УДК 52:53

Приближённое расширение лоренцевой симметрии до конформной в пределе сверхвысоких энергий

Ю. Г. Рудой, И. А. Вернигора

Кафедра теоретической физики и механики
Российский университет дружбы народов
ул. Миклухо-Маклая, д. 6, Москва, Россия, 117198

Предложено теоретико-групповое обоснование оригинального подхода Киржница и Чечина, позволяющего первичным протонам космических лучей сверхвысоких энергий преодолеть энергетический предел Грейзена–Зацепина–Кузьмина (около 50 ЕэВ) в рамках обычных представлений о физической природе внегалактических источников. Однако экспериментальный статус предела ГЗК в настоящее время остаётся не вполне определённым ввиду редкости событий в указанной области энергий, а также трудностью их надёжной идентификации. В связи с этим представляется целесообразным предложить в качестве одного из возможных теоретическое обоснование этого предела без привлечения «новой физики» (например, космических струн) за счёт некоторого расширения стандартной лоренцевской кинематики в СТО. Показано, что явный вид множителя, деформирующего лоренцев инвариант в пространстве энергий-импульсов, может быть установлен на основе приближённого перехода от лоренцевой симметрии к конформной при значениях лоренц-фактора порядка 10^{10}–10^{11}. Технически мы просто заменяем феноменологический подход Киржница и Чечина более обоснованным разложением специального конформного преобразования с использованием обратного лоренц-фактора $1/\gamma$ (учитывая, что в кинематике любых массивных частиц появляются «конформные» поправки по степеням $1/\gamma$,отсутствующие для безмассовых частиц в пределе $1/\gamma = 0$). При этом, как выяснилось, все улучшенные кинематические возможности необходимы, чтобы разумно воспроизвести наблюдаемые данные по доступным источникам внегалактических космических лучей.

Ключевые слова: группа Лоренца, конформная группа, космические лучи, предел Грейзена–Зацепина–Кузьмина, сверхвысокие энергии.

1. Введение

1.1. Общая характеристика проблемы ГЗК

Вот уже более полувека в астрофизике космических лучей (КЛ) в области сверхвысоких энергий от экза- (ЕэВ $= 10^{18}$ эВ) до зетаэлектронвольт (ЗэВ $= 10^{21}$ эВ) остаётся нерешённой проблема существования предела Грейзена–Зацепина–Кузьмина (ГЗК), теоретически установленного в рамках стандартной релятивистской астрофизики одновременно и независимо в работах [1] и [2].

Согласно этим работам распределение по энергиям протонной компоненты первичных КЛ должно резко обрываться в области энергий порядка $E_{\text{ГЗК}} \approx 5 \cdot 10^{19}$ эВ за счёт потерь энергии протонов на фоторождение пионов в реакциях вида $p + \gamma \to p + \pi^0$ или $p + \gamma \to n + \pi^+$ (с последующим β-распадом $n \to p + e^- + \nu_e$). Здесь γ — «мягкие» ИК-фотоны реликтового космического излучения, которые в системе покоя протонов первичных КЛ соответствуют жёсткому гамма-излучению.

Однако экспериментальный статус предела ГЗК всё ещё остаётся не вполне определённым (см. [3, 4]), а также обзоры [5–7]). Это связано как с недостаточной статистикой событий в области энергий $E_{\text{ГЗК}} \approx 50$ ЕэВ, так и с трудностью их идентификации. Имеются, однако, серьёзные основания полагать, что «транс-ГЗК» события всё же имеют место, поэтому остаётся актуальной проблема теоретического обоснования подобной возможности.

Статья поступила в редакцию 8 апреля 2014 г.

