УДК 537.534+538.971+539.17.12

Численное моделирование процессов тепло- и массо- переноса в пористом материале

И. В. Амирханов*, **Э. Павлушова**†, **М. Павлуш**‡, **Т. П. Пузынина***, **И. В. Пузынин***, **И. Сархадов***

* *Лаборатория информационных технологий*
Объединённый институт ядерных исследований
ул. Жолио-Кюри д.6, Дубна, Московская область, 141980, Россия
† *ENERGO-CT s.r.o., Кошице, Словакия*
‡ *Прешовский университет, Прешов, Словакия*

Проведено численное исследование по предложенной макроскопической модели переноса тепла и влаги в пористом материале. Модель описывается системой уравнений для концентрации воды w_l, концентрации водяного пара w_v, температуры T и источника I как функций пространственной переменной x и временной переменной t. Исследования проведены для разных случаев начальных и граничных условий, соответствующих сушке влажного образца или увлажнению сухого образца. Вычислены изменения по времени профилей приведённых концентраций, температуры и источника.

Ключевые слова: тепло перенос, перенос масс, влага, диффузия, пористость, явная разностная схема.

1. Введение

В работе [1] использован метод нейтронной радиографии для определения влаги по ширине влажного пористого образца в разные моменты времени. В работе [2] мы путём решения обратной задачи диффузии влаги определили коэффициент переноса влаги, исходя из измеренных данных в работе [1]. При этом мы предполагали, что температура в образце и его окрестности постоянная, равная комнатной температуре в процессе всего эксперимента.

В настоящей работе мы строим математическую модель, в которой учтено изменение температуры T и других физических величин: концентрации воды w_l, концентрации водяного пара w_v, функции источника I, которая выражает скорость изменения концентрации водяного пара и воды в результате испарения воды и конденсации водяных паров в порах. При этом, как и в работе [3], предполагаем, что между пористым телом и его компонентами (водой и водяным паром) все время существует локальное равновесие, т.е. температуры отдельных компонент и самого пористого тела в любой точке пространства совпадают. Сама модель состоит из системы уравнений переноса для вышеперечисленных величин. Моделирование проводим для трёх случаев начальных и граничных условий. Первый, когда пространство пор вначале полностью заполнено водой и на правом конце образца происходит испарение воды во внешнее пространство. В этом случае мы моделируем процесс сушки из эксперимента [1]. Второй, когда пространство пор вначале полностью заполнено паром без воды и на правом конце вода постепенно втекает в поры образца. И третий, похожий на второй, но только с той разницей, что на правом конце подаётся водяной пар повышенной температуры, конденсирующийся на этом конце в воду. Левый конец в первом и втором случаях изолирован, а в третьем случае частично изолирован.

2. Система уравнений

Рассмотрим влажный образец пористого материала, который состоит из твёрдой фазы, а в порах из воды и пара. Обозначим П — пористость материала, V —

Работа выполнена при поддержке РФФИ гранты N 08-01-00800-а и N 09-01-00770-а, VEGA 1/0317/09, SUJV 09-6-1060-2008/2010, APVV SK-PL-0031-09.

объем материала, V_Π — объем пор в объёме V. Тогда $\Pi = V_\Pi/V$. Далее, обозначим w_i, ρ_i — концентрацию и плотность воды ($i = l$) и пара ($i = v$). Рассмотрим следующие уравнения переноса

$$\frac{\partial w_l}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\Big(D_l \frac{\partial w_l}{\partial x}\Big) - I, \tag{1}$$

$$\frac{\partial w_v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\Big(D_v \frac{\partial w_v}{\partial x}\Big) + I, \tag{2}$$

$$C_s \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\Big(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\Big) - rI + \Big(c_l D_l \frac{\partial w_l}{\partial x} + c_v D_v \frac{\partial w_v}{\partial x}\Big)\frac{\partial T}{\partial x}, \tag{3}$$

$$C_s = c_d\rho_d + c_l w_l + c_v w_v, \quad \lambda = \lambda_{d0}(1-\Pi) + c_l D_l w_l + c_v D_v w_v.$$

В уравнениях (1)–(3) следующие величины: D_i, c_i — коэффициенты диффузии и теплоёмкости для воды ($i = l$) и паров ($i = v$,) а ρ_d, c_d, $\lambda_{d0}(1-\Pi)$ и r — соответственно плотность, теплоёмкость, теплопроводность сухого образца и удельная теплота парообразования. C_s, λ — объёмная теплоёмкость и теплопроводность влажного образца.

