dispersion dependences for TE and TM modes in the trigonometric form, and appropriate pictures of fields of the radiation TE modes of the substrates and the pictures of fields of electromagnetic radiation scattered in an integrated-optical waveguide with three-dimensional irregularities are also given.

**Key words and phrases:** regular planar waveguide, waveguide modes, dispersion relations, irregular integrated-optical waveguide, method of modes, method of Green's functions, perturbations method, problem of waveguide scattering, numerical modeling.