Расчёты, проведённые в [1] и [2] (см. также [8]), показывают, что протоны, имеющие энергию покоя $E_0 \approx 1$ ГэВ, а в лабораторной системе отсчёта — энергию $E_{\text{ГЗК}}$ и лоренц-фактор $\gamma = E_{\text{ГЗК}}/E_0 \approx 5 \cdot 10^{10}$, должны практически полностью потерять свою энергию за время $\tau \approx (1{,}0\text{–}1{,}5) \cdot 10^8$ лет, проходя при этом расстояние от источника, не превышающее $l \approx c\tau = 30\text{–}50$ Мпк.

Отсюда следует, что источник протонов столь высоких энергий («зеватрон») должен быть «галактическим», т. е. находиться внутри Местного сверхскопления галактик. Согласно диаграмме Хилласа (см. [3, 4]) таким источником могли бы быть «горячие пятна» радиогалактик — например, M87–Вирго или M82, расположенных на расстоянии порядка 15–25 Мпк от Земли, а также остатки сверх- или гиперновых и/или гамма-всплески (см. [9]).

Очевидно, что регистрируемый посредством наземных ШАЛ поток протонов от такого рода «единичных» внутригалактических источников должен был бы быть существенно анизотропным, однако имеющиеся наблюдения такому выводу противоречат [3, 4]. Поэтому реальными кандидатами на роль «зеватронов» являются внегалактические источники — например, активные ядра галактик, но тогда протонам КЛ пришлось бы пройти расстояния не менее 150 Мпк. Последнее явным образом превышает предполагаемый ГЗК-предел, так что возникает (по крайней мере теоретически) проблема преодоления этого предела.

1.2. Идея Киржница–Чечина по преодолению предела ГЗК

Попытки подобного преодоления можно разделить на две группы. Одна из них, называемая подходом «новой физики» (см., например, [10]), рассматривает возможности внутригалактического рождения изотропно распределённых транс-ГЗК протонов в процессах распада некоторых реликтовых объектов.

Однако значительно ранее — начиная с работы Киржница и Чечина [11] (см. также Коулмен и Глэшоу [12] и более поздние работы [13–15]) — рассматривалась и другая — на наш взгляд, более реалистическая — возможность: оставаясь в рамках «обычной физики», найти ресурсы её «деформации», в принципе допускающие преодоление предела ГЗК[1]. Согласно [11, 12], подобную роль могло бы сыграть отклонение от лоренцевской кинематики при столь высоких значениях лоренц-фактора γ.

В [11] этот подход был сформулирован лишь на полуфеноменологическом уровне, поэтому целью данной работы является более строгое теоретико-групповое обоснование подхода Киржница и Чечина [11] и проведение на этой основе численных оценок преодоления ГЗК-предела. Исходная идея состоит в том, что при сверхвысоких значениях энергии и лоренц-фактора γ в кинематике любых массивных частиц появляются «конформные» поправки по степеням $1/\gamma$ (отсутствующие для безмассовых частиц в пределе $1/\gamma = 0$).

1.3. Выражение для времени прохождения протонов

Согласно [1,2,8] время прохождения протонов со стартовой энергией E в ЛСО даётся выражением

$$\tau^{-1}E = A\int \mathrm{d}\varepsilon n_\gamma(\varepsilon)\int \mathrm{d}\varepsilon'\varepsilon'\sigma(\varepsilon')K(\varepsilon')\,. \qquad (1)$$

Здесь A — размерная постоянная, $n_\gamma(\varepsilon)$ — равновесное планковское распределение (с температурой $T = 2{,}7$ К) фотонов реликтового излучения с энергией ε и концентрацией ≈ 400 см$^{-3}$, энергия $0 \leqslant \varepsilon' \leqslant 2\gamma\varepsilon$, $\gamma = E/E_0$ — лоренц-фактор перехода из ССО протона в СЦИ протона и фотона, $\sigma(\varepsilon')$ — сечение фоторождения пионов, $K(\varepsilon')$ — коэффициент неупругих потерь энергии протона, имеющий

[1] К сожалению, пионерская работа [11] была впервые замечена и процитирована в зарубежной литературе лишь спустя четверть века в [13].