Поскольку температура рассматриваемого образца изменяется не сильно, то коэффициенты D_l и D_v и плотность ρ_v при расчётах полагаем константами. В порах происходит испарение воды в пар ($I > 0$) или, наоборот, пар конденсирует в воду ($I < 0$). В правой стороне уравнения (3) второй член $-rI$ выражает плотности мощностей поглощаемого тепла из-за испарения ($I > 0$) или выделяемого тепла из-за конденсации ($I < 0$), а последний член выражает плотность мощности тепла, которое возникает из-за переноса массы в неоднородно нагретом теле.

Далее, следуя работам [4, 5], рассмотрим следующее соотношение

$$\Pi = \frac{w_l}{\rho_l} + \frac{w_v}{\rho_v}. \tag{4}$$

Учитывая уравнения (1), (2) и (4), мы получаем

$$I = -\frac{\rho_v}{\rho_l - \rho_v}\frac{\partial}{\partial x}\Big(D_l \frac{\partial w_l}{\partial x}\Big) - \frac{\rho_l}{\rho_l - \rho_v}\frac{\partial}{\partial x}\Big(D_v \frac{\partial w_v}{\partial x}\Big).$$

Подставляя полученный источник I в уравнения (1) и (2), мы получим

$$\frac{\partial w_l}{\partial t} = \frac{\rho_l}{\rho_l - \rho_v}\Big[\frac{\partial}{\partial x}\Big(D_l \frac{\partial w_l}{\partial x}\Big) + \frac{\partial}{\partial x}\Big(D_v \frac{\partial w_v}{\partial x}\Big)\Big], \tag{5}$$

$$\frac{\partial w_v}{\partial t} = -\frac{\rho_v}{\rho_l - \rho_v}\Big[\frac{\partial}{\partial x}\Big(D_l \frac{\partial w_l}{\partial x}\Big) + \frac{\partial}{\partial x}\Big(D_v \frac{\partial w_v}{\partial x}\Big)\Big]. \tag{6}$$

Итак, решается система уравнений переноса (5), (6) и (3) для некоторых начальных и граничных условий. Задаём некоторые [6] входные данные и проводим замену размерных переменных на безразмерные. Вид уравнений от замены не меняется. Следующие начальные и граничные условия пишем уже в безразмерных величинах.

3. Начальные и граничные условия

Рассмотрим первый случай, когда вначале все поры образца заполнены водой, температура постоянная и со временем происходит испарение воды на правом конце:

$$w_l(x,0) = \rho_l\Pi, \quad w_v(x,0) = 0, \quad T(x,0) = 1, \quad 0 \leqslant x \leqslant 1,$$

$$\frac{\partial w_j}{\partial x}(0,t) = 0, \quad j = l, v, \qquad \frac{\partial T}{\partial x}(0,t) = 0, \quad 0 \leqslant t \leqslant 1,$$
$$w_l(1,t) = 1 + (v_0 - 1)[1 - \exp(-\alpha t)], \quad \alpha \gg 1,$$
$$w_v(1,t) = \rho_v[\Pi - w_l(1,t)/\rho_l],$$
$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x}(1,t) = rD_l \frac{\partial w_l}{\partial x}(1,t) - \beta[T(1,t) - T_{1,\mathrm{out}}], \quad 0 \leqslant t \leqslant 1.$$

Во-вторых, рассмотрим случай, противоположный первому, когда вначале воды в порах образца нет, но есть пар, температура, как и прежде, постоянная, а со временем на правом конце вода втекает в образец:

$$w_l(x,0) = 0, \quad w_v(x,0) = \rho_v \Pi, \quad T(x,0) = 1, \quad 0 \leqslant x \leqslant 1,$$
$$\frac{\partial w_j}{\partial x}(0,t) = 0, \quad j = l, v, \qquad \frac{\partial T}{\partial x}(0,t) = 0, \quad 0 \leqslant t \leqslant 1,$$
$$w_l(1,t) = 1 - \exp(-\alpha t), \quad \alpha \gg 1, \quad w_v(1,t) = \rho_v[\Pi - w_l(1,t)/\rho_l],$$
$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x}(1,t) = -\beta[T(1,t) - T_{1,\mathrm{out}}], \quad 0 \leqslant t \leqslant 1.$$