вид $K(\varepsilon') = 1/2\bigl[1 - \varphi(\varepsilon')\bigr] = 1/2\bigl[1 - \Delta/S(\varepsilon')\bigr]$, где $\Delta = M^2 - m^2 = \mathrm{const} > 0$ (M, $m = 0{,}14\,M$ — массы протона и пиона), $S(\varepsilon') = M^2 + 2M\varepsilon'$ — лоренц-инвариант. Пределы интегрирования по ε: верхний ∞, нижний $\varepsilon'_{\text{пор}}/2\gamma$; по ε' — верхний $2\gamma\varepsilon$, нижний $\varepsilon'_{\text{пор}} = m(1 + m/2M) \approx 1{,}7\,m$ — пороговая энергия рождения пиона, причём $K(\varepsilon'_{\text{пор}}) \approx 0{,}12$. Очевидно, что вид входящих в (1) функций $n_\gamma(\varepsilon)$ и $\sigma(\varepsilon')$ задан однозначно, и только функцию $K(\varepsilon')$ (а следовательно, и величину $\tau^{-1}(E)$) можно в принципе изменить посредством изменения лоренц-инварианта $S(\varepsilon')$.

2. Подходы к деформации лоренцевской кинематики

Именно эта логика лежит в основе подхода Киржница и Чечина [11], стартующего с лоренцева (L) инварианта в пространстве энергий и импульсов:

$$I_L(p; E_0) = E^2 - p^2 = I_L(0; E_0) = E_0^2\,, \quad E_L(p; E_0) = (E^2 + p^2)^{1/2}\,, \tag{2}$$

где $E_L(p; E_0)$ — лоренцев закон дисперсии. Для величин $\beta = v_L$ (скорости частицы) и лоренц-фактора γ имеем (при $c = 1$):

$$\mathbf{v}_L = \partial E_L(p; E_0)/\partial = /E_L(p; E_0), \quad v_L(p; E_0) \equiv |\mathbf{v}_L(p; E_0)| \leqslant 1; \tag{3}$$

$$\gamma(p; E_0) \equiv E_L(p; E_0)/E_0 \geqslant 1, \;\; 1/\gamma^2(p; E_0) = 1 - v_l^2(p; E_0), \;\; 0 \leqslant 1/\gamma(p; E_0) \leqslant 1. \tag{4}$$

В контексте данной работы особый интерес представляет предельный случай безмассовой частицы ($E_0 = 0$), для которого

$$I_L(p; 0) = 0, \quad E_L(p; 0) = p, \quad v_L(p; 0) = 1, \quad 1/\gamma(p; 0) = 0. \tag{5}$$

2.1. Феноменологический подход Киржница и Чечина [11]

Поскольку лоренцева кинематика (2)–(5) приводит к пределу ГЗК для (1), Киржниц и Чечин [11] конструируют вместо (2) новое выражение для инварианта $I(p; E_0)$ — и, следовательно, для закона дисперсии $E(p; E_0)$. С этой целью выражение для $I_L(p; E_0)$ умножается в [11] на скалярный множитель $f(p; E_0)$, который определяется на основе чисто феноменологических соображений.

В частности, поскольку согласно (2) и (3) $I_L(p; E_0) = E^2[1 - v_L^2(p; E_0)]$, авторы полагают естественным (в рамках идеи о «минимальной» деформации) искать $f(p; E_0)$ в виде $f\bigl(v_L^2(p; E_0)\bigr)$, что с учётом (4) равносильно $f\bigl(\gamma^2(p; E_0)\bigr)$. В [11] предполагается, что в безмассовом пределе $\gamma^2 \to \infty$ (и, соответственно, $v_L \to 1$) функция $f(\gamma^2)$ имеет конечный предел $f(\infty)$ (вообще говоря, отличный от 1); очевидно, такое предположение не влияет на закон дисперсии безмассовых частиц, поскольку для них $I(p; 0) = f(\infty) I_L(p; 0) = 0$, где учтено свойство (5).

Окончательно Киржниц и Чечин [11] получают для функции $f(\gamma^2)$ выражение (формула (19) в работе [11]):

$$f(\gamma^2) \approx 1 + |\alpha|\gamma^4, \quad |\alpha|\gamma^4 \leqslant 1, \quad |\alpha| \approx 10^{-44}, \quad \gamma \approx \gamma_0 = 10^{11}. \tag{6}$$

Основная идея данной работы состоит в построении уточнённого выражения для «деформирующего» множителя $f(\gamma^2)$, который мы будем называть конформным множителем и обозначать $C(\xi^2)$, где величина $\xi \equiv \gamma^{-1}$ рассматривается как малый параметр. Для удобства сравнения результатов нашей работы с работой [11] мы будем обозначать функцию $C(\xi^2)$ как $g(\gamma^2)$.

Оставаясь в целом в рамках логики работы [11], мы предлагаем дополнительную идею, состоящую не просто в некотором феноменологическом «нарушении» группы преобразований Лоренца–Пуанкаре, а в её расширении до хорошо известной конформной группы Вейля–Фока. Для этого следует заменить лоренцев скаляр $I_L(p; E_0)$, инвариантный при любых значениях E_0 и ξ, на конформный скаляр $I_C(p; E_0) = C(\xi) I_L(p; E_0)$, который является точным инвариантом только в безмассовом случае $E_0 = 0$[1], $\xi = \gamma^{-1} = 0$, когда в соответствии с (5) имеем $I_C(p; 0) = C(\xi) I_L(p; 0) = 0$. Именно это обстоятельство указывает естественный путь построения теории возмущений для $C(\xi)$ по малому параметру $\xi = \gamma^{-1} \ll 1$.

2.2. Теоретико-групповой подход

Наиболее удобным и естественным инструментом такого подхода являются преобразования конформной группы, причём для наших целей достаточно ограничиться лишь преобразованиями Мёбиуса $C_4(c)$, известными как «специальные конформные» преобразования.

Под действием этих преобразований любой 4-вектор P переходит в $P_C = \mathbf{C}(P; c)P$, где матрица $\mathbf{C}$ зависит от P, и, кроме того, определяется произвольным 4-вектором c. Преобразование $\mathbf{C}(P; c)$ имеет явный вид

$$P_C = C(P; c)P + \Delta P(P; c), \quad \Delta P(P; c) = C(P; c) c P^2, \quad P_C^2 = C(P; c) P^2 \tag{7}$$

и является нелинейным, неоднородным и анизотропным масштабным преобразованием, причём конформный множитель $C(P; c)$ даётся выражением

$$C(P; c) = [\sigma(P; c)]^{-1}, \quad \sigma(P; c) = 1 - 2cP + c^2 P^2 = c^2 (P - c/c^2)^2. \tag{8}$$

Как видно из (7), где вообще $C \neq 1$, лоренц-инвариантная величина $P^2 = E_0^2$ не всегда является конформным инвариантом; исключением является $P^2 = 0$ (при $E_0 = 0$ и $\xi = 0$). Физически ясно, что для ненулевых, но малых значений E_0 и $\xi \ll 1$ конформный множитель $C(P; c)$ при $\xi \ll 1$ мало отличается от $C(0; c) = \mathrm{const}$.

Перейдём от 4-векторов энергии-импульса $P(E, \mathbf{p})$ к их безразмерным или однородным аналогам $V(E, \mathbf{p}) \equiv P(E, \mathbf{p})/E = (1, \mathbf{p}/E)$. Тогда, согласно кинематике (2)–(4), вектор $V_L(E, \mathbf{p}) = \big(1, \mathbf{v}_L(p; E_0)\big)$ имеет смысл 4-вектора скорости, причём $V_L^2 \equiv 1/\gamma^2$, $(V_L^{\text{св}})^2 = 0$, так что лоренц (L)-инвариантом является величина $\gamma^2 V_L^2 \equiv 1$.