И, наконец, рассмотрим третий случай, который отличается от второго тем, что на правом конце подаётся не вода, а горячий водяной пар, который на холодной стенке образца конденсирует:

$$w_l(x,0) = 0, \quad w_v(x,0) = \rho_v \Pi, \quad T(x,0) = 1, \quad 0 \leqslant x \leqslant 1,$$
$$\frac{\partial w_j}{\partial x}(0,t) = 0, \ j = l, v, \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial x}(0,t) = \beta[T(0,t) - T_{0,\mathrm{out}}], \quad 0 \leqslant t \leqslant 1,$$
$$D_l \frac{\partial w_l}{\partial x}(1,t) = -\frac{\beta}{r}[T(1,t) - T_{1,\mathrm{v}}], \quad T(1,t) < T_{1,\mathrm{v}}, \quad w_v(1,t) = \rho_v[\Pi - w_l(1,t)/\rho_l],$$
$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x}(1,t) = rD_l \frac{\partial w_l}{\partial x}(1,t) - \beta[T(1,t) - T_{1,\mathrm{v}}], \quad 0 \leqslant t \leqslant 1.$$

4. Заключение

Для решения поставленной задачи была построена явная разностная схема с порядком аппроксимации $O(\tau + h^2)$, проведено численное исследование описанной математической модели с тремя вариантами начальных и граничных условий, результаты расчётов в виде графиков и их обсуждение приведены в работе [6].

Численные результаты показывают, что в первом случае температура образца понижается ниже начальной, комнатной температуры вследствие испарения воды на правой границе образца. Во втором случае температура образца повышается лишь незначительно выше начальной, комнатной температуры, так как фазовый переход на правой границе образца отсутствует и имеется небольшая конденсация водяных паров в порах. И, наконец, в третьем случае образец нагревается в основном из-за конденсации водяного пара на правой стенке образца. В этом случае избыточное тепло отводится на левом конце образца.

Литература

1. *Pleinert H., Sadouki H., Wittmann F. H.* Determination of Moisture Distribution in Porous Building Materials by Neutron Transmission Analysis // Materials and Structures. — 1998. — Vol. 31, No 208. — Pp. 218–224.

2. Numerical Solution of an Inverse Diffusion Problem for the Moisture Transfer Coefficient in a Porous Material / I. V. Amirkhanov, E. Pavlusova, M. Pavlus et al. // Materials and Structures. — 2008. — Vol. 41, No 2. — Pp. 335–344.
3. Численное моделирование процесса переноса тепла и влаги в пористых материалах / И. В. Амирханов, Э. Павлушова, М. Павлуш и др. // Вестник Тверского государственного университета. — 2008. — Т. 8, № 64. — С. 51–57.
4. *Васильева Г. В.* Тепло и массоперенос во влажных капиллярнопористых телах. Общие вопросы тепло и массообмена / под ред. А. В. Лыков. — Минск: Наука и техника, 1966.
5. *Решетин О. Л., Орлов С. Ю.* Теория переноса тепла и влаги в капиллярнопористом теле // Журнал технической физики. — 1998. — Т. 68, № 2. — С. 140–142.
6. *Амирханов И. В., Павлушова Э., Павлуш М. и др.* Численное моделирование процессов тепло- и массо-переноса в пористом материале. — Препринт ОИЯИ, P11-2009-124. — 2009.

UDC 537.534+538.971+539.17.12

Numerical Modeling of Heat and Mass Transfer in a Porous Material

I. V. Amirkhanov[*], E. Pavlušová [†], M. Pavluš [‡], T. P. Puzynina[*], I. V. Puzynin[*], I. Sarhadov[*]

[*] *Laboratory of Information Technologies*
Joint Institute for Nuclear Research
Joliot-Curie 6, 141980 Dubna, Moscow region, Russia
[†] *ENERGO-CT s.r.o., Košice, Slovakia*
[‡] *Prešov University in Prešov*
Faculty of management, Department of quantitative methods
Prešov, Slovakia

The numerical research of the suggested phenomenological model of heat and moisture transfer in a porous material is performed. The model is described by a system of equations of four unknown functions — the water concentration w_l, water vapor concentration w_v, temperature T and source I as functions of the space variable x and time variable t. Different cases of initial and boundary conditions are considered that correspond drying of a wet sample or wetting of a dry sample. Calculation results show that during the drying process of a wet sample the temperature of the sample decreases under an initial, room temperature and during the wetting process of a dry sample or the temperature is not changing or the heat in the sample is increasing depending on that whether a water or a hot water vapor is supplied to the boundary.

Key words and phrases: heat transfer, mass transfer, moisture, diffusion, porosity, explicit difference scheme.