2.3. Численные оценки возможного преодоления предела ГЗК

Ограничим далее выбор вектора c в $C(V, c)$ выделенным направлением AV, где $A = -a\gamma^*$, $a > 0$ — численный множитель порядка $1 \div 10^2$, $\gamma^* \equiv E^*/E_0 \gg 1$ — характеристическое значение лоренц-фактора; например, для $E_0 \approx 1$ ГэВ целесообразно принять $E^* = E_{\text{Планк}} \approx 1{,}2 \cdot 10^{19}$ ГэВ, $\gamma^* \approx 10^{19}$, так что $\gamma^*/\gamma_{\text{ГЗК}} \approx 10^8 \div 10^9$.

В результате конформный множитель $C(V, AV) = (1 - AV^2)^{-1}$ принимает вид

$$g(\gamma^2) = (1 + a\gamma^* \gamma^{-2})^{-1} \approx 1 - a\gamma^* \gamma^{-2}, \tag{9}$$

в ряде отношений отличный от выражения (6), полученного Киржницем и Чечиным [11]: прежде всего, как и должно быть, $g(\gamma^2) \leqslant 1$, тогда как $f(\gamma^2) \geqslant 1$. Кроме того, $g(\gamma^2)$ имеет точку перегиба и конечный предел $g(\gamma^2) \to 1$ при $\gamma \to \infty$, тогда как для получения конечного значения монотонно растущей функции $f(\gamma^2)$ при $\gamma \to \infty$ требует добавления в правую часть (6) слагаемых вида $-|\beta|\gamma^6$.

[1]Предполагается, что величина $C(0)$ (по смыслу совпадающая с $f(\infty)$ из [11]) отлична от нуля; ниже это находит подтверждение (см. формулу (9))

В заключение рассмотрим, какое влияние на время прохождения протонов (1) окажет замена входящего в коэффициент неупругости K лоренцева инварианта S_L на конформный инвариант $S_C = gS_L$, $g \leqslant 1$. Опуская всюду аргумент ε, имеем: $KL = 1/2(1-\varphi)$, $\varphi = \Delta/S_L$, $\Delta > 0$, $\varphi \leqslant 1$, так что $0 \leqslant K_L \leqslant 1$; с другой стороны, $K_C = 1/2(1-\lambda\varphi)$, где $\lambda = S_L/S_C = (1/g) \geqslant 1$.

Пусть по астрофизическим соображениям требуется увеличить время и расстояние прохождения протонов с энергией $E_{\text{ГЗК}}$ в $(1/\eta) \geqslant 1$ раз: $l_C/l_L = \tau_C/\tau_L = 1/\eta$, так что $K_C/K_L = \eta \leqslant 1$ и $\lambda = (1/\varphi)[1-\eta(1-\varphi)]$. Учитывая, что согласно (9) имеем $\lambda \approx 1 + a(5 \cdot 10^{-3})$ при $E_{\text{ГЗК}}$, находим $a \approx 2 \cdot 10^2(1-\eta)[(1/\varphi)-1]$; далее, ограничиваясь значением $K_L = 0{,}12$ на пороге фоторождения пионов, находим $\varphi = 0{,}76$, откуда $a \approx 66(1-\eta)$. Для прохождения протонами внегалактического расстояния $\sim 150 \div 200$ Мпк достаточно положить $\eta \approx 0{,}25$, что даёт $a \approx 50$.

3. Заключение

В работе показано, что идею пионерской работы Киржница–Чечина [11] о слабом «нарушении» лоренц-инвариантности необходимо дополнить идеей её расширения до конформной инвариантности. Это позволяет при разумных значениях конформных параметров увеличить расстояние, проходимое первичными протонами КЛ сверхвысоких энергий, до $150 \div 200$ Мпк (или более), т. е. преодолеть предел ГЗК (соответствующий значениям лоренц-фактора $\sim 10^{10} \div 10^{11}$), если это будет востребовано для описания предстоящих широкомасштабных экспериментов — как на действующих установках «Пьер Оже», HiRes, AGASA, Якутск, так и на планируемой установке EUSO.

Литература

1. *Greisen K.* End to the Cosmic-Ray Spectrum? // Physical Review Letters. — 1966. — Vol. 16, No 17. — Pp. 748–750.
2. *Зацепин Г. Т., Кузьмин В. А.* О верхней границе спектра космических лучей // Письма в ЖЭТФ. — 1966. — Т. 4. — С. 114–116.
3. *Панасюк М. И.* Странники Вселенной, или эхо Большого взрыва. — Фрязино: Век 2, 2005. — 272 с.
4. *Засов А. В., Постнов К. А.* Общая астрофизика. — Фрязино: Век 2, 2006.
5. Поиск внегалактических источников космических лучей в области предельных энергий (ВККЛ-30, СПб, июль 2008) / А. А. Иванов, С. П. Кнуренко, И. М. Правдин и др. // Известия РАН, сер. Физическая. — 2009. — Т. 73, № 5. — С. 581–583.
6. *Olinto A. V., Adams H. J., Dermer C. D. et al.* White Paper on Ultra-High Energy Cosmic Rays. — 2009. — http://uhecr.uchicago.edu/2009.
7. *Березинский В. С.* Эффект Грейзена–Зацепина-–Кузьмина // Труды ВККЛ-31, Москва, МГУ, 5–9 июля 2010. — 2010.
8. *Stecker F. W.* Effect of Photomeson Production by the Universal Radiation Field on the High-Energy Cosmic Rays // Physical Review Letters. — 1968. — Vol. 21, No 14. — Pp. 1016–1018.
9. *Птускин В. С.* О происхождении галактических космических лучей // Успехи физических наук. — 2007. — Т. 177, № 5. — С. 558–565.
10. *Berezinsky V. S.* Ultra-High Energy Cosmic Rays // Nuclear Physics B.: Proc. Suppl. — 2000. — Vol. 81. — Pp. 311–324.
11. *Киржниц Д. А., Чечин В. А.* Космические лучи сверхвысоких энергий и возможное обобщение релятивистской теории // Ядерная физика. — 1972. — Т. 15, № 5. — С. 1051–1058.
12. *Coleman S., Glashow S. L.* High-Energy Tests of Lorentz Invariance // Phys. Rev. D. — 1999. — Vol. 59. — P. 116008.

13. *Gonzalez–Mestres L.* Deformed Lorentz Symmetry and High-Energy Astrophysics // 2000. Proc. 26^{th} ICRC. — 1999. — arXiv: physics/0003080v1.
14. *Scully S. T., Stecker F. W.* Lorentz Invariance Violation and the Observed Spectrum of Ultrahigh Energy Cosmic Rays. — arXiv: astro-ph/0811.2230v4. ArXiv: astro-ph/0811.2230v4.
15. *Jacobson T., Liberati S., Mattingly D.* Astrophysical Bounds on Planck Suppressed Lorentz Violation. — arXiv:hep-ph/0407370v1. ArXiv:hep-ph/0407370v1.

UDC 52:53

Approximate Extension of the Lorentz Symmetry up to Conformal in the Limit of Ultrahigh Energies

Yu. G. Rudoy, I. A. Vernigora

Department of Theoretical Physics and Mechanics
Peoples' Friendship University of Russia
6, Miklukho–Maklaya str., Moscow, Russian Federation, 117198

The group-theoretical justification is presented for the original approach by Kirznits and Chechin which allows for the primary protons of ultra-high energy cosmic rays to overcome the energetic limit (about 50 EeV) of Greisen–Zatsepin–Kuzmin remaining in the scope of the usual ideas about the nature of the extra-galactic sources of the cosmic rays. But the experimental status of the GZK limit is at present not sufficiently definite due to the rareness of these events in this range of energies as well as due to the difficulty of their identification. Thus it seems reasonable to suggest one of the possible theoretical explanations of this limit without using any kind of so-called "new physics" (e.g., "cosmic strings" etc.). In this paper account is taken only for some natural extension of standard Lorentz kinematics as it formulated in the special relativity theory. It is shown that the explicit form of the factor deforming the Lorentz invariant in the energy-momentum space may be found on the grounds of the approximate transition from Lorentz symmetry to the conformal values of the Lorentz-factor of the order 10^{10}–10^{11}. More technically, we replace the purely phenomenological approach of Kirznits and Chechin by more grounded regular expansion of special conformal transformation in terms of powers of inverse Lorenz-factor $1/\gamma$ taking account only in the limiting case $1/\gamma$. In this way it occurs quite naturally that all the improved kinematics are capable to reproduce reasonably the observed data on the available sources of the extragalactic cosmic rays.

Key words and phrases: Lorentz group, conformal group, cosmic rays, Greisen–Zatsepin–Kuzmin limit, ultra-high energy.

References

1. K. Greisen, End to the Cosmic-Ray Spectrum?, Physical Review Letters 16 (17) (1966) 748–750.
2. G. T. Zatsepin, V. A. Kuz'min, Upper Limit of the Spectrum of Cosmic Rays, JETP Letters 4 (3) (1966) 78–80, in Russian.
3. M. I. Panasyuk, The Wanderers of the Universe, or the Echo of the Big Bang, Vek 2, Fryazino, 2005, in Russian.
4. A. V. Zasov, K. A. Postnov, General Astrophysics, Vek 2, Fryazino, 2006, in Russian.
5. A. A. Ivanov, S. P. Knurenko, M. I. Pravdin, A. D. Krasilnikov, I. E. Sleptsov, A Search for Extragalactic Sources of Cosmic Rays in Ultra-High Energy Domain, Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics 73 (5) (2009) 544–546.
6. A. V. Olinto, H. J. Adams, C. D. Dermer, et al., White Paper on Ultra-High Energy Cosmic Rays (2009).
7. V. S. Berezinsky, Greisen–Zatsepin–Kuz'min Effect, in: Works of VKKL-31, Moscow, MSU, 5–9 July 2010, MSU, Moscow, 2010, in Russian.

8. F. W. Stecker, Effect of Photomeson Production by the Universal Radiation Field on the High-Energy Cosmic Rays, Physical Review Letters 21 (14) (1968) 1016–1018.
9. V. S. Ptuskin, On the Origin of Galactic Cosmic Rays, Phys. Usp. 50 (5) (2007) 534–540.
10. V. S. Berezinsky, Ultra-High Energy Cosmic Rays, Nuclear Physics B.: Proc. Suppl. 81 (2000) 311–324.
11. D. A. Kirzhnits, V. A. Chechin, Cosmic Rays of Ultrahigh Energies and Possible Generalization of the Relativistic Theory, Nuclear Physics 15 (5) (1972) 1051–1058, in Russian.
12. S. Coleman, S. L. Glashow, High-Energy Tests of Lorentz Invariance, Phys. Rev. D. 59 (1999) 116008.
13. L. Gonzalez–Mestres, Deformed Lorentz Symmetry and High-Energy Astrophysics, in: 2000. Proc. 26^{th} ICRC, 1999, arXiv: physics/0003080v1.
14. S. T. Scully, F. W. Stecker, Lorentz Invariance Violation and the Observed Spectrum of Ultrahigh Energy Cosmic Rays, arXiv: astro-ph/0811.2230v4.
15. T. Jacobson, S. Liberati, D. Mattingly, Astrophysical Bounds on Planck Suppressed Lorentz Violation, arXiv:hep-ph/0407370v